Università della Terza Età "Cardinale Giovanni Colombo" – Milano

A. A. 2022 - 2023

Corso di Astrofisica

Docente:

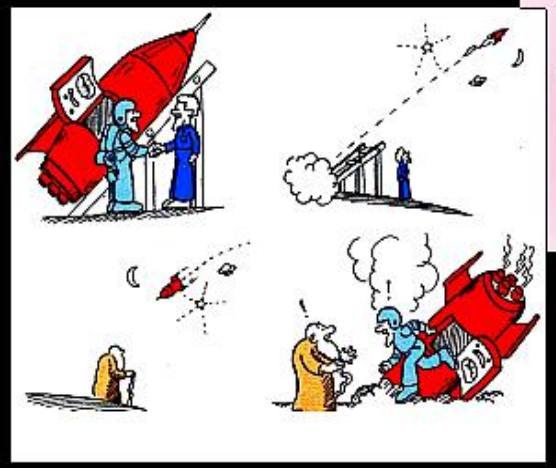
Adriano Gaspani

La Teoria della Relatività Generale

Cos'è la Teoria della Relatività

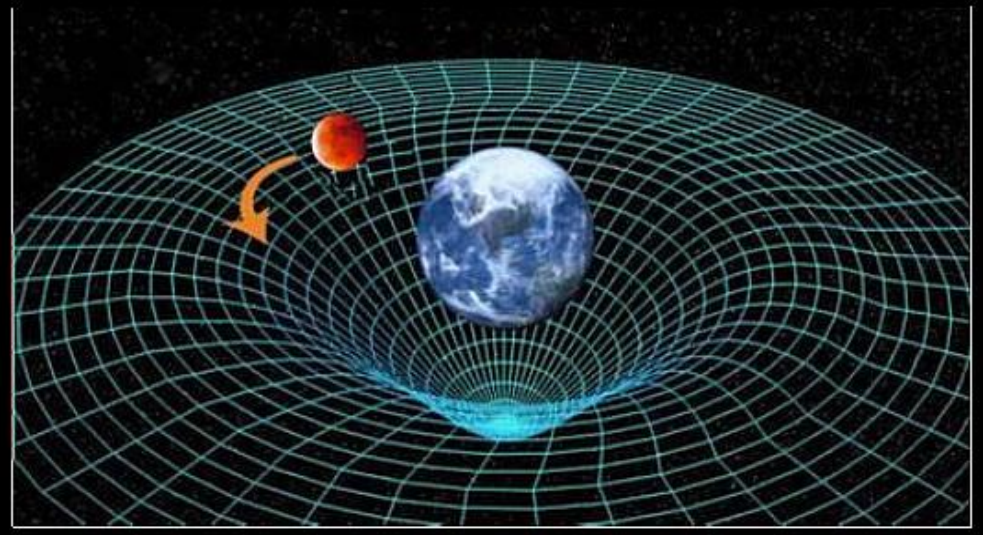
Esistono due teorie della relatività
la **Teoria della Relatività Speciale** e la **Teoria della Relatività Generale**

La Relatività **Speciale**
è una **Teoria della Dinamica**



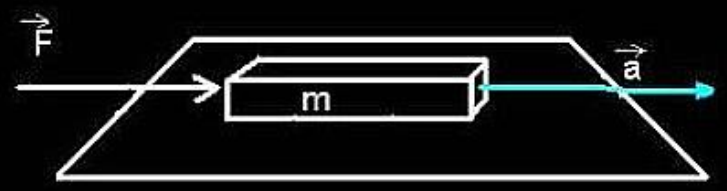
$$E = mc^2$$

La Relatività **Generale**
è una **Teoria della Gravità**



Una Teoria della Dinamica dice come si muovono i corpi sotto l'azione di forze esterne

$$\mathbf{F} = m\mathbf{a}$$



Una Teoria della Gravità dice cosa causa e come si comporta una di queste forze (la Gravità)

$$F = -\frac{GMm}{r^2}$$

Due possibili Principi/Dinamiche

Dinamica classica
(Galileo e Newton, XVII secolo)

Si basa sul **Principio di Relatività di Galileo**:

1. Le leggi della fisica sono le stesse per tutti gli osservatori in moto rettilineo uniforme
2. Per passare da un sistema di riferimento ad un altro si usano le trasformazioni di Galileo, che **sono valide per qualunque velocità**

Dinamica relativistica
(Relatività Speciale, Einstein, 1905)

Si basa sul **Principio di Relatività di Einstein:**

1. Le leggi della fisica sono le stesse per tutti gli osservatori in moto rettilineo uniforme
2. Per passare da un sistema di riferimento ad un altro si usano le trasformazioni di Lorentz, che **richiedono una velocità limite *c* uguale per tutti gli osservatori**

Problemi della Gravità di Newton

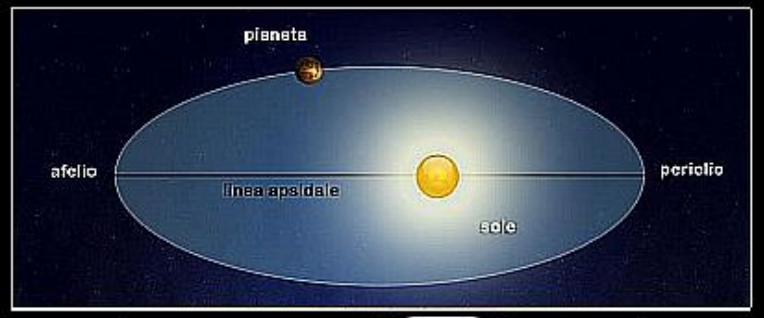
La **Gravità Newtoniana** non è compatibile con la Dinamica Relativistica (Relatività Speciale). Infatti è **inscindibilmente legata al Principio di Relatività Galileiano** e alla Dinamica Classica (Newtoniana).

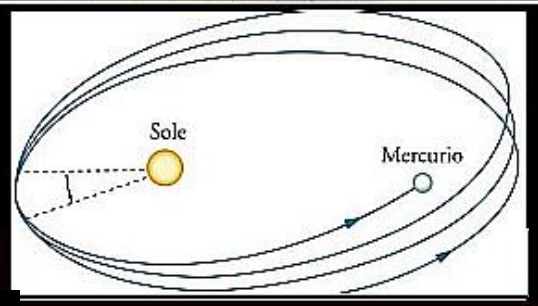
Problemi della Gravità di Newton

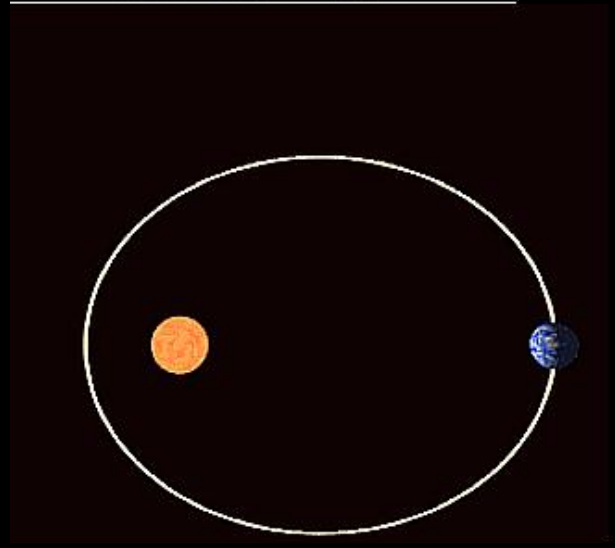
1. Richiede che la Gravità sia un'interazione che si propaga istantaneamente (a velocità infinita) e quindi non è compatibile con la Relatività Speciale.
2. Piccole discrepanze nelle predizioni delle orbite dei pianeti del Sistema Solare.
3. Non prevede il fenomeno della deflessione della luce o, eventualmente, può prevederlo solo per metà del suo effettivo valore, ma in maniera non completamente consistente (teoria corpuscolare della luce).

La precessione del perielio di Mercurio

1. La teoria di Newton prevede che due corpi *isolati* orbitino uno attorno all'altro in una traiettoria perfettamente ellittica.
2. Quando i corpi interagenti sono più di due le traiettorie perfettamente ellittiche vengono perturbate.
3. Nel 1847 Urbain Le Verrier scoprì l'esistenza di Nettuno grazie al fatto che le orbite dei pianeti conosciuti erano diverse da quelle attese.
4. Alla fine del XIX secolo era noto che l'orbita di Mercurio mostrava una *precessione del perielio* di 43''/secolo maggiore di quella prevista.
5. Come per Nettuno, si pensava fosse dovuta ad un pianeta non ancora osservato, ma non si riusciva a trovarlo.







Gravità e Principio di Equivalenza

La Gravità di Newton: massa inerziale e gravitazionale

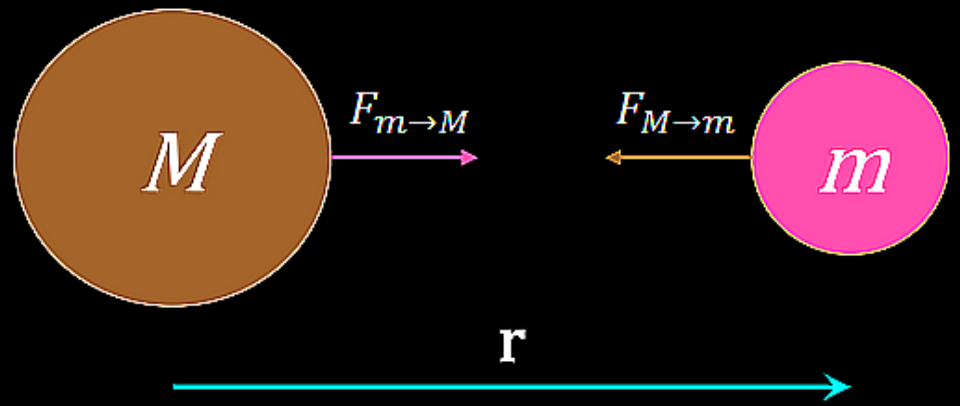
Formulata assieme alla sua Dinamica (1687)

Principio di Equivalenza

$$\mathbf{F} = -G\frac{Mm}{r^2}$$

$$-\mathbf{F} = M\mathbf{a}$$

$$\mathbf{F} = m\mathbf{a}$$



$$\mathbf{a}_M = G\frac{m}{r^2}$$

$$\mathbf{a}_m = -G\frac{M}{r^2}$$

Principio di Equivalenza

Una formulazione alternativa del Principio di Equivalenza

Non esiste esperimento col quale un osservatore possa capire di essere fermo in un campo gravitazionale o in moto accelerato, né di essere in assenza di campo gravitazionale o in caduta libera

Deflessione della luce

Qual è l'effetto della gravità sulla luce?

Dipende…

1. Secondo Newton un oggetto, per risentire della gravità, deve avere una *massa*.
2. Per il Principio di Equivalenza, l'effetto *non dipende da quanto vale questa massa*, basta che ci sia «qualcosa».

$$m\mathbf{a} = \mathbf{F} = -G\frac{Mm}{r^2} \qquad \rightarrow \qquad \mathbf{a}_m = -G\frac{M}{r^2}$$

3. Newton pensava che la luce fosse composta da particelle; per circa un secolo questa fu l'idea prevalente e quindi era normale pensare che la gravità influenzasse la luce, infatti già nel XVIII secolo si affacciò l'idea di *buco nero*. Addirittura nel 1801 Johann von Soldner stimò che un raggio di luce passando vicino al Sole avrebbe dovuto deviare dal suo cammino rettilineo di circa 0.87''.
4. Nello stesso periodo, però, la scoperta dei fenomeni di interferenza fece prevalere la teoria ondulatoria della luce, proposta inizialmente da Hooke alla fine del XVII secolo.
5. Se la luce è un'onda, non ha massa e la gravità non può influire su di essa.

Gravità e Principio di Equivalenza

Deflessione della luce

Può essere spiegata in parte (per metà!) col Principio di Equivalenza: **la gravità è indistinguibile da un sistema di riferimento in moto accelerato**.

$$\delta\alpha = 0$$

$$\delta\alpha = \frac{2GM}{c^2 r} = -\frac{2\Phi}{c^2} = 0.87''$$

$$\delta\alpha = \frac{4GM}{c^2 r} = -\frac{4\Phi}{c^2} = 1.74''$$

Breve storia dell'Astrofisica

- C'è una certa incertezza nella definizione di «Astrofisica»
- «Astrofisica»=«Fisica delle stelle»=«Fisica del cielo»
- Oggetto di studio della «Fisica» sono le «leggi di base» della natura («φύσις» in greco)
- Quindi l'Astrofisica sembrerebbe occuparsi delle leggi naturali che governano il comportamento degli oggetti celesti

- Astronomia deriva da dal Greco «αστρονομία», composto da «ἄρσθομ» (le stelle) e «νόμος» (le leggi).
- Quindi l'Astronomia sembrerebbe occuparsi delle leggi naturali che governano il comportamento degli oggetti celesti!

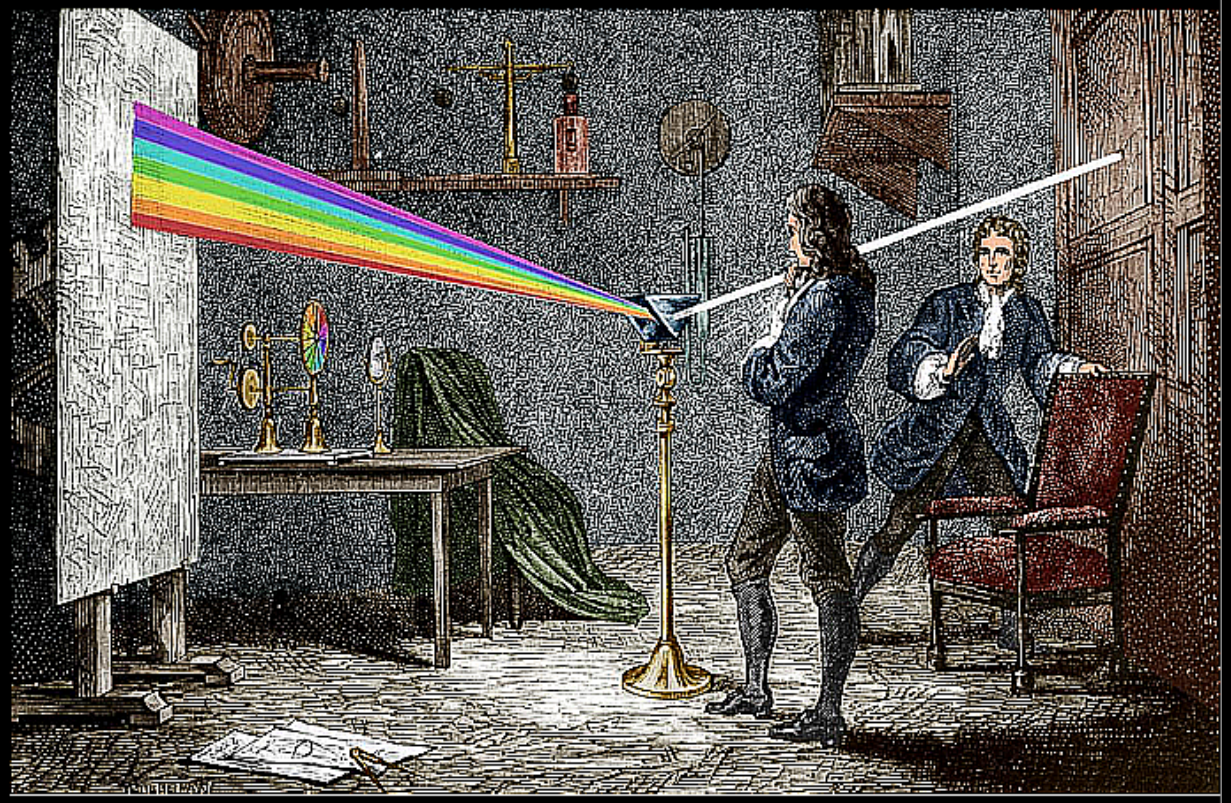
Astronomia

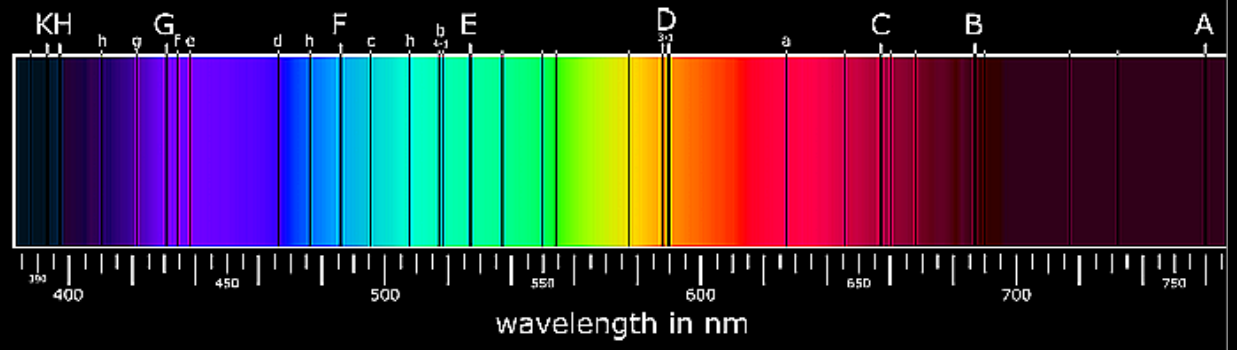
Astrometria e Meccanica Celeste

- L'Astrometria è una scienza antichissima e moderna allo stesso tempo.
- Ipparco di Nicea (circa 200-120 a.C.):
  - Catalogo di 1000 stelle visibili ad occhio nudo
  - Precessione degli equinozi
- La Meccanica Celeste moderna è nata con Newton
  - Legge della Gravitazione Universale unita alla Dinamica Newtoniana
  - Spiegazione delle maree
  - Prosegue nel XVIII e XIX secolo (Laplace, Le Verrier, ecc.)
- Fino all'inizio del XIX secolo l'astronomia era «solo» questo. Poi accadde qualcosa di inaspettato…

Arriva l'«Astrofisica»

- Attorno al 1660 Newton inizia ad effettuare esperimenti sulla propagazione della luce attraverso i prismi, pubblicando i suoi risultati nel 1672.
- Nel 1802 William Wollaston osservò lo spettro della luce solare.
- Nel 1814 Fraunhofer migliorò queste osservazioni e le estese a Sirio, iniziando a classificare le «linee di assorbimento».
- Nel 1859 Kirchhoff e Bunsen capirono che le linee di assorbimento erano associate alla presenza di specifici elementi nella fotosfera delle stelle.





L'Astrofisica apre un mondo nuovo

- Le conseguenze/applicazioni delle osservazioni degli spettri rivoluzionano completamente l'astronomia. Diventa infatti possibile:
  - Stabilire la composizione chimica delle stelle (e di molti altri oggetti celesti).
  - Misurarne la velocità radiale (effetto Doppler).
  - Determinarne la temperatura superficiale.
  - Determinarne la gravità superficiale.
- Tutte queste conseguenze vengono ulteriormente ampliate dall'introduzione della fotografia in campo astronomico.
- Erano però applicazioni distinte dall'astronomia tradizionale, e fornivano informazioni sulla "fisica" degli oggetti celesti. Si iniziò quindi a parlare di "Astrofisica".

Astronomia o Astrofisica?

Al giorno d'oggi l'Astronomia di posizione e l'Astrofisica sono discipline strettamente interconnesse. L'una non può esistere senza l'altra.

Relatività e Astrofisica

Cosmologia

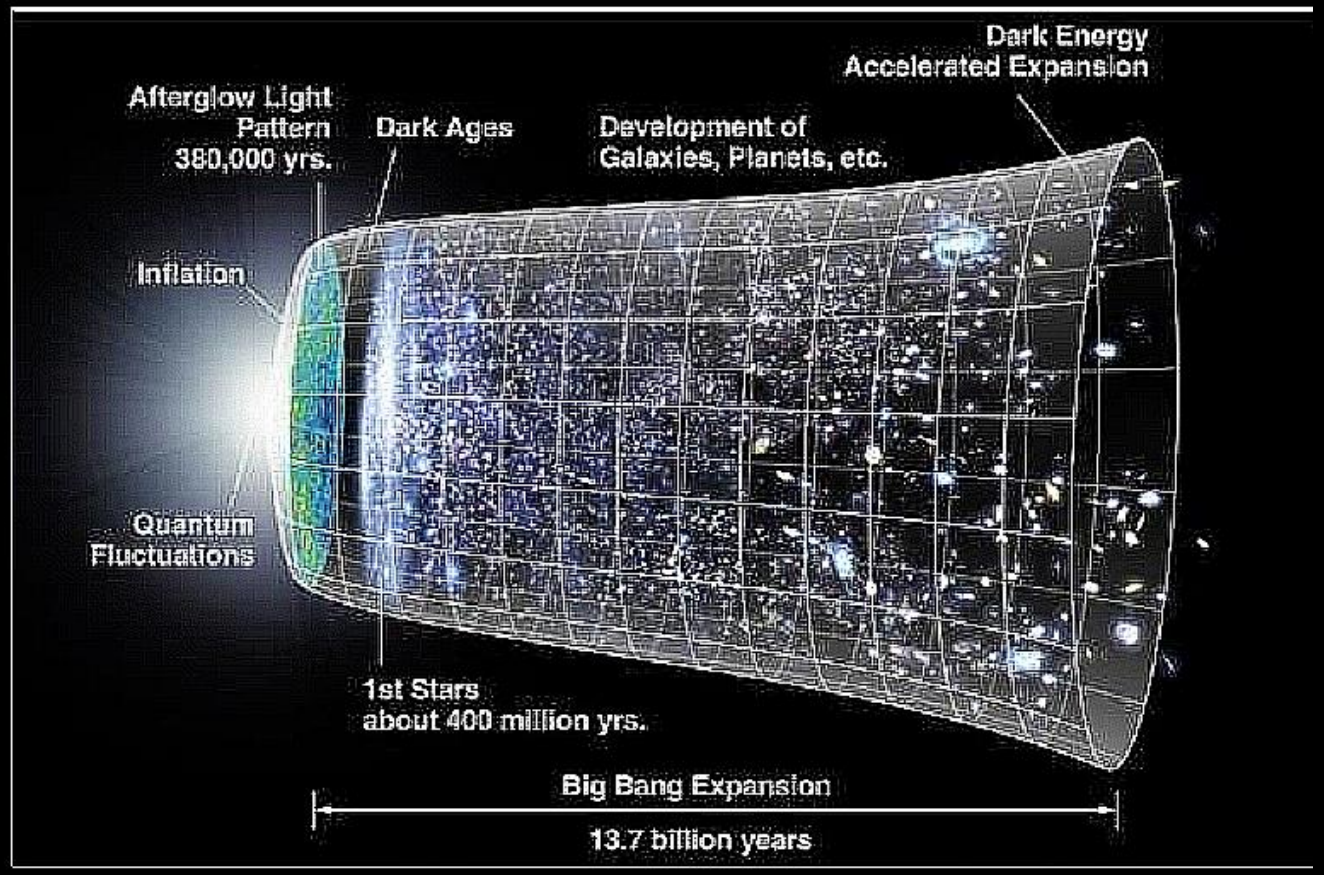
- La Relatività Speciale è stata formalizzata nel 1905. La Relatività Generale nel 1915-1916.
- Nel 1917 Einstein usò la teoria della Relatività Generale per provare a risolvere il problema dell'evoluzione globale dell'Universo sotto l'azione della gravità, dando così inizio alla prima descrizione fisico-matematica della Cosmologia.
- Nel suo modello si ipotizzava un Universo statico, e questo richiedeva l'introduzione di una Costante cosmologica che fosse gravitazionalmente repulsiva, per evitare che l'Universo collassasse su se stesso.

- Tra il 1922 e il 1927 Friedmann e Lemaitre, indipendentemente, dimostrarono che abbandonando l'ipotesi di un Universo statico era possibile trovare altre soluzioni cosmologiche.
- Queste soluzioni prevedevano un Universo in espansione, che iniziò a trovare evidenze sperimentali a partire dal 1929, con le osservazioni di Edwin Hubble.
- Il fenomeno dell'espansione poteva essere spiegato da diversi modelli cosmologici. A partire dalla metà degli anni '60, scoperte come la Radiazione Cosmica di Fondo portarono all'accettazione del modello del Big Bang.

- Il modello del Big Bang originale poneva delle questioni non facilmente risolvibili: il Problema dell'orizzonte e il problema della formazione delle strutture cosmiche.
- Attualmente questi problemi sono spiegati con dei meccanismi (Inflazione e Materia Oscura) che sono entrati a far parte del cosiddetto Concordance Model della cosmologia.
- Una ventina di anni fa osservazioni di oggetti estremamente remoti hanno evidenziato l'esistenza di un moto di espansione accelerata ai confini dell'Universo osservabile.
- Questo fenomeno non è spiegabile all'interno della Relatività Generale a meno di non ipotizzare l'esistenza di un'entità, detta Energia Oscura, gravitazionalmente repulsiva.

Cosmologia

Il modello cosmologico attualmente più popolare, il cosiddetto ΛCDM, è appunto quello che utilizza l'Inflazione, ma Materia e l'Energia Oscura nel quadro della Relatività Generale.



Astrofisica, Cosmologia e Relatività

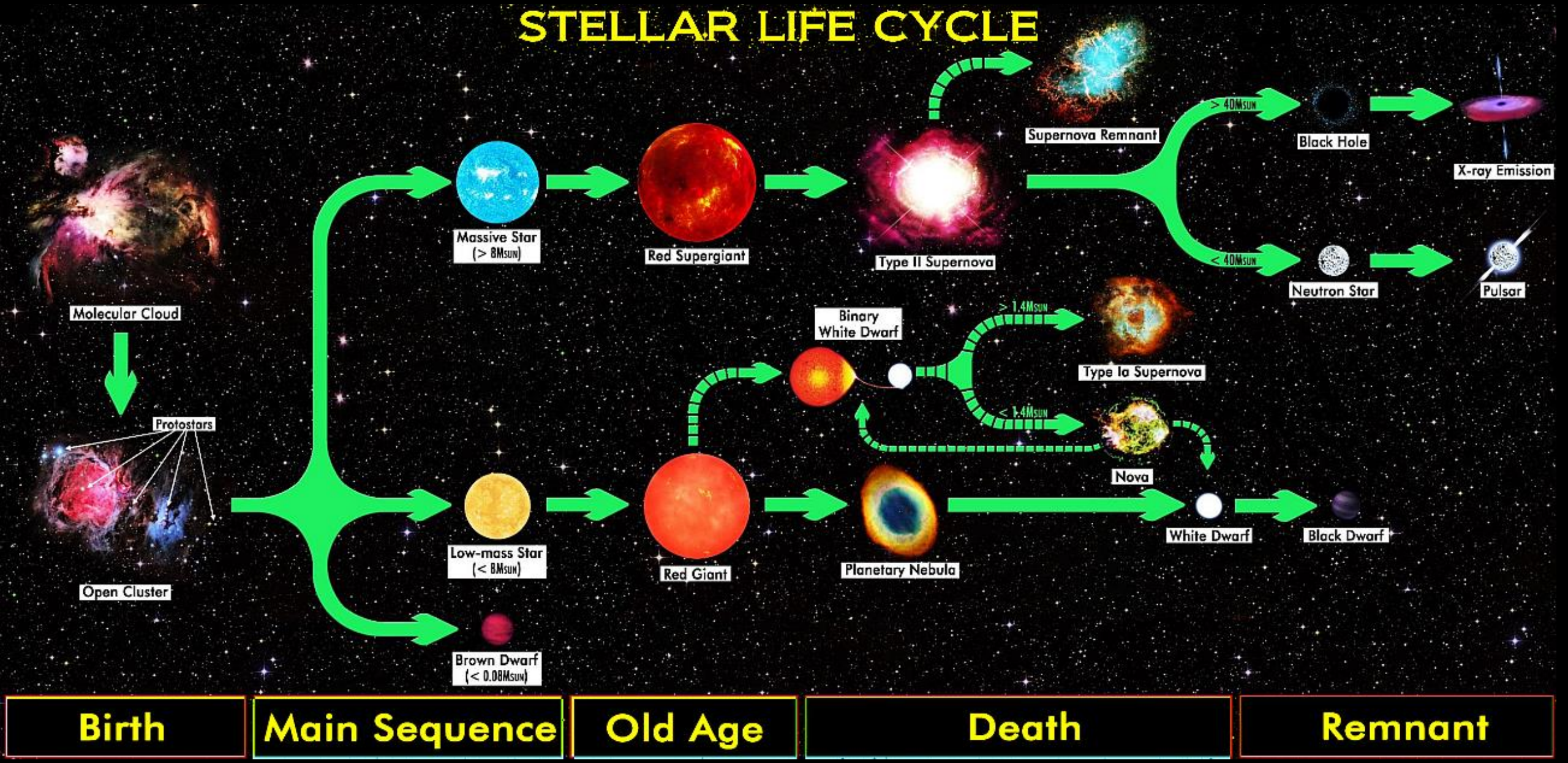
Non possiamo affermare che la Cosmologia attuale sia una teoria consolidata, tuttavia una cosa è certa…

La Relatività Generale non solo è necessaria per spiegare l'Universo su scala globale (*Cosmologia*) ma ha letteralmente «generato» questa nuova branca dell'Astrofisica.

Oggetti esotici

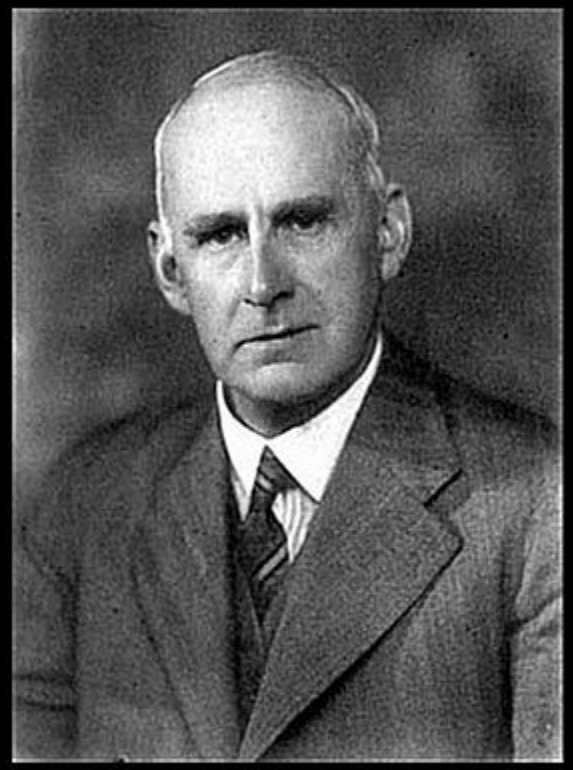
Cosa impedisce alla massa di un oggetto di cadere indefinitamente su se stessa?

- Pianeti: repulsione elettrostatica
- Stelle con reazioni nucleari attive: pressione termica
- Nane bianche: pressione di degenerazione degli elettroni
- Stelle di neutroni: pressione di degenerazione dei neutroni (supposta)


STELLAR LIFE CYCLE
Molecular Cloud
Protostars
Open Cluster
Massive Star
(> 8Msun)
Red Supergiant
Type II Supernova
Supernova Remnant
> 40Msun
Black Hole
X-ray Emission
< 40Msun
Neutron Star
Pulsar
Binary
White Dwarf
> 1.4Msun
Type Ia Supernova
< 1.4Msun
Nova
Low-mass Star
(< 8Msun)
Red Giant
Planetary Nebula
White Dwarf
Black Dwarf
Brown Dwarf
(< 0.08Msun)
Birth
Main Sequence
Old Age
Death
Remnant

Il limite di Chandrasekhar

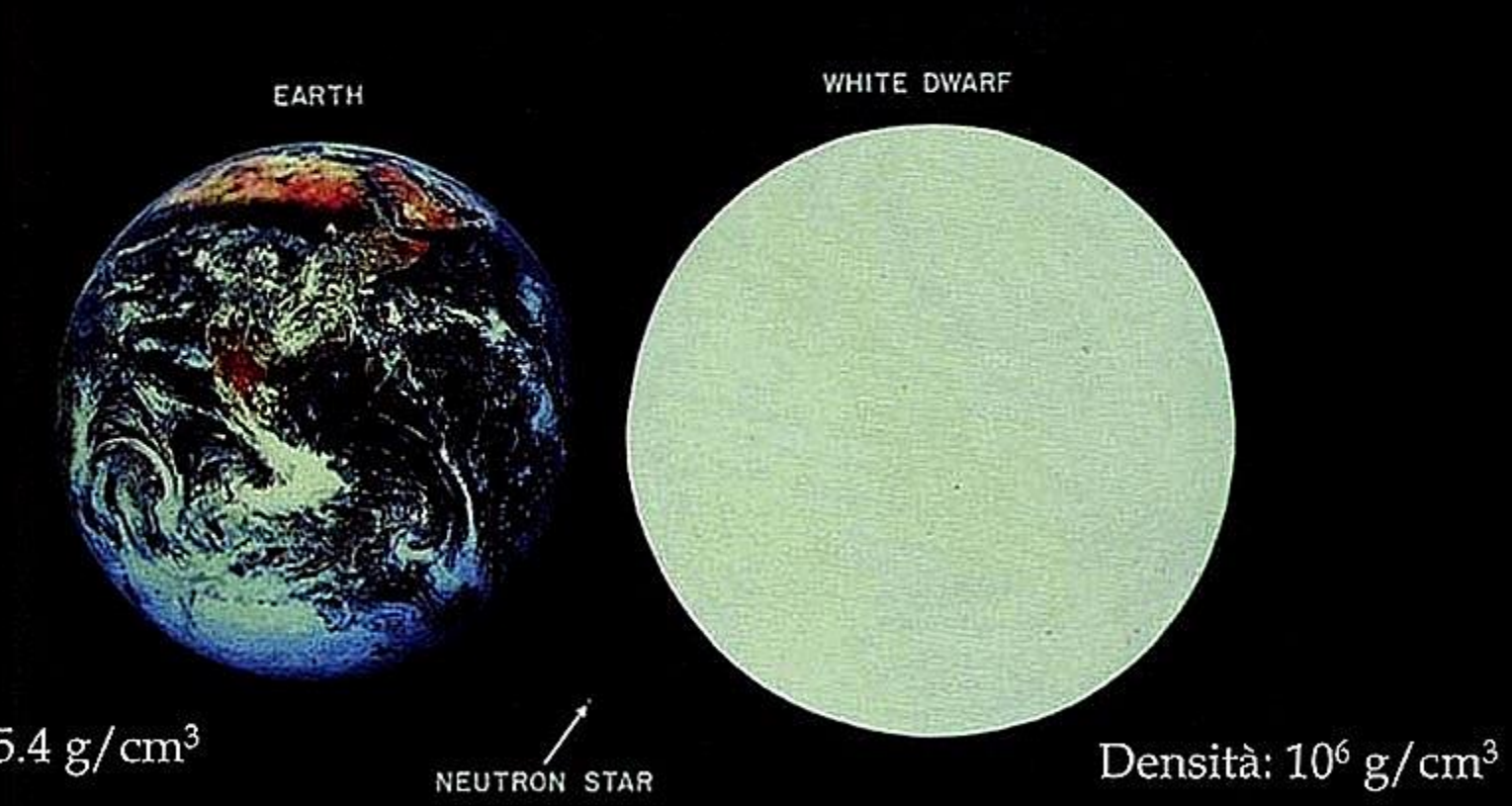
Sir Arthur Eddington (1882-1944)



Subrahmanyan Chandrasekhar (1910-1995)

Chandrasekhar dimostrò che esiste un limite superiore (1.4 masse sola
per l'esistenza di una nana bianca; al di sopra il collasso è inevitabile.
Questo sembrava impossibile all'autorità dell'epoca, Arthur Eddingto
"I think there should be a law of Nature to prevent a star from behavir
in this absurd way!" (1935)

Nana bianca



Densità: 5.4 g/cm^3

Densità: 10^6 g/cm^3

Stelle di neutroni e buchi neri

Densità di un buco nero con la massa del Sole: 10^{16} g/cm

Densità di un buco nero un miliardo di volte più massiccio del Sole: 0.01 g/cm^3

Manhattan
(spaceimaging.com)

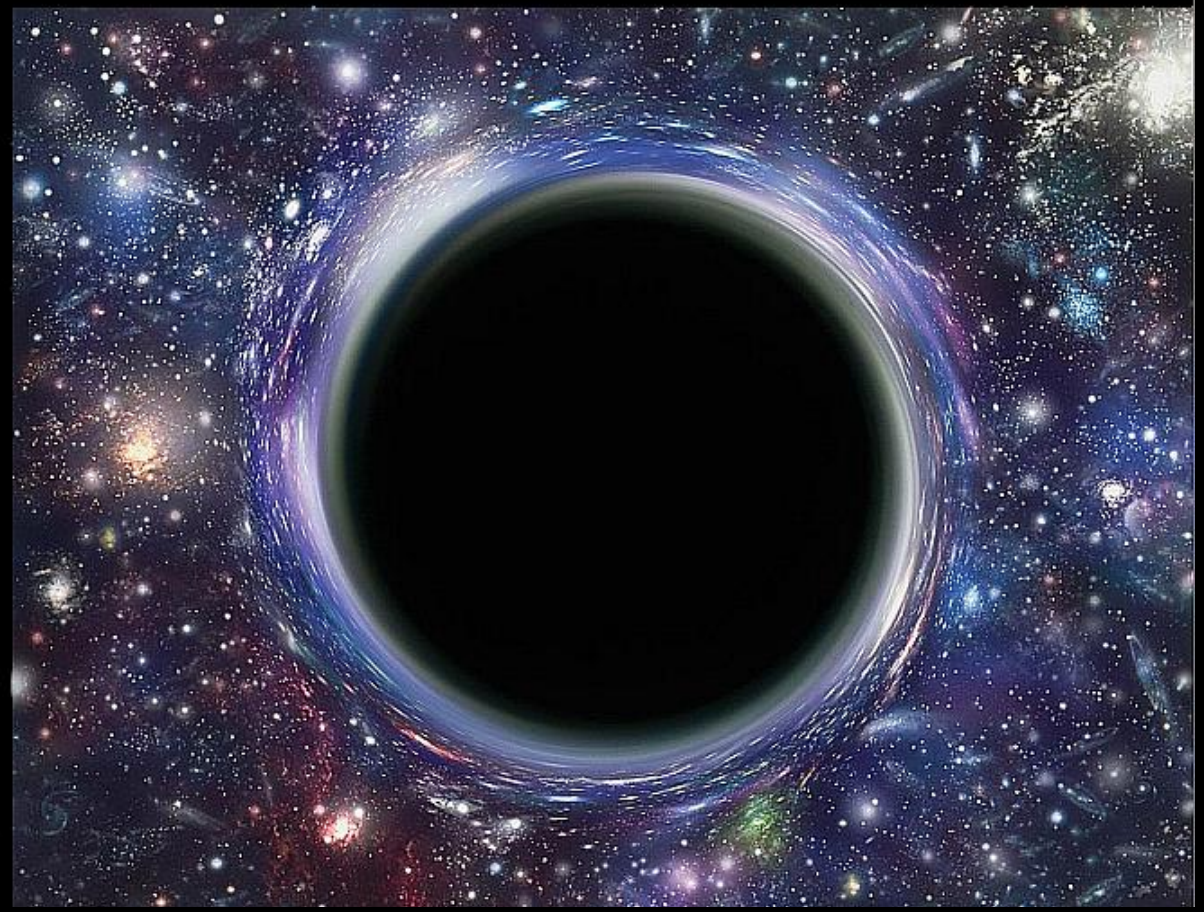
Neutron Star
$M=1.5\ M_{sun}$
$R \approx 10$ km

Densità: 10^{15} g/cm^3

Black Hole
$M = 1.5\ M_{sun}$
$R_S = 4.5$ km

Buchi Neri

- Se una stella inizialmente ha una massa superiore a qualche decina di masse solari non si conosce nessun meccanismo che possa fermare il suo collasso gravitazionale una volta esaurito il combustibile che alimenta le sue reazioni nucleari
- Si forma un Buco Nero, un oggetto la cui fisica è comprensibile solo nell'ambito della Relatività Generale



Come ci apparirebbe un buco nero

La soluzione di Schwarzschild

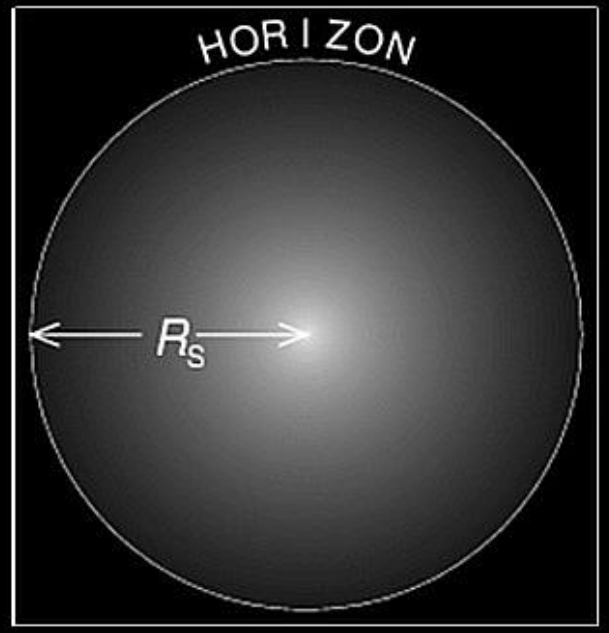
Nel 1916 l'astrofisico Karl Schwarzschild trova per primo una soluzione alle equazioni della relatività di Einstein per un oggetto sferico, statico e immerso in uno spazio vuoto. Se l'oggetto è concentrato entro un raggio critico, allora nulla, neanche la luce, può più uscirne.

Karl Schwarzschild (1873-1916)

Raggio di Schwarzschild

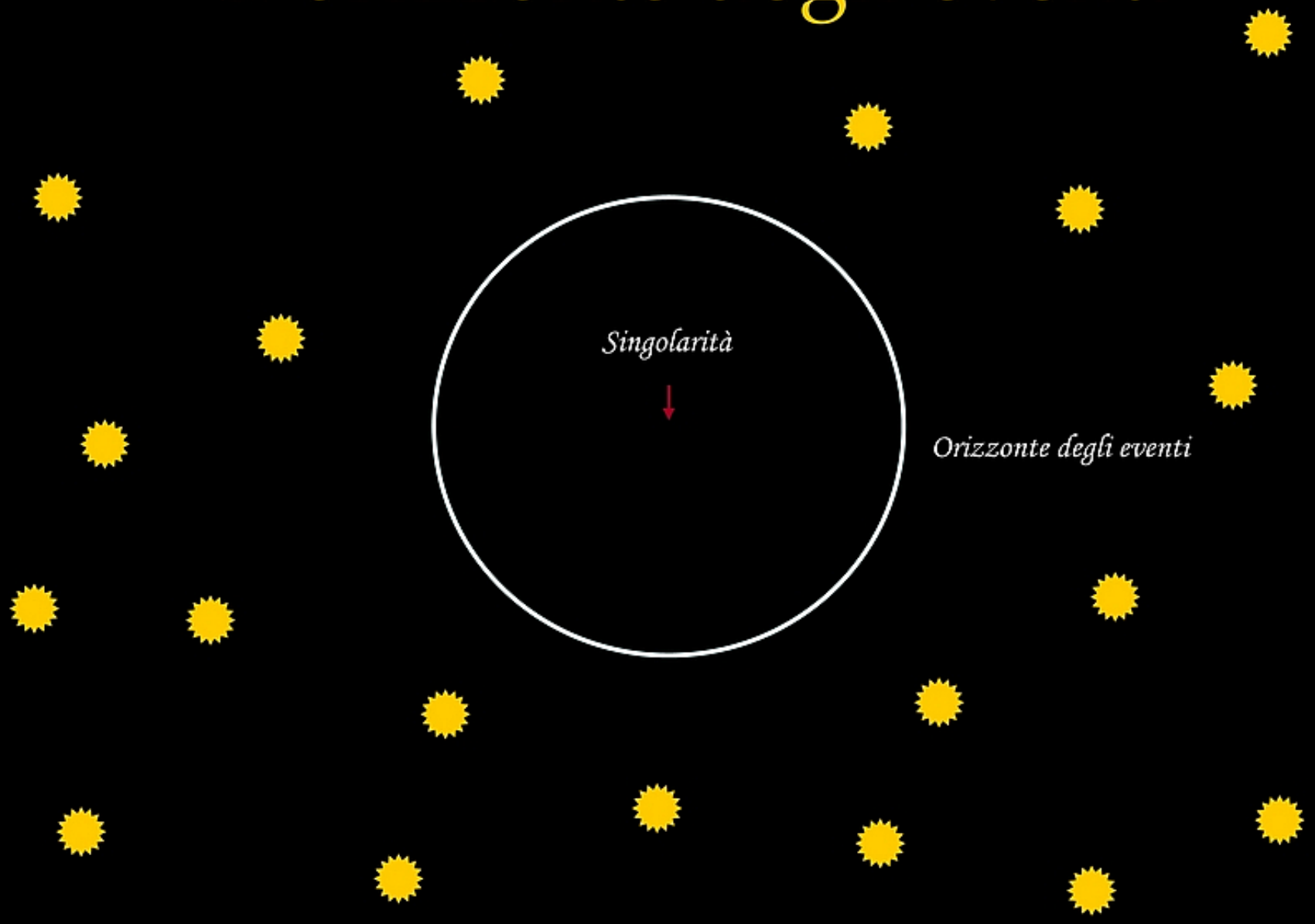
$$R_s = \frac{2GM}{c^2}$$

$$R_s(km) \approx 3 \times \frac{M_{stella}}{M_{Sole}}$$

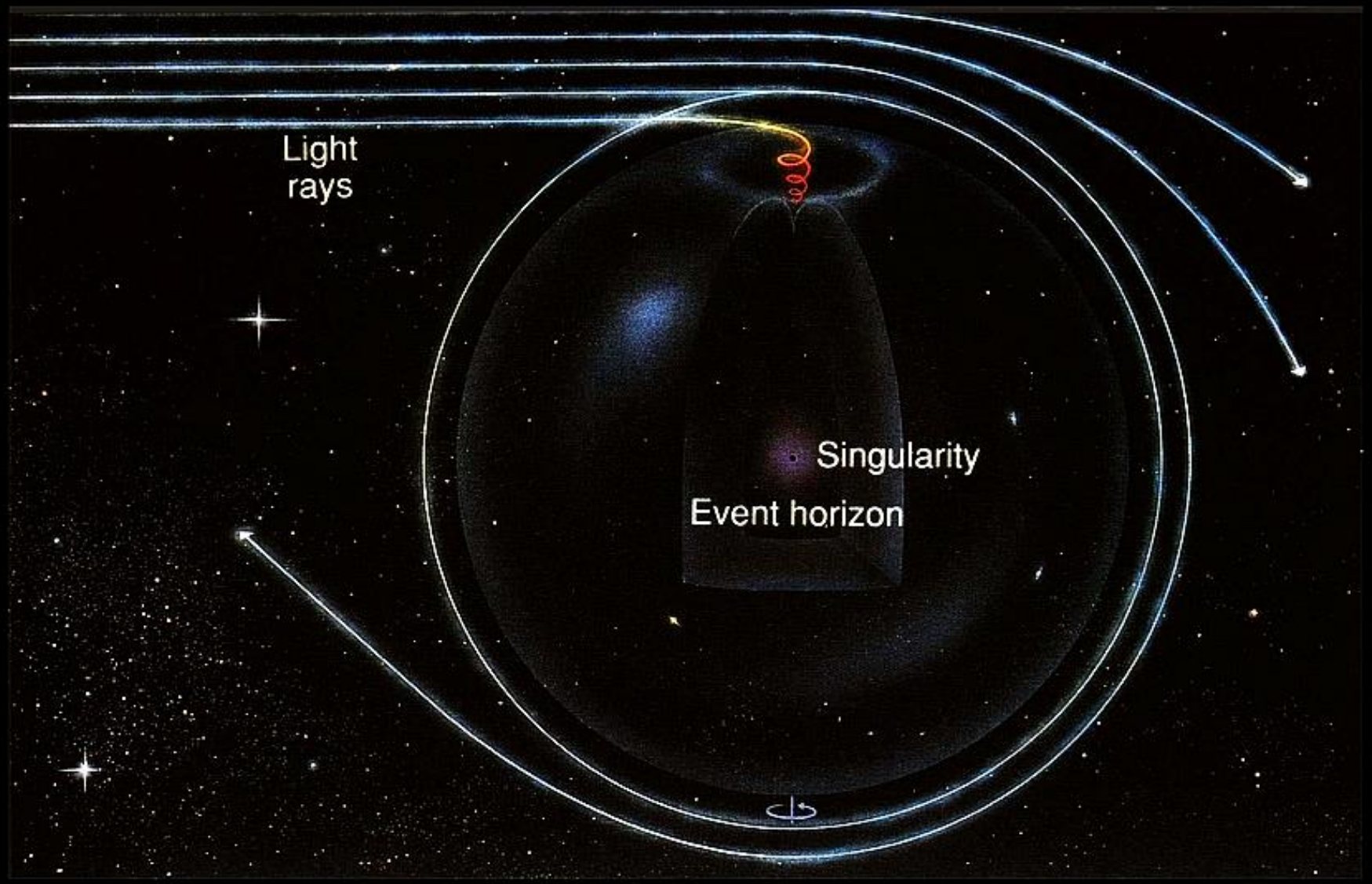


Nel 1967, Wheeler li battezza buchi neri

L'orizzonte degli eventi



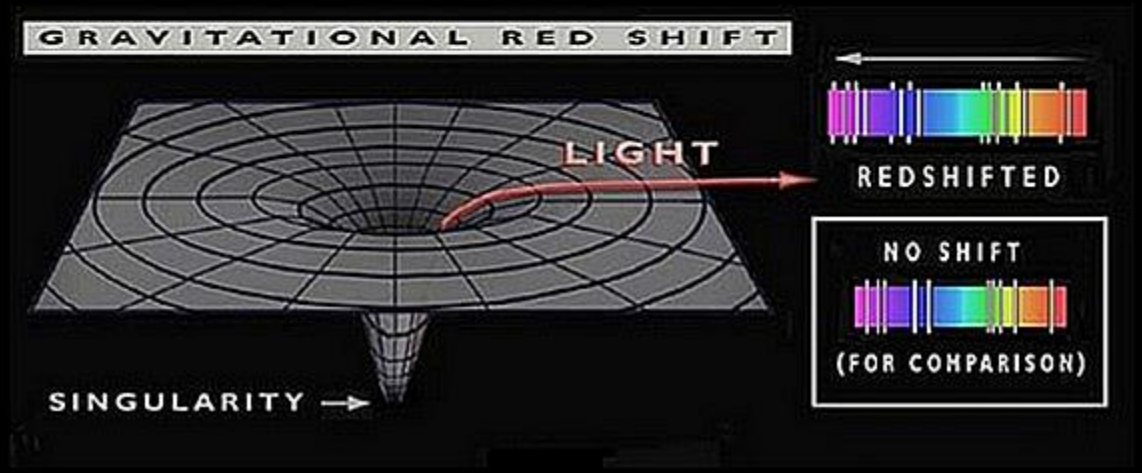
Deviazione dei raggi di luce



Caduta in un buco nero

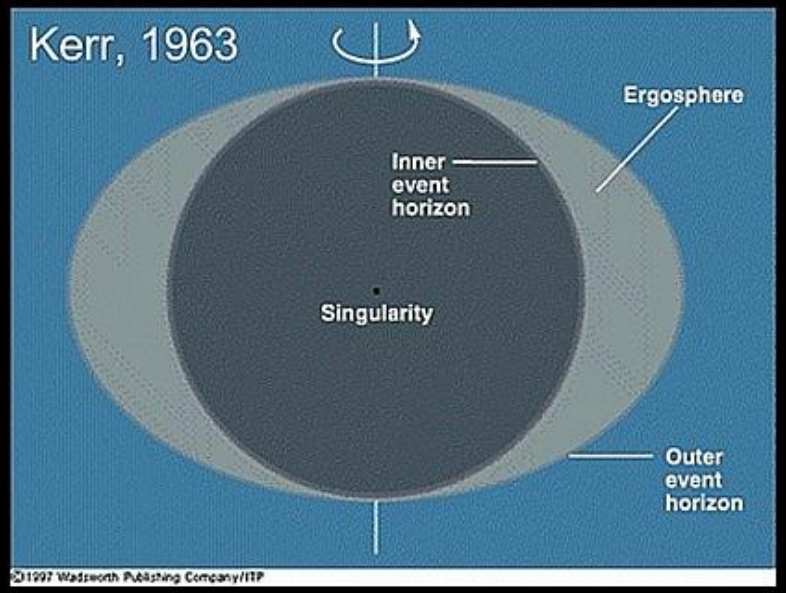
Visto da un osservatore esterno, il tempo di caduta sull'orizzonte di un buco nero è infinito.

Un osservatore che cade in un buco nero misura invece un tempo finito di caduta nella singolarità.



- **Kerr**: *rotante*
  - massa *M*
  - momento angolare *J*

Buco nero in rotazione



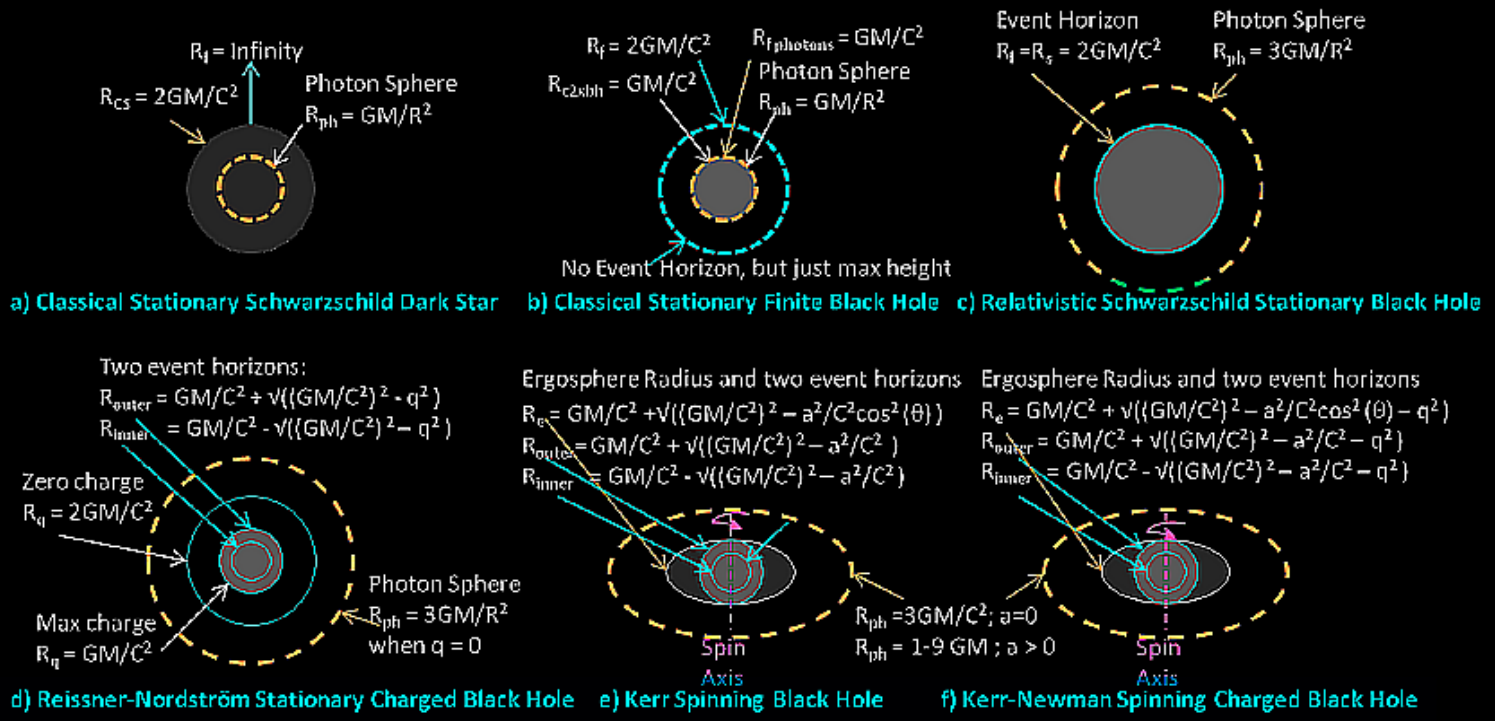
Si può entrare e uscire dall'ergosfera di un buco nero.

Nell'ergosfera è impossibile seguire una traiettoria radiale diretta verso il buco nero: lo spazio-tempo è trascinato dal moto di rotazione.

Tutta l'energia associata alla rotazione di un buco nero si trova immagazzinata nell'ergosfera e può dunque essere estratta.

Black Hole Radii Equations

Black Hole Description	Event Horizon Radius (or Ergosphere Radius)	Maximum Height R_f	Photon Sphere R_{ph}
Classical Schwarzschild	$R_{cs} = 2GM/C^2$	$R_f = Infinity$	$R_{ph} = GM/C^2$
Classical finite (twice) height	$R_{c2xbh} = GM/C^2$	$R_f = 2GM/C^2$	$R_{ph} = GM/C^2$
Relativistic Schwarzschild	$R_s = 2GM/C^2$	$R_f = 2GM/C^2$	$R_{ph} = 3GM/C^2$
Relativistic Charged	$R_q = GM/C^2 + / - \sqrt{((GM/C^2)^2 - q^2)}$	$R_f = 2GM/C^2$	$R_{ph} = 3GM/C^2$
Relativistic Spinning Kerr	$R_{spin} = GM/C^2 + \sqrt{((GM/C^2)^2 - a^2/C^2 * cos^2(\theta))}$	$R_f = 2GM/C^2$	$R_{ph} = 1 - 9GM/C^2$
Relativistic Spinning Charged	$R_{spinq} = GM/C^2 + \sqrt{((GM/C^2)^2 - a^2/C^2 * cos^2(\theta) - q^2)}$	$R_f = 2GM/C^2$	$R_{ph} = 1 - 9GM/C^2$



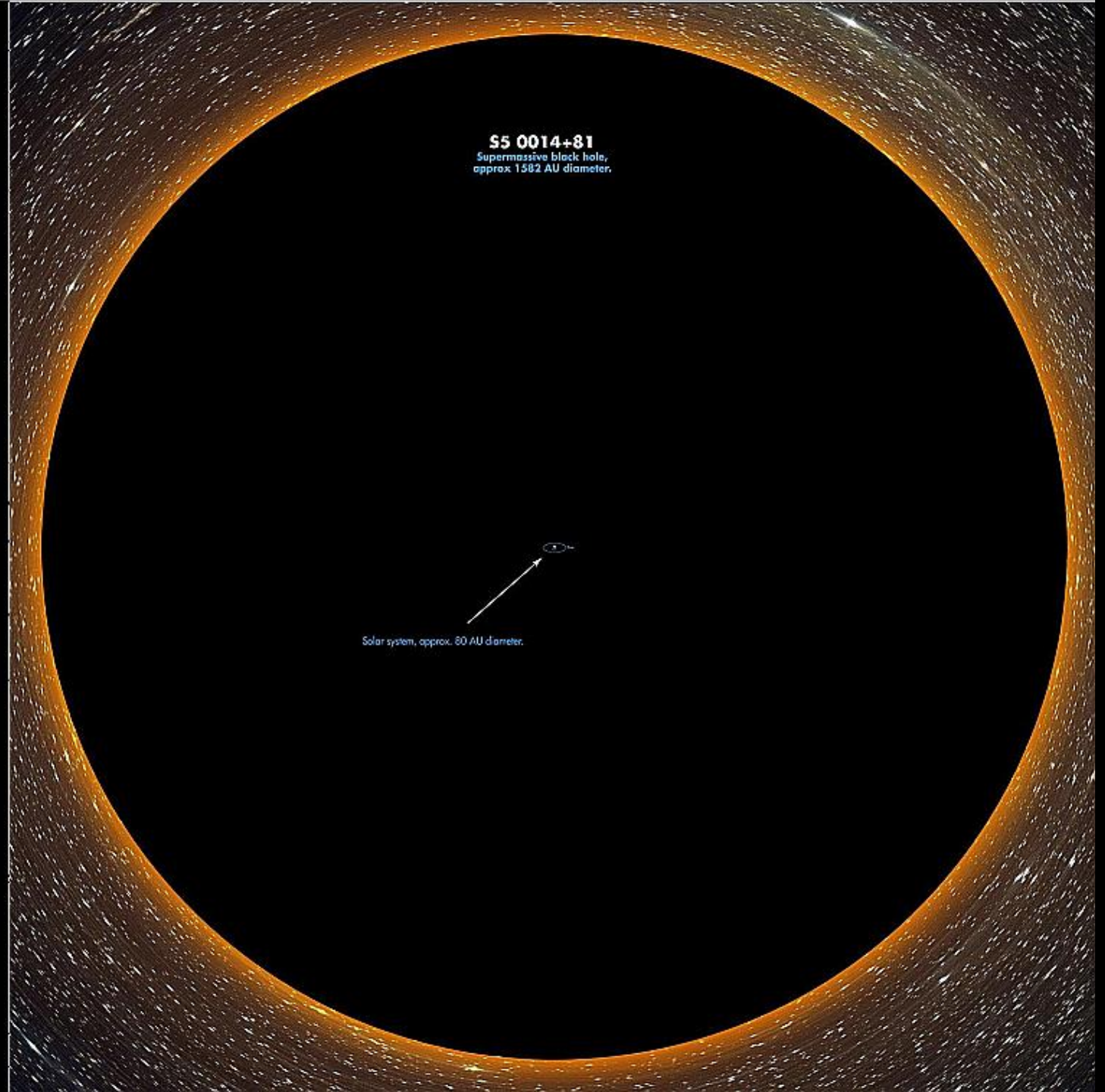
Buchi neri non stellari

Buchi neri di massa intermedia (IMBH): 100 – 100mila di masse solari

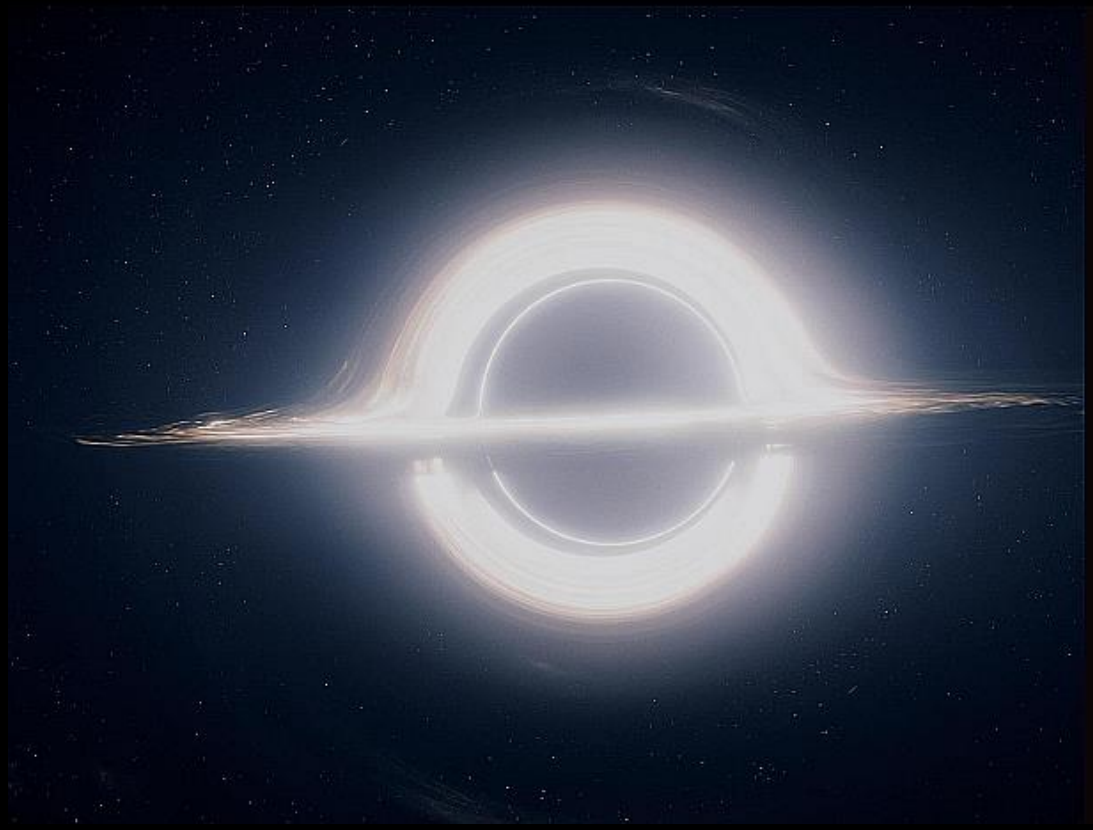
Buchi neri supermassivi (SMBH): 100mila – 1 miliardo di masse solari

I SMBH possono essere veramente grossi!

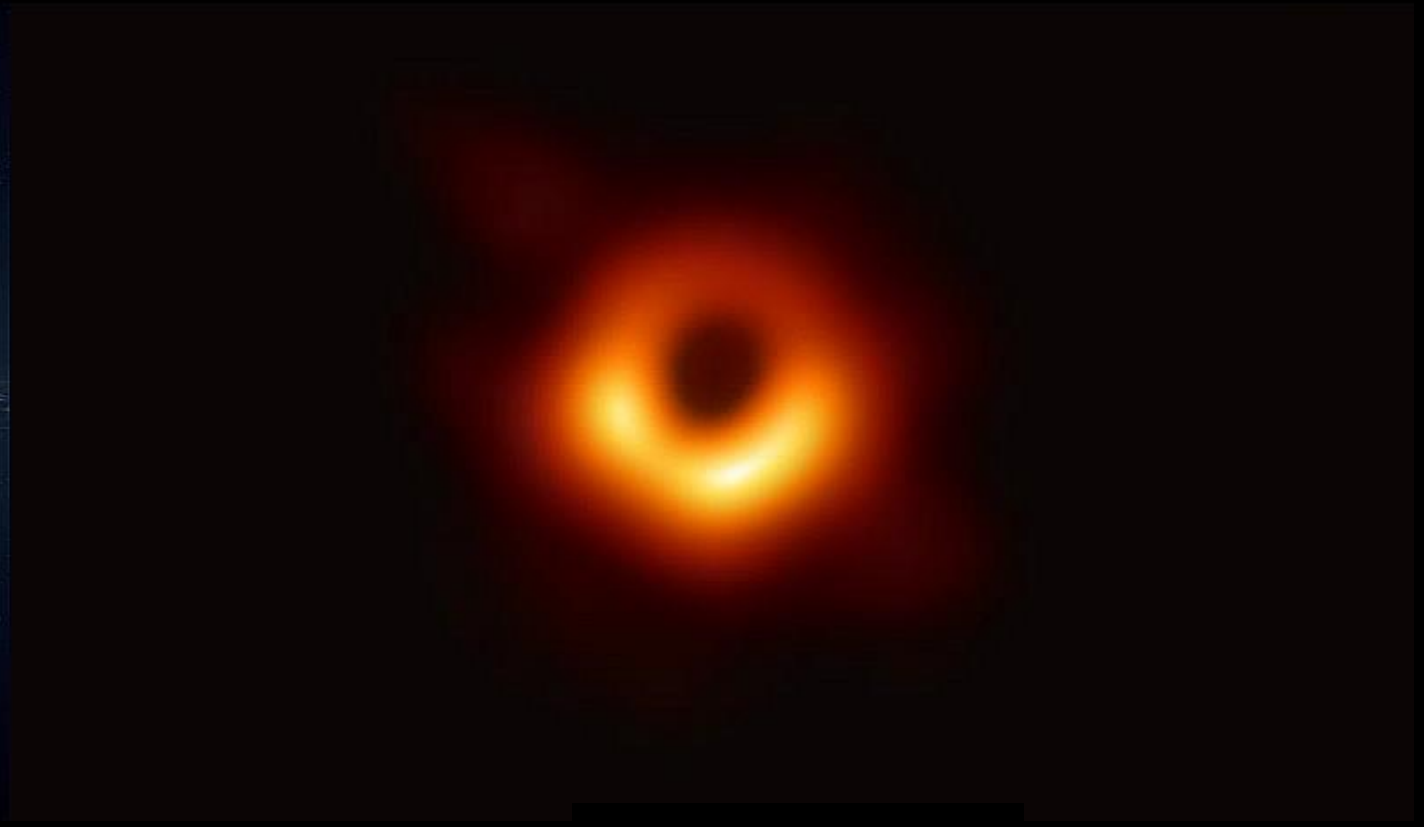
Costellazione Cefeo
S5 0014+81:
$M \sim 4 \cdot 10^{10} M_s$ e
$R \sim 2.4 \cdot 10^{11}$ km



Come apparirebbe un buco nero da «vicino»



Come è stato «fotografato»



M87

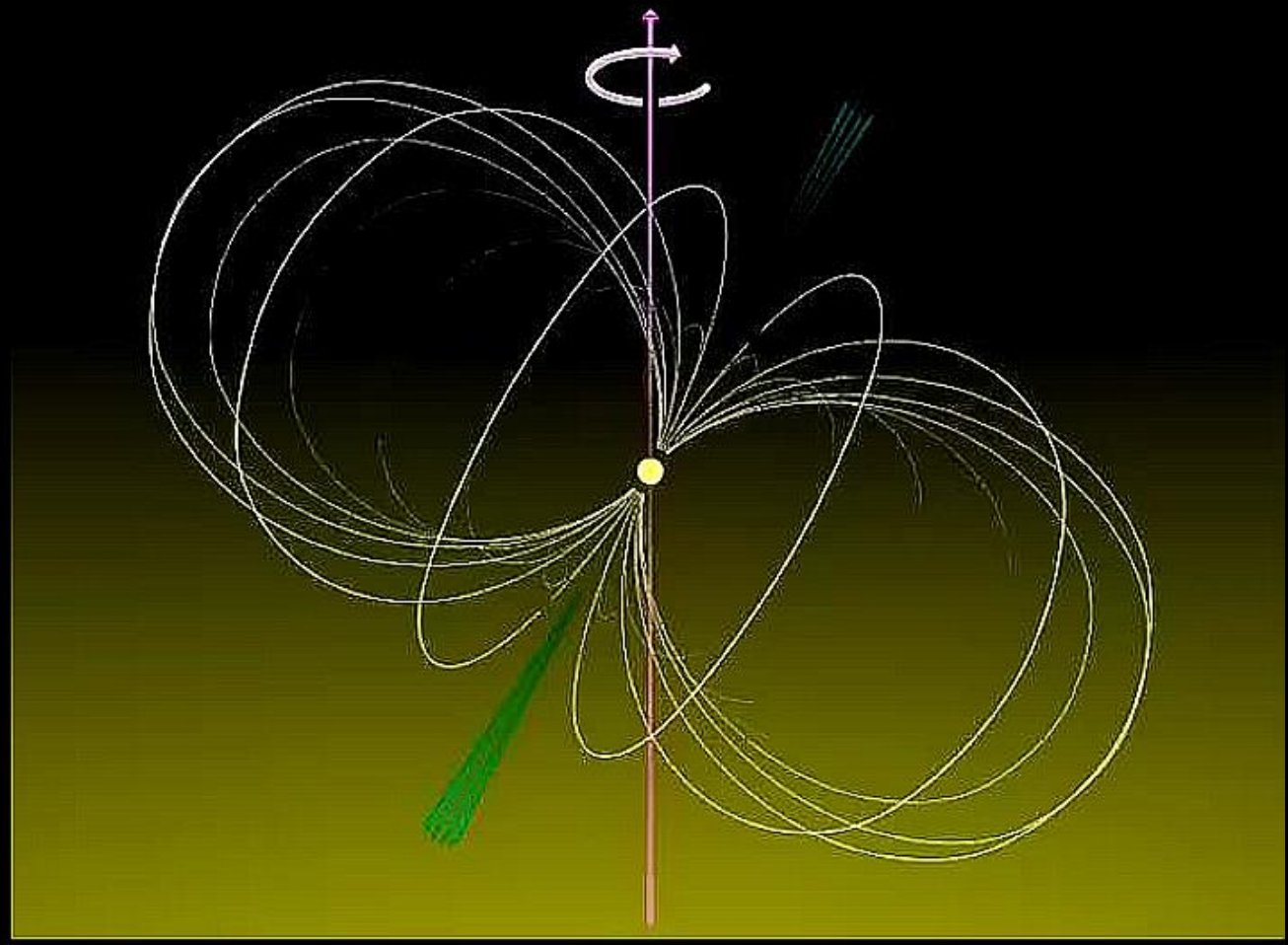
- Le immagini mostrano un «disco di accrescimento» attorno ad un buco nero supermassiccio
- Tipicamente questi oggetti si trovano al centro di galassie denominate «Active Galactic Nuclei», o AGN. Ce ne sono di molti tipi:
  - QSO
  - Blazar
  - Gallassie di Seyfert
  - Radiogalassie
- Molti di questi oggetti sono caratterizzati dall'emissione di getti di particelle estremamente energetici. Sono tra i fenomeni più efficienti conosciuti di conversione energetica.

Pulsar

- Le stelle che, collassando, si trasformano in stelle di neutroni, acquisiscono una velocità di rotazione elevatissima, con periodi che vanno da pochi secondi a pochi millisecondi. La pulsar più veloce conosciuta ha un periodo di circa 1.4 millisecondi, e la sua velocità alla superficie è di circa 0.24*c*.
- Il fenomeno si spiega con la conservazione del momento angolare, ed è analogo a quello delle pattinatrici che ruotano su se stesse chiudendo le braccia. La stella originariamente ruota su se stessa, quando si contrae è come se «chiudesse le braccia».

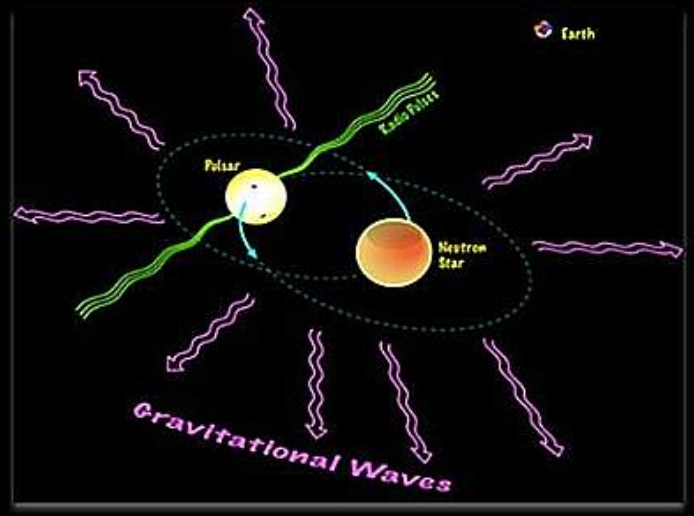
Pulsar

- Le pulsar hanno fortissimi campi magnetici (da migliaia a miliardi di volte maggiori dei più forti campi magnetici generati in laboratorio)
- Si pensa che vicino ai poli avvenga l'emissione di elettroni, catturati dal campo magnetico e spinti a formare un fascio di radiazioni elettromagnetiche
- Questi campi magnetici non sono allineati con l'asse di rotazione della stella, per cui vediamo il getto attraversare periodicamente la nostra linea di vista

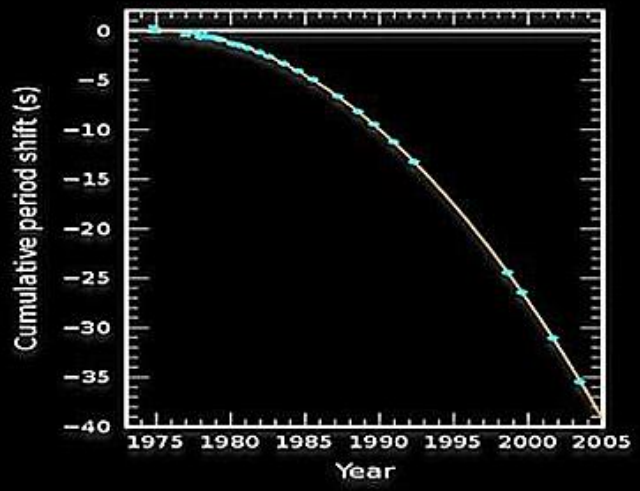


Onde gravitazionali

- Nel 1916 Einstein pubblicò un articolo in cui, sulla base della teoria della Relatività Generale appena pubblicata, si prediceva l'esistenza di onde gravitazionali



Hulse-Taylor Binary

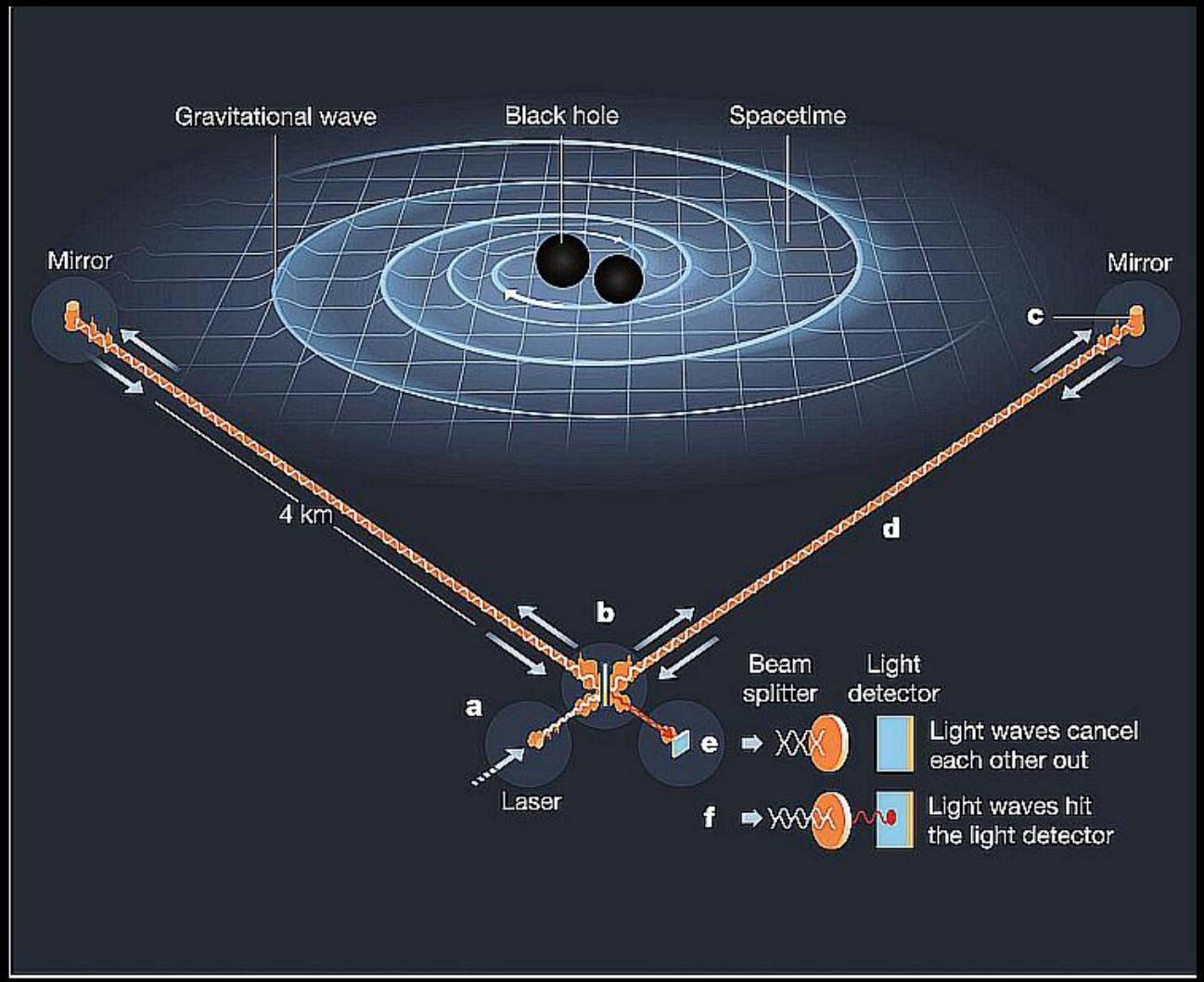


Calculated Slowing Down

- La prima rilevazione indiretta delle onde gravitazionali è del 1993, con l'osservazione del decadimento dell'orbita di una pulsar binaria (PRS B1913+16)

Onde gravitazionali

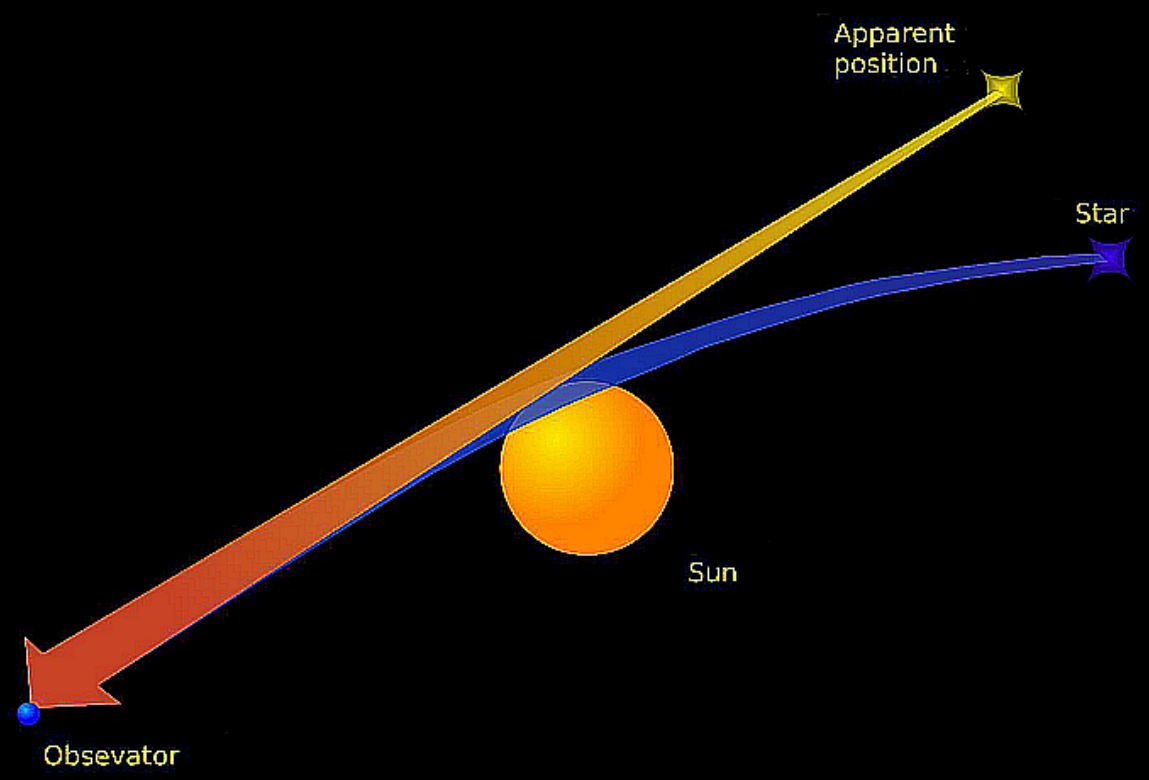
- Nel 1916 Einstein pubblicò un articolo in cui, sulla base della teoria della Relatività Generale appena pubblicata, si prediceva l'esistenza di onde gravitazionali



- La prima rilevazione diretta è invece del 2015, con l'osservazione della fusione di due buchi neri stellari

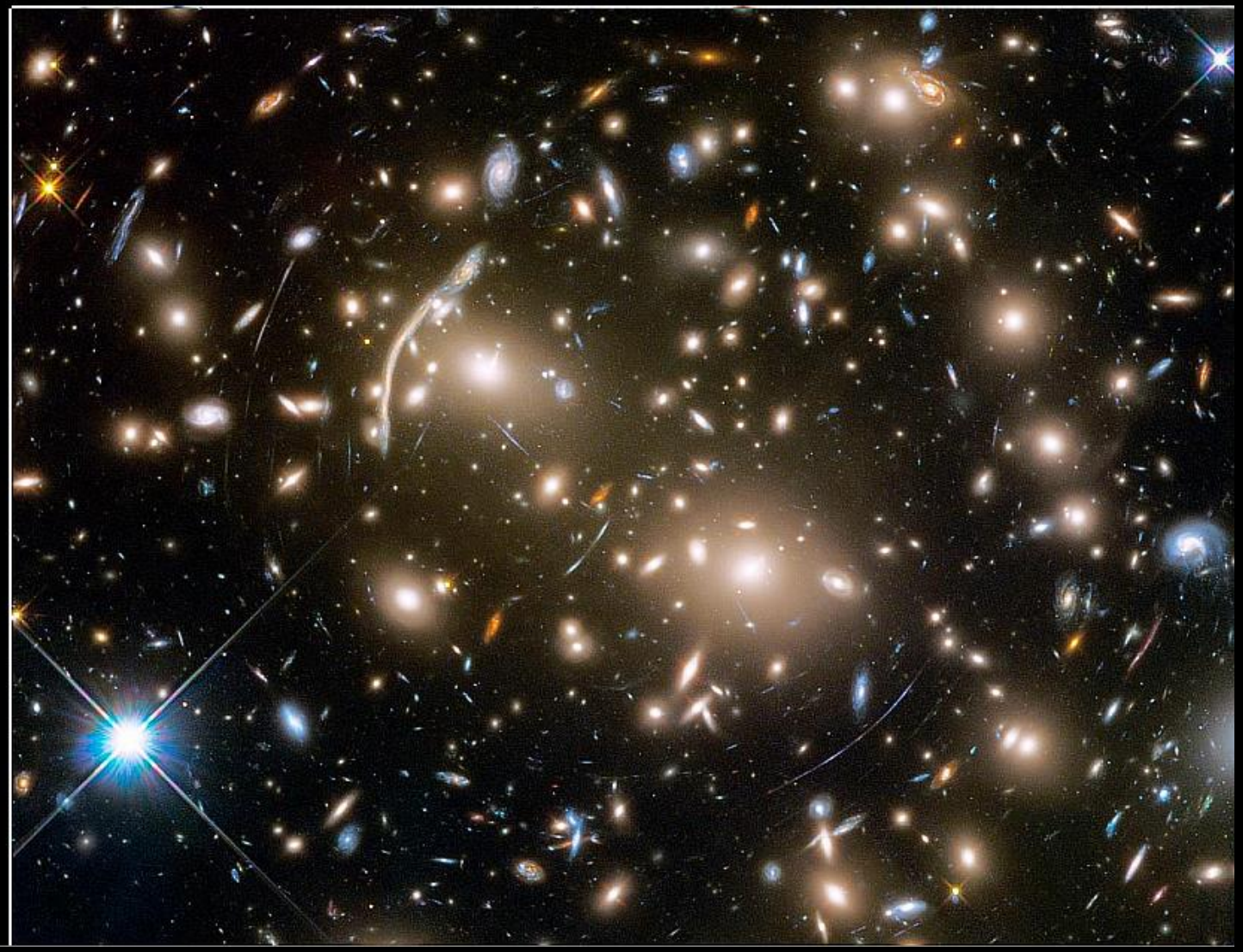
Deflessione gravitazionale della luce

- La prima previsione della Relatività Generale ad essere stata verificata fu quella della deflessione gravitazionale della luce, nel 1919.
- Questo fenomeno è fondamentale in astrofisica, sia nella sua interpretazione «ristretta» che per l'astronomia di posizione ad altissima precisione.



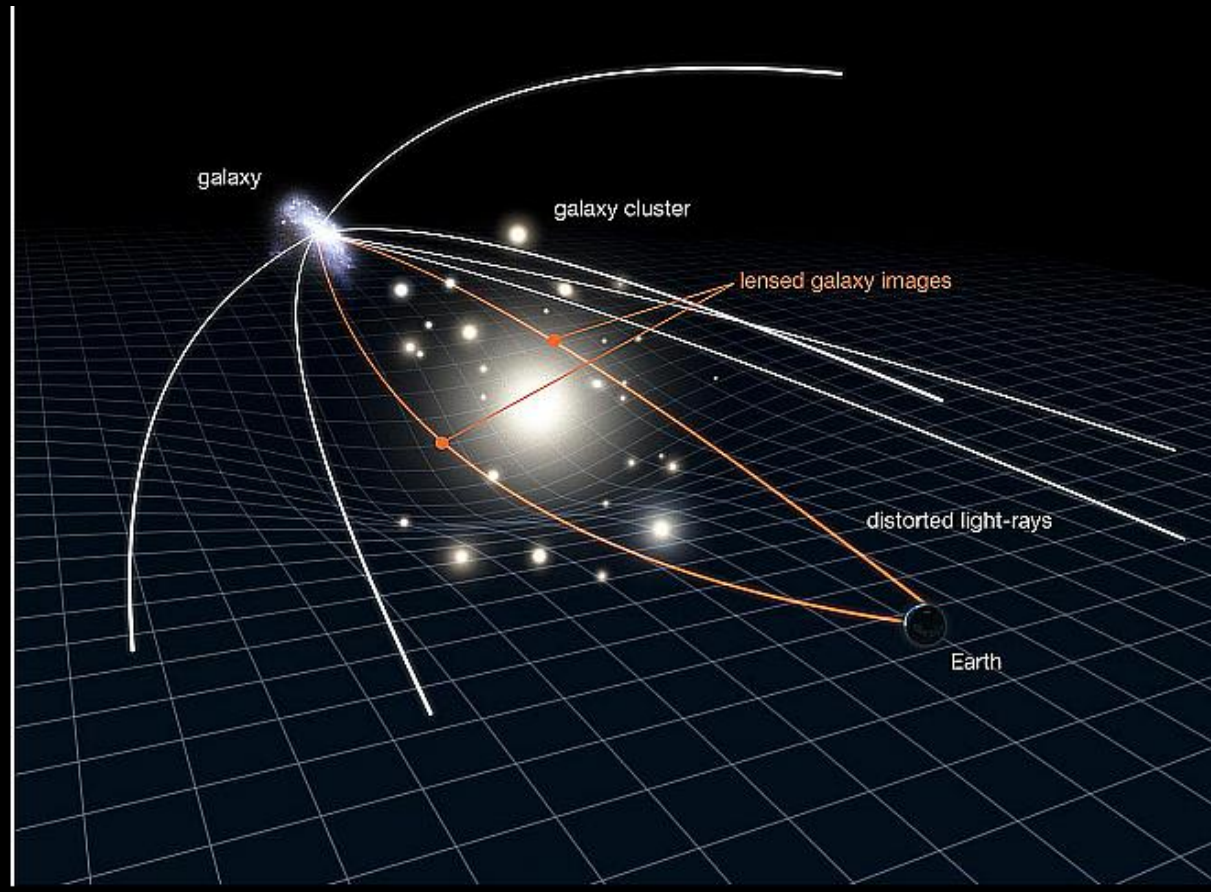
Le lenti gravitazionali

- L'immagine di destra è uno spettacolare effetto dovuto alla deflessione gravitazionale della luce chiamato «lente gravitazionale»



Le lenti gravitazionali

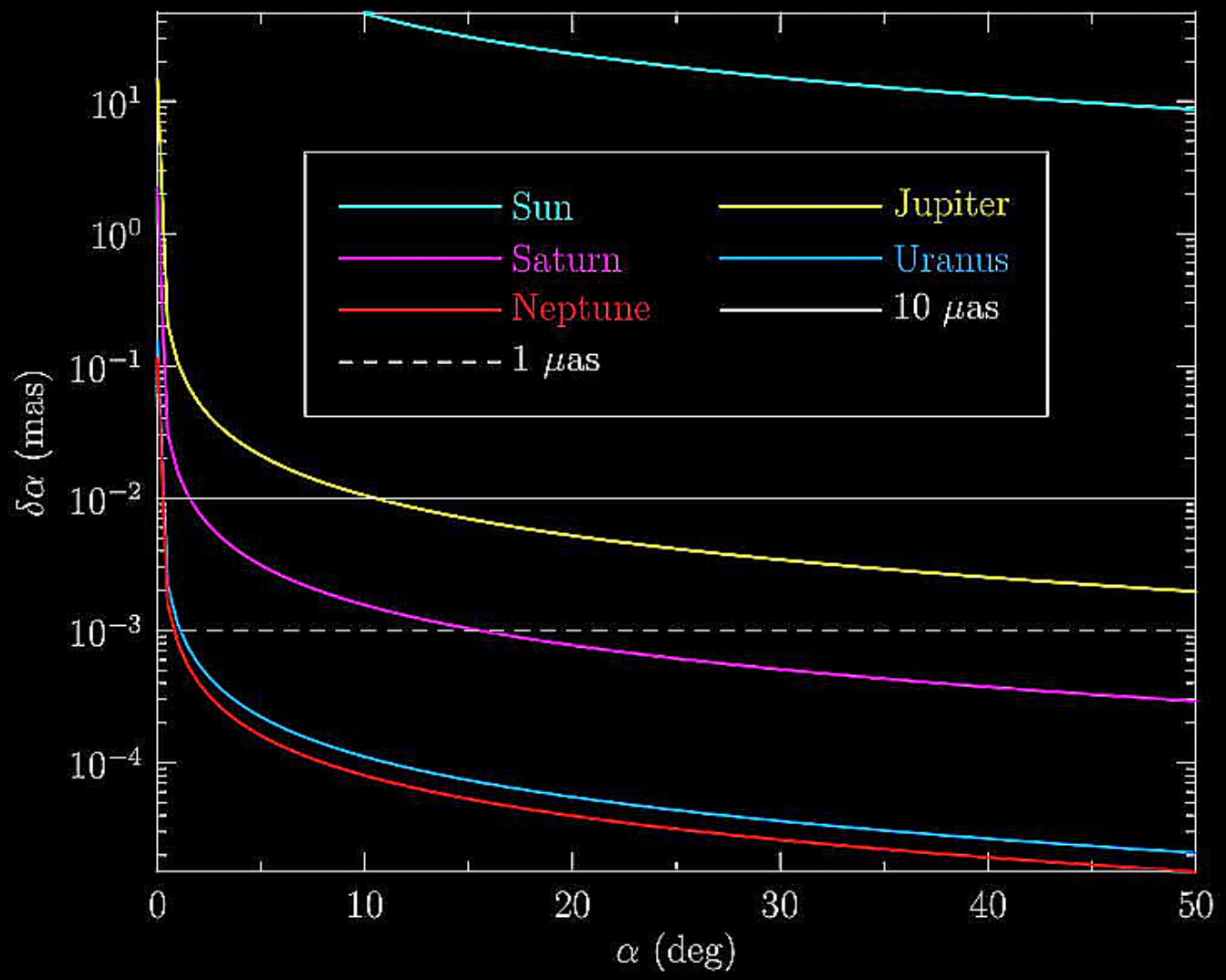
- Grosse concentrazioni di materia, come ammassi di galassie, curvano la luce di altri oggetti che gli stanno prospetticamente dietro, distorcendoli
- Inoltre, come avviene per le lenti dei cannocchiali, la concentrano in una regione relativamente piccola, rendendo visibili oggetti molto lontani
- L'ammontare della distorsione dipende da quanta massa è contenuta nella lente (ammasso di galassie)



Questo è uno dei fenomeni che sono stati usati per stimare la massa complessiva di remoti ammassi di galassie, che viene portata come prova dell'esistenza della Materia Oscura

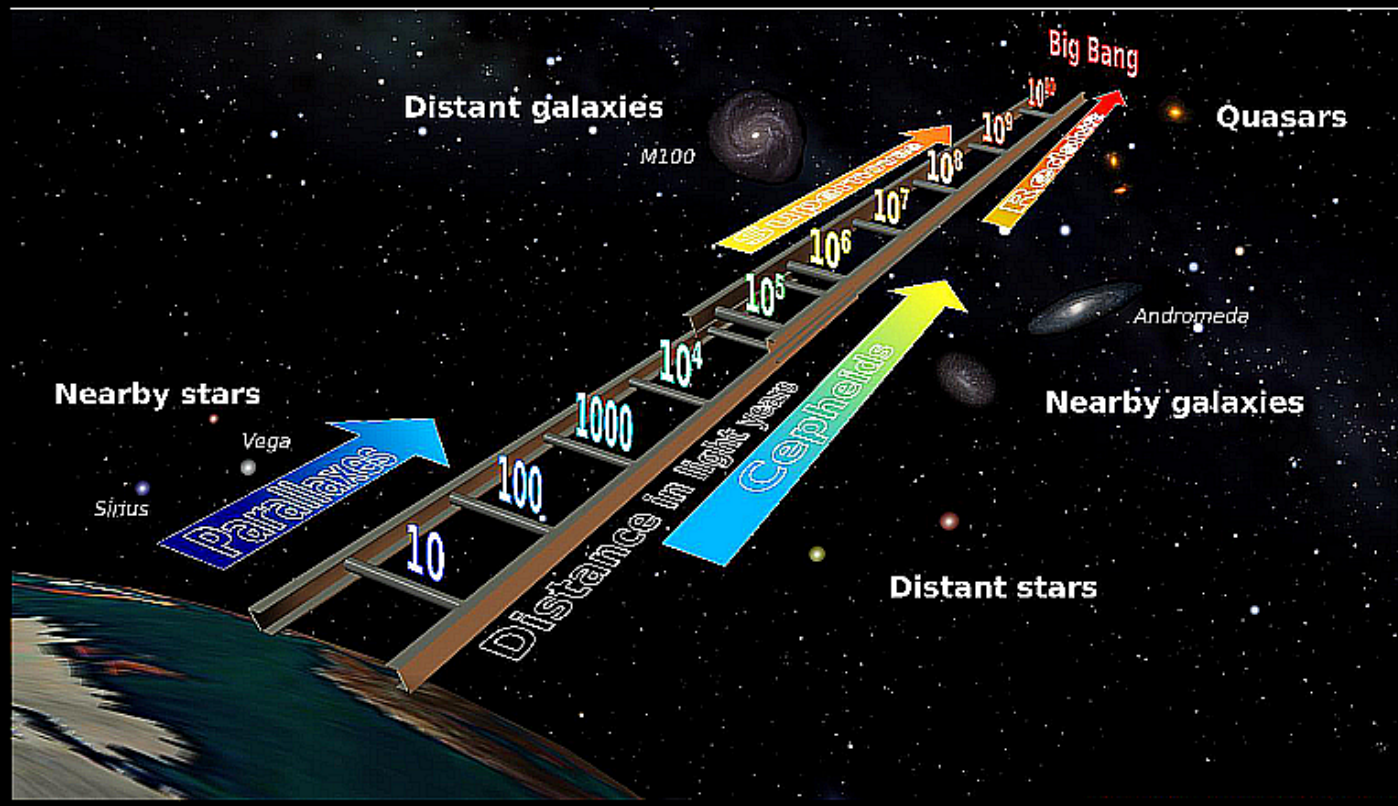
Deflessione della luce in astrometria

- La luce viene deflessa da qualunque massa, quindi anche dagli oggetti del nostro Sistema Solare
- Quando si vuole fare astrometria di altissima precisione (dal mas in su) bisogna tener conto di questo fenomeno



Deflessione della luce in astrometria

- La missione Gaia, dell'ESA, sta producendo la mappa della nostra Galassia più precisa e più densa mai esistita
- Per la prima volta nella storia, potremo disporre di una mappa galattica che comprenda le distanze (parallassi)
- Queste quantità sono fondamentali per poter determinare con precisione le distanze in tutto l'Universo
- La distanza è un parametro fondamentale per qualunque campo di applicazione astrofisico



Senza la Relatività Generale non potremmo utilizzare correttamente le misure e determinare le parallassi!