



Università della Terza Età "Cardinale Giovanni Colombo" – Milano

A.A. 2023 - 2024

Corso di Archeoastronomia

Docente : **Adriano Gaspani**

Lezione 2

Introduzione all'Archeoastronomia

Archeoastronomia:
scienza multidisciplinare che
si occupa di ricostruire
l'idea del Cielo, del Cosmo e
del Tempo delle antiche
popolazioni

L'Archeoastronomia trae le sue
conclusioni dallo studio dei siti
archeologici, dei reperti, dei
documenti antichi, etc.
che si pensa siano
astronomicamente significativi

**l'Analisi Archeoastronomica
deve essere consistente
rispettando tre criteri:**

- o) Consistenza Astronomica**
- o) Consistenza Archeologica**
- o) Consistenza Etnografica**

...criterio di Schaefer

Impostazione Assiomatica dell'Archeoastronomia:

Le conoscenze astronomiche degli antichi sono codificate negli allineamenti diretti verso punti di sorgere e di tramontare degli astri visibili ad occhio nudo all'epoca in cui gli allineamenti furono materializzati

Non è detto che sia vero...

Allineamento Archeoastronomico

Un allineamento astronomico è una semiretta orientata che parte da un punto di stazione, passa per il punto di collimazione e interseca l'orizzonte locale in un punto dove, in taluni periodi dell'anno sorge o tramonta un particolare astro

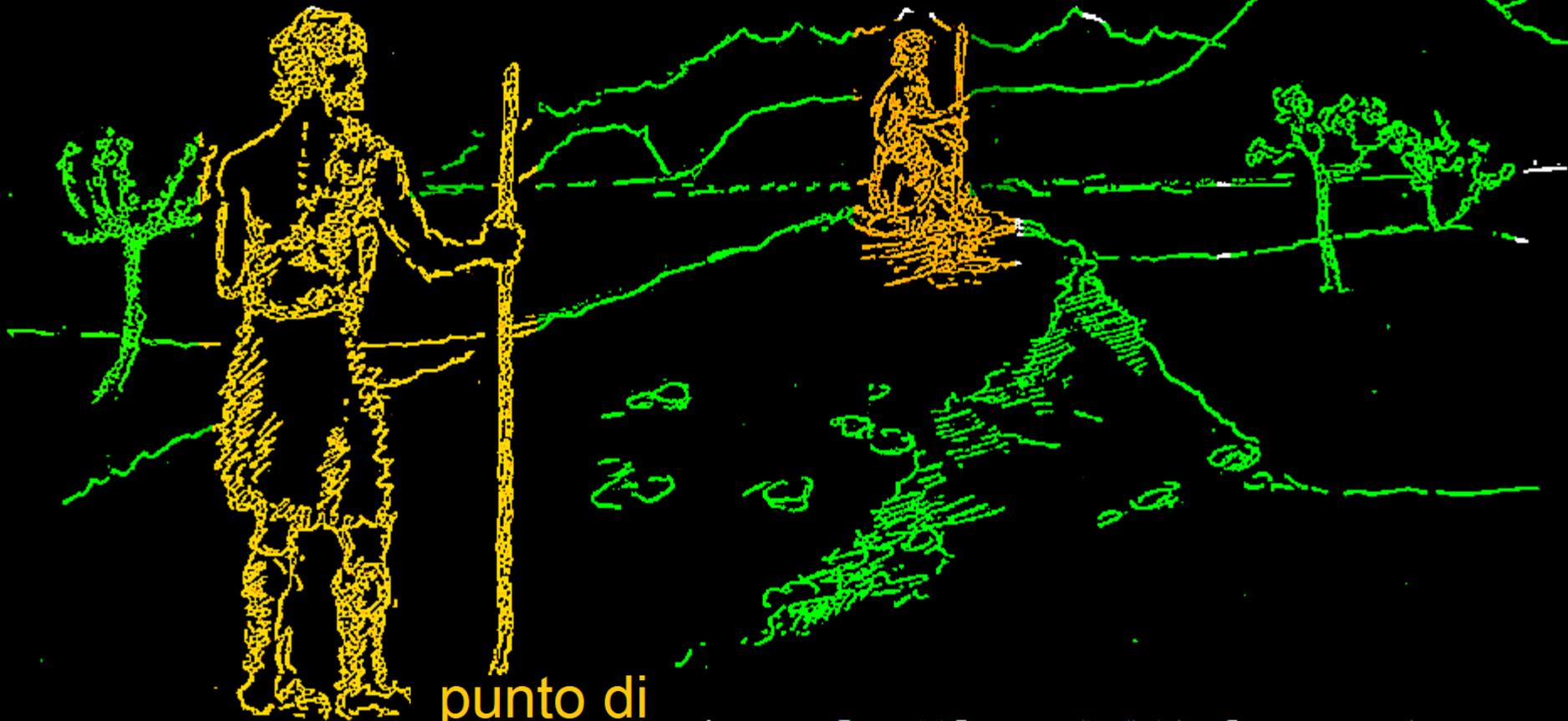
target
astronomico

punto di
collimazione



punto di
stazione

Codifica dell'Informazione



Il rilievo archeoastronomico
di un sito archeologico
viene sempre eseguito nel
sistema di coordinate altazimutali.

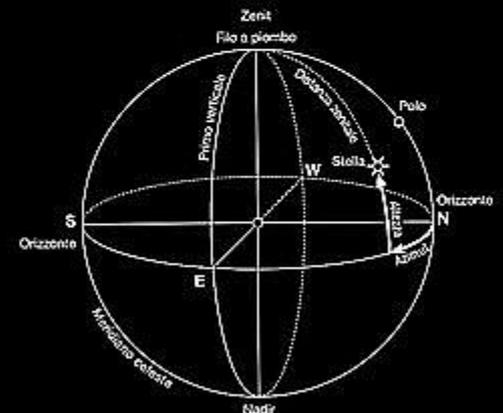
Si misurano:

Azimut (Az)

Altezze Angolari (ho)

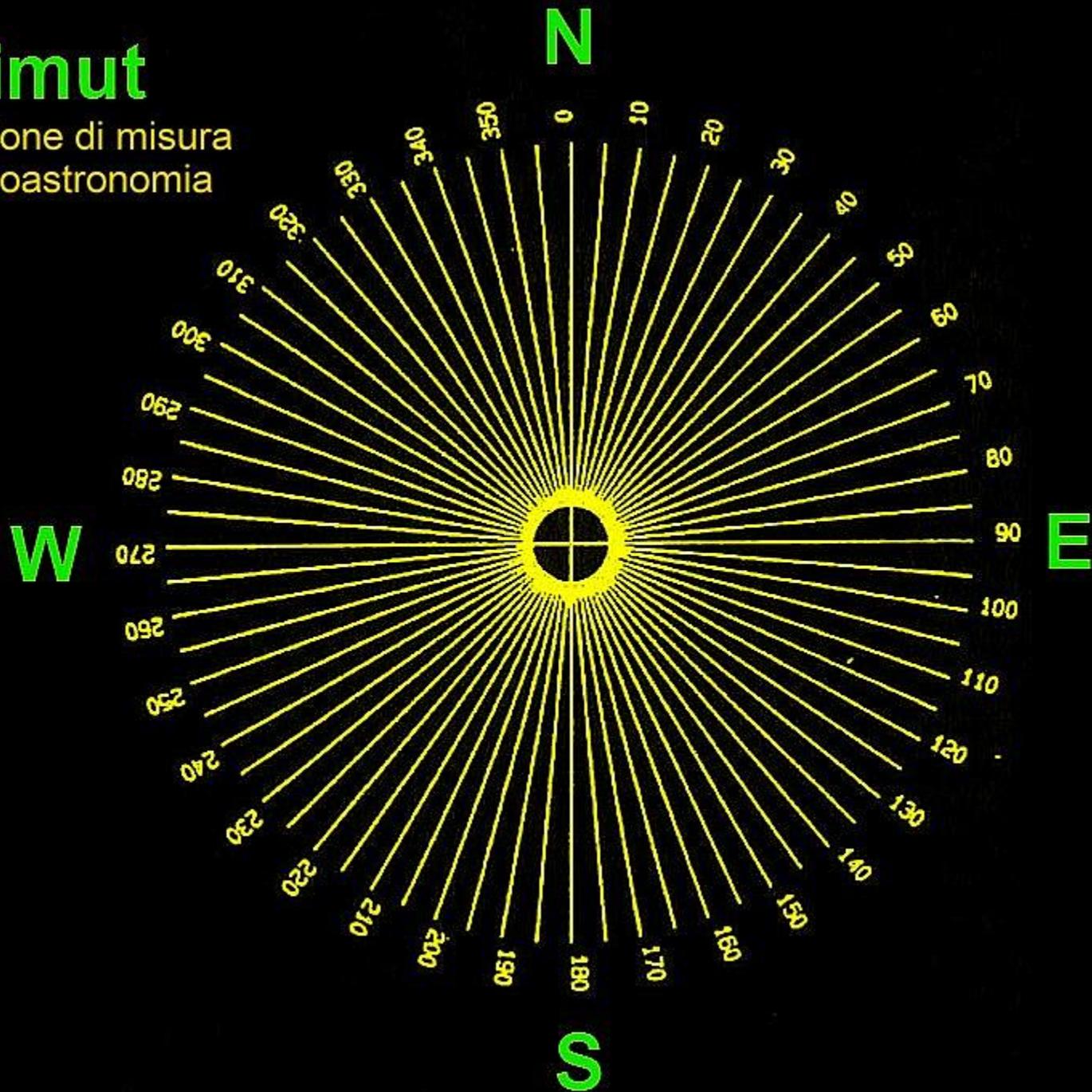
per ogni singolo allineamento

Coordinate Altazimutali



Azimut

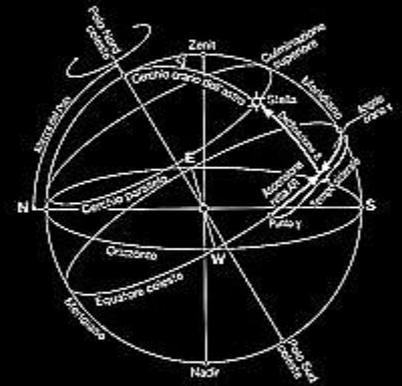
Convenzione di misura
in Archeoastronomia



I calcoli astronomici vanno invece eseguiti nel Sistema Equatoriale

Ascensione Retta (α)
Declinazione (δ)

Coordinate Equatoriali



per ogni singolo allineamento

Allineamenti

Verifica di possibili allineamenti archeoastronomici.

$$r = 0.58 \cdot e^{(-H/8400)} \cdot e^{(-S/3)}$$

$$G = S - r + p$$

$$\sin(d) = \sin(L) \cdot \sin(G) + \cos(L) \cdot \cos(G) \cdot \cos(A)$$

$$\sin(B) = \frac{\cos(L) \cdot \sin(A)}{\cos(\delta)}$$

$$\Delta\delta = \delta + q \cdot \cos(B) - d$$

$$V = \frac{\Delta\delta \cdot (1-r/3)}{\cos(B)}$$

dove:

S = altezza (°) dell'orizzonte sul piano

δ = declinazione obiettivo (stella, Sole, Luna)

A = azimuth misurato da N verso E

L = latitudine del luogo

H = altezza s.l.m. in metri

q = semidiametro del disco dell'obiettivo

p = parallasse dell'obiettivo

| | | |
|---------------|--------|-------------------------------|
| Semidiametro: | 0 | stella o centro disco |
| | -0.267 | sole tang sopra (emisf. Nord) |
| | 0.267 | sole tang sotto (emisf. Nord) |
| | -0.259 | luna tang sopra (emisf. Nord) |
| | 0.259 | luna tang sotto (emisf. Nord) |
| Parallasse: | 0 | stella |
| | 0.002 | sole |
| | 0.951 | luna |

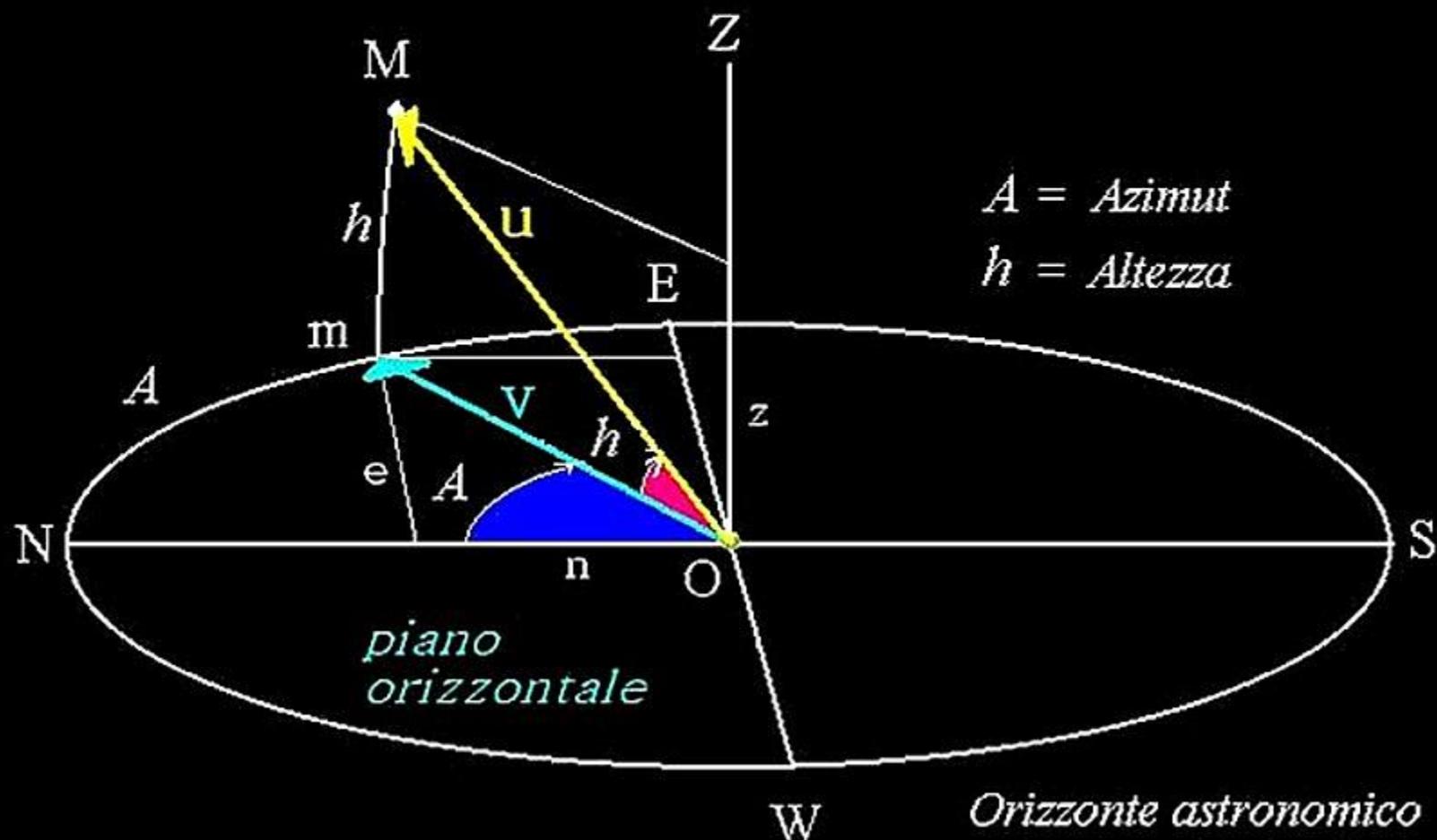
r = angolo di rifrazione

V = angolo di quanto l'obiettivo è sopra la linea dell'orizzonte in direzione dell'azimuth della linea di osservazione

$\Delta\delta$ = errore in declinazione

Definizione di Allineamento

Un allineamento \vec{u} (OM) è un vettore definito da tre coordinate ortogonali n, e, z : ($n = \text{northing}$; $e = \text{easting}$; $z = \text{elevation}$) oppure da una coppia di coordinate angolari Az, h ($Az = \text{Azimut astronomico}$; $h = \text{altezza angolare}$), poichè $\|\vec{u}\| = 1$.



\vec{u} = allineamento OM

\vec{v} = proiezione dell'allineamento OM sul piano orizzontale

Az = Azimut astronomico

h = altezza angolare dell'orizzonte naturale locale

e = easting

n = northing

z = elevation

Siccome $\|u\| = \|v\| := 1$ per definizione si ha:

$$n = \cos(h) \cdot \cos(Az)$$

$$e = \cos(h) \cdot \sin(Az)$$

$$z = \sin(h)$$

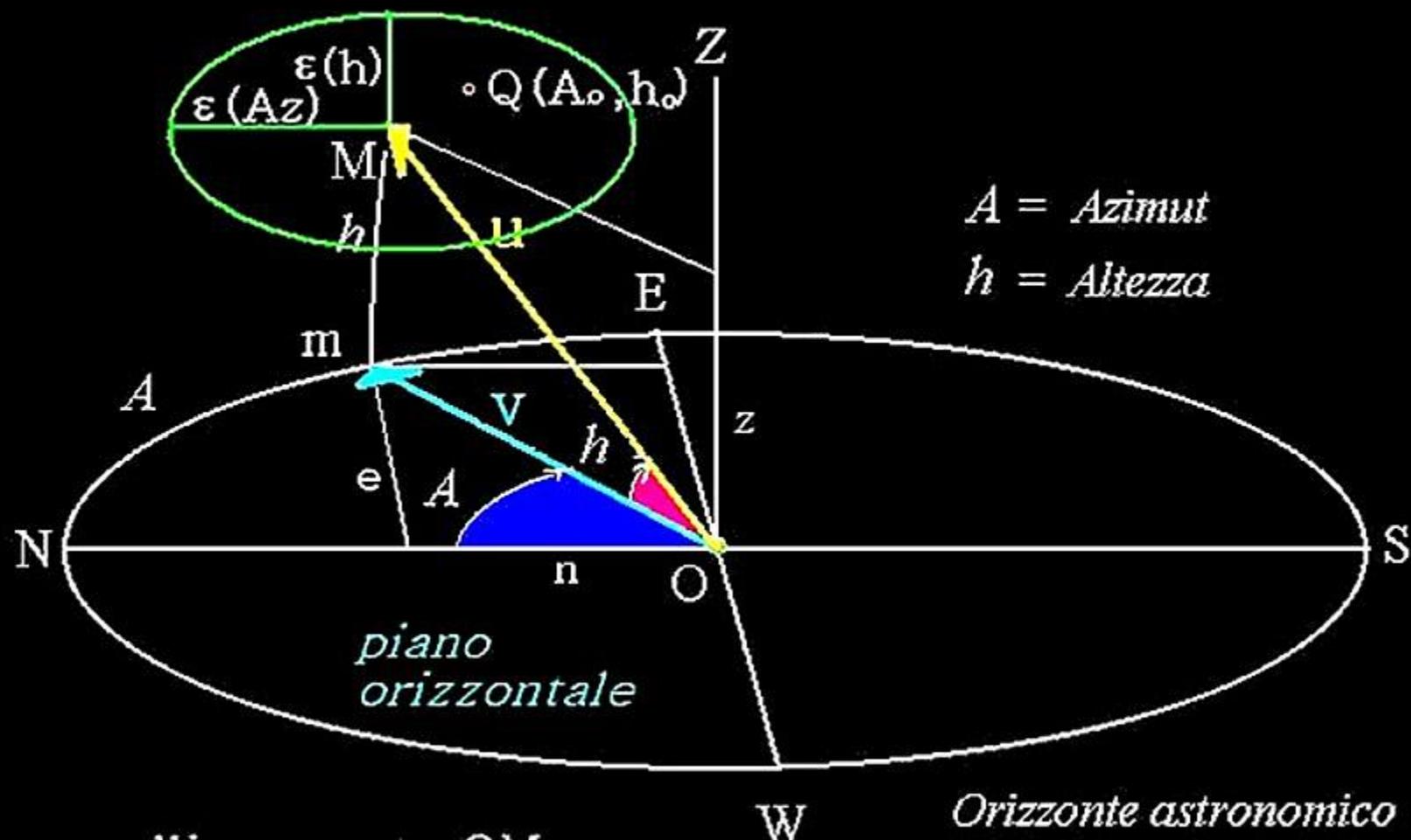
Ellisse d'errore di un allineamento misurato

Il rilievo di un allineamento produce una coppia di coordinate altazimutali Az (Azimut) e h (Altezza angolare) riferite alla direzione nord del meridiano astronomico locale (Az) e alla linea dell'orizzonte astronomico (h). Ciascuna delle due coordinate è misurata con una barra d'errore $\pm \varepsilon(Az)$ e $\pm \varepsilon(h)$ rispettivamente.

Queste due quantità rappresentano i semiassi di un'ellisse d'errore centrata nel punto M le cui coordinate sono Az e h la quale definisce sulla Sfera Celeste uno spot di incertezza relativo al quel particolare allineamento misurato.

Da notare che $\pm \varepsilon(Az)$ e $\pm \varepsilon(h)$ dipendono anche dalla strumentazione con cui i rilievi sono stati eseguiti.

Distribuzione di probabilità associata all'ellisse d'errore su un allineamento

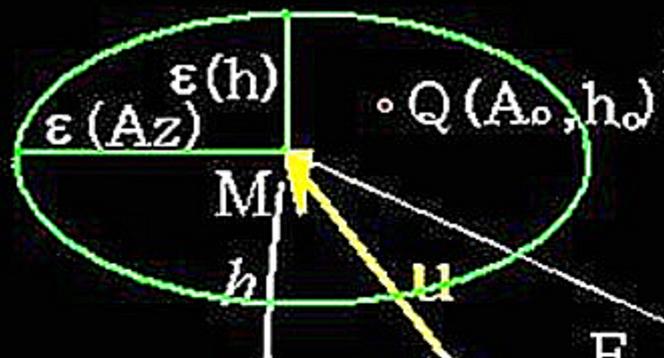


- $u =$ allineamento OM
- $v =$ proiezione dell'allineamento OM sul piano orizzontale
- $Az =$ Azimut astronomico
- $h =$ altezza angolare dell'orizzonte naturale locale

e la Funzione Densità di Probabilità (PDF) è:

$$f(Az, h) = \frac{1}{2\pi \varepsilon(Az) \varepsilon(h)} e^{-\frac{1}{2} \left[\left(\frac{(Az - A_M)}{\varepsilon(Az)} \right)^2 + \left(\frac{(h - h_M)}{\varepsilon(h)} \right)^2 \right]}$$

dove A_M è l'azimut astronomico dell'allineamento u che interseca la Sfera celeste nel punto M .

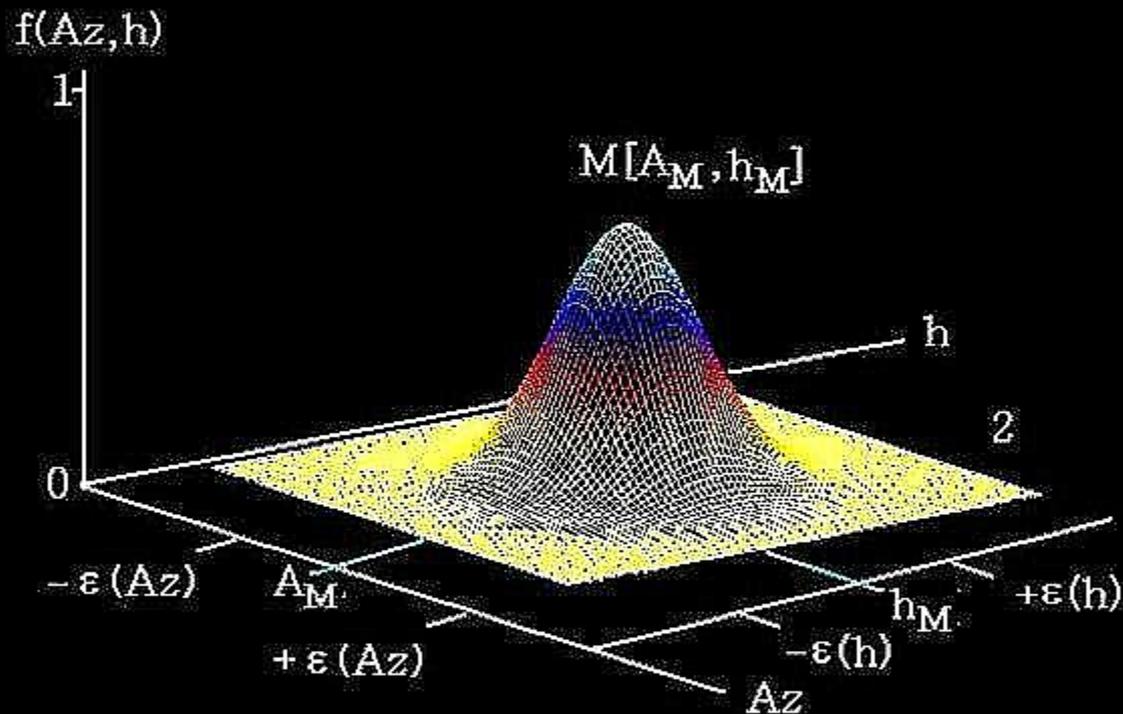


La probabilità $P(A_0, h_0)$ che un punto della Sfera Celeste capiti a caso in un preciso punto le cui coordinate altazimutali sono A_0 e h_0 è data da:

$$P(A_0, h_0) = 1 - e^{-\frac{1}{2} \left[\left(\frac{(A_0 - A_M)}{\epsilon(Az)} \right)^2 + \left(\frac{(h_0 - h_M)}{\epsilon(h)} \right)^2 \right]}$$

dove A_M è l'azimut a tronomico dell'allineamento u che interseca la Sfera celeste nel punto M .

Funzione Densità di Probabilità di un allineamento sperimentalmente misurato



$$f(Az, h) = \frac{1}{2\pi \epsilon(Az) \epsilon(h)} e^{-\frac{1}{2} \left[\left(\frac{(Az - A_M)}{\epsilon(Az)} \right)^2 + \left(\frac{(h - h_M)}{\epsilon(h)} \right)^2 \right]}$$

Allineamenti

"un allineamento è un segmento orientato che interseca la linea dell'orizzonte astronomico locale in un punto".

$$Az \pm \varepsilon(Az)$$

Allineamenti "esatti"

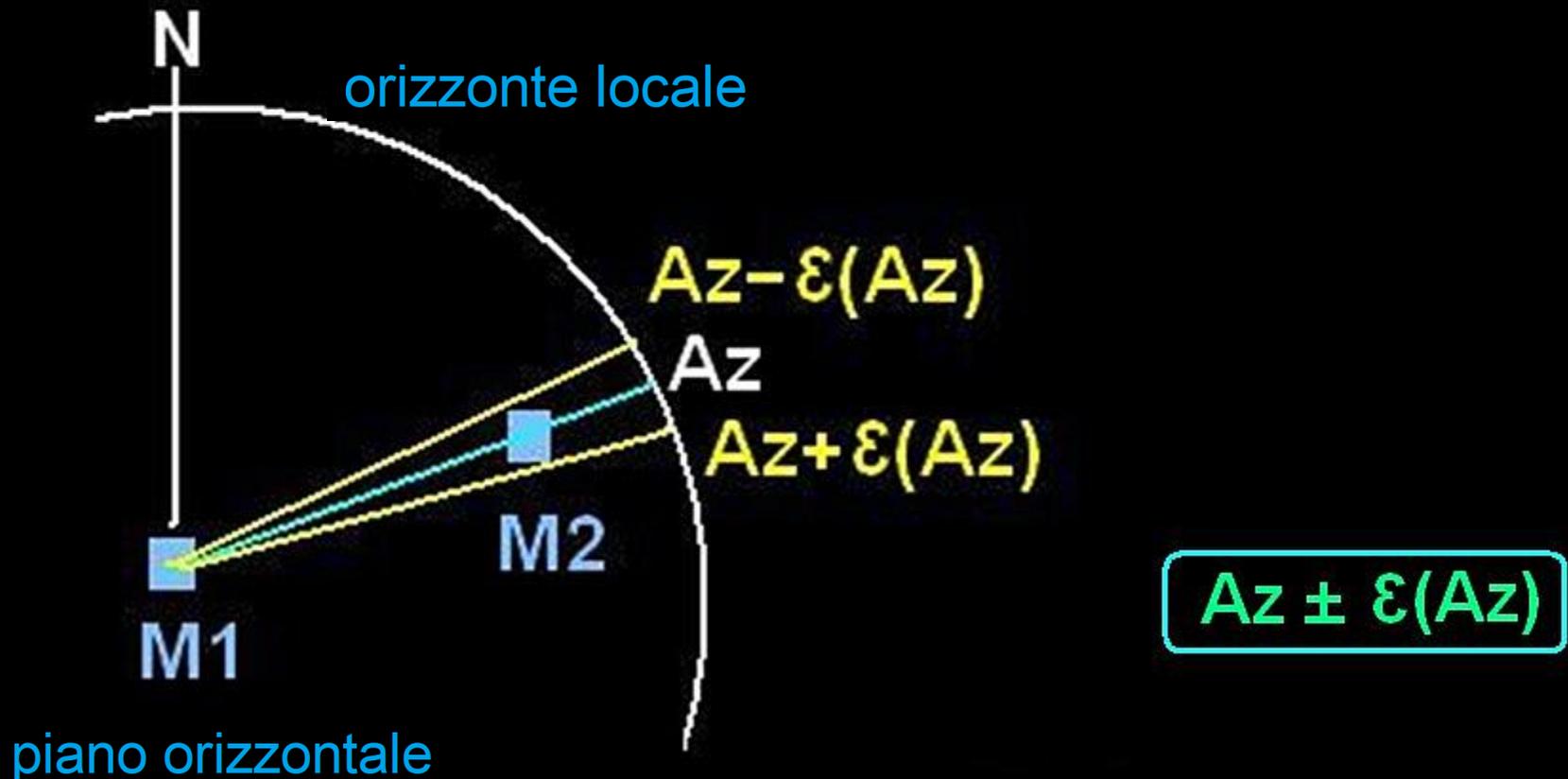
Diretti "esattamente" verso un punto dell'orizzonte dove era visto sorgere un particolare astro

Allineamenti simbolici

Diretti approssimativamente verso un segmento di orizzonte dove era visto sorgere un particolare astro

Margini di incertezza

Un allineamento definito da 2 marcatori M1 e M2 è definito dal suo azimuth astronomico di orientazione Az il quale è generalmente noto con un margine di incertezza $\pm \varepsilon(Az)$

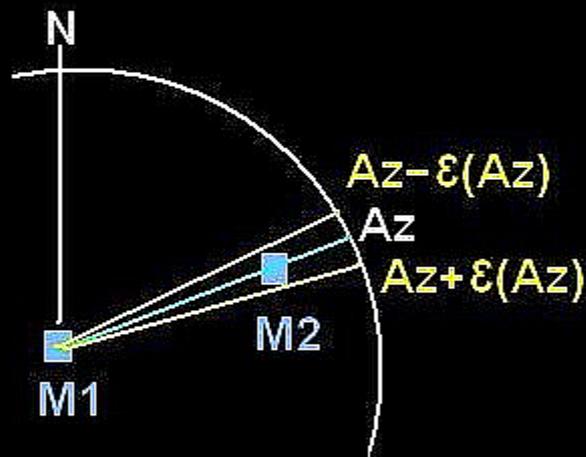


La valutazione dell'errore $\varepsilon(Az)$ sull'azimut astronomico misurato è di fondamentale importanza!

$\varepsilon(Az)$ non è il "*pointing error*" $\Delta(Az)$

$$\Delta(Az) = Az - A^*$$

Supponiamo che in un sito sia stato identificato un singolo allineamento astronomicamente significativo di azimuth Az e margine d'errore $\pm \varepsilon(Az)$ in gradi

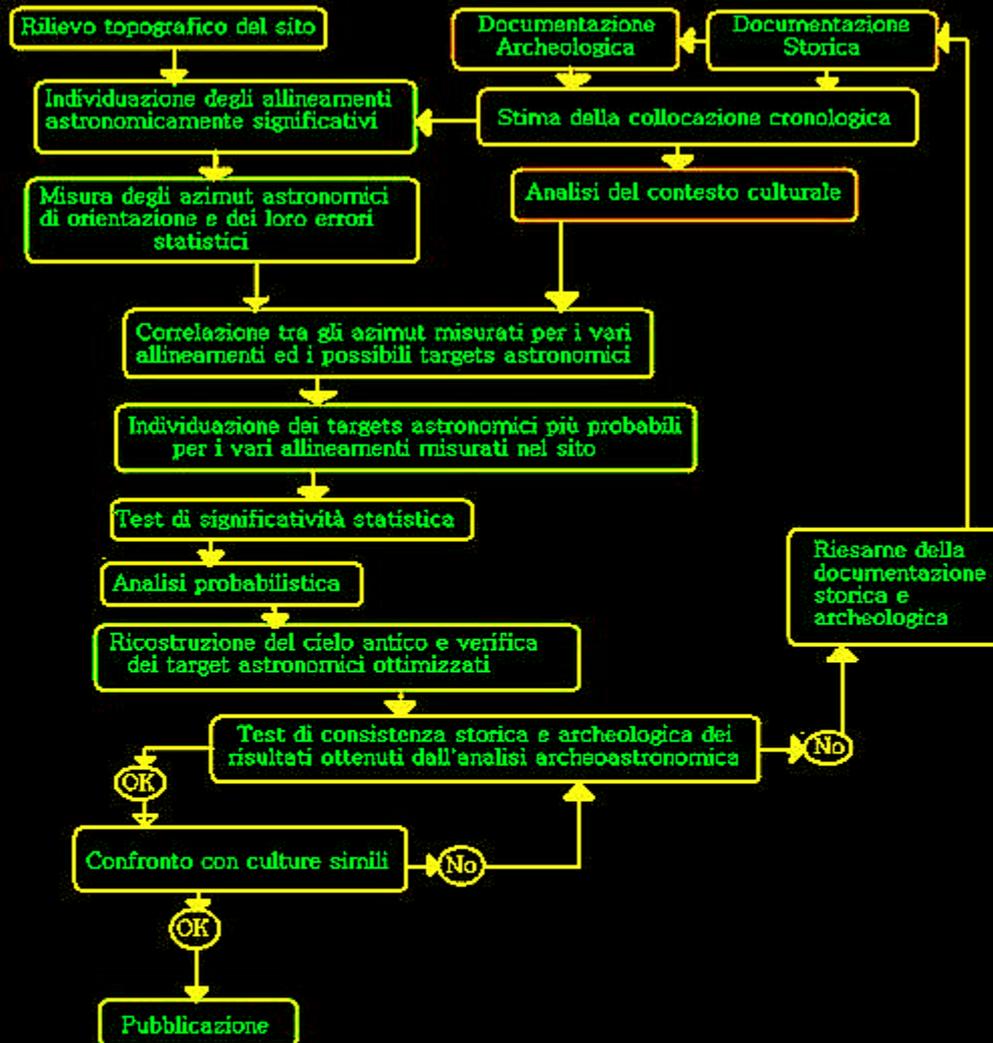


$$\Pr(Az) = \frac{2 \varepsilon(Az)}{360^\circ} = \frac{\varepsilon(Az)}{180^\circ}$$

(principio del "Blind Marksman")

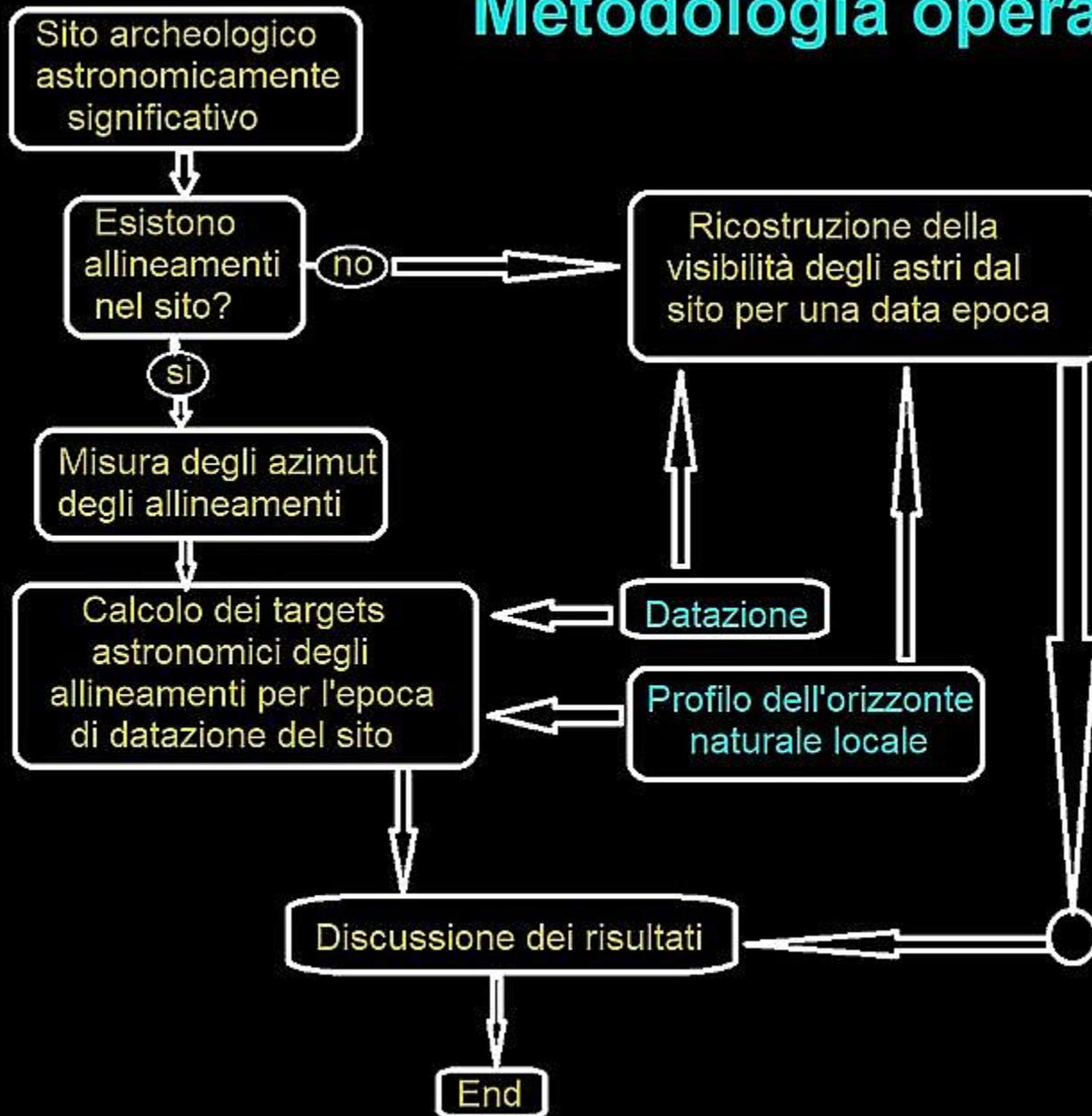
$\Pr(AZ)$ è la probabilità geometrica che in un sito esista casualmente un allineamento di azimuth Az con un margine di incertezza $\varepsilon(Az)$

Metodologia operativa

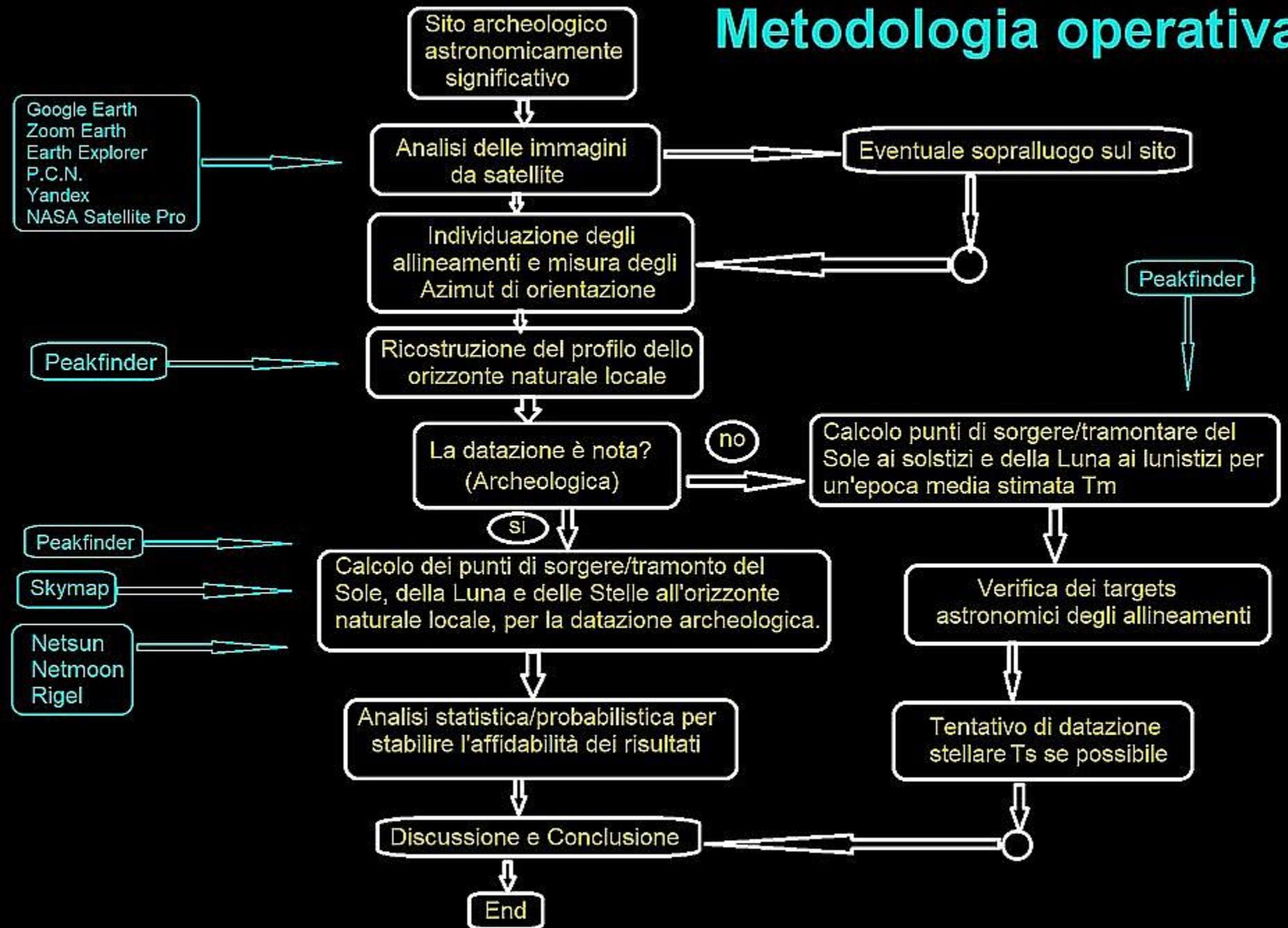


Linee guida per l'analisi archeoastronomica di un sito archeologico potenzialmente astronomicamente significativo

Metodologia operativa



Metodologia operativa



Visione Zen dell'Archeoastronomia

**Bisogna eseguire
correttamente e
rigorosamente la
procedura completa di
analisi archeoastronomica
senza preoccuparsi
dei risultati.**

Se ci sono, verranno da sè

Rilievo Archeoastronomico

Tecniche di Rilievo
sul Territorio



Teodolite Zeiss Theo10

Squadro Cilindrico Graduato Salmoiraghi



Incertezza sugli angoli orizzontali misurati mediante lo Squadro Cilindrico Graduato Salmoiraghi



Il nonio dello squadro cilindrico graduato Salmoiraghi permette la lettura di un angolo orizzontale Hz accurato a 5 cc cioè:

$$v = 0,05 \text{ gons, pari a: } v = 0^{\circ},045.$$

Eseguendo una singola misura, l'accuratezza $e(\text{Hz})$ attesa è quindi pari a:

$$e(\text{Hz}) = \pm v/2$$

in termini numerici:

$$e(\text{Hz}) = 0,025 \text{ gon} \quad \text{oppure:} \quad e(\text{Hz}) = 0^{\circ},0225$$

Nel caso si eseguano N misure dello stesso angolo orizzontale ciascuna indipendente dalle altre, l'accuratezza attesa è pari a:

$$e_N(\text{Hz}) = \pm \frac{v}{2\sqrt{N}}$$

vale a dire:

$$e_N(\text{Hz}) = \frac{0,025}{\sqrt{N}} \text{ gon}$$

oppure:

$$e_N(\text{Hz}) = \frac{0^{\circ},0225}{\sqrt{N}}$$



Questi valori si riferiscono all'incertezza minima ottenibile per un osservatore perfetto in condizioni ideali, in realtà eseguendo la media di N misure indipendenti si otterrà una barra d'errore di entità maggiore rispetto ai valori indicati.

Tipi di bussole adatte per il rilievo archeoastronomico dei siti archeologici

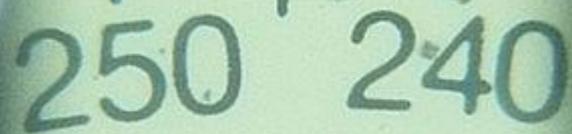


Bussola topografica
Wilkie mod. 9610



Bussola Tacheometrica

Bussola topografica
Wilkie mod. 9610



250 240

The image shows a close-up of a topographic compass scale. The scale is marked with two large numbers, 250 and 240, which are separated by a vertical line. The scale is graduated with fine lines, and the numbers are printed in a bold, sans-serif font. The background is dark, and the scale is illuminated from the left, creating a bright glow around the numbers and the scale markings.

Durante il rilievo archeoastronomico di un sito archeologico eseguito utilizzando una bussola topografica di precisione (generalmente di tipo prismatico ad armilla mobile) possono essere applicate due possibili modalità operative. La prima prevede l'utilizzo della bussola tenuta direttamente in mano durante le collimazioni, mentre la seconda prevede l'utilizzo di uno stativo (non ferromagnetico) che sostiene la bussola. In questo caso si raggiunge una maggior precisione di misura. Generalmente l'armilla della bussola possiede una divisione in unità angolari (1° oppure $0,5$ o altro) detta "granularità" e indicata con "g". A seconda della granularità della bussola e della modalità operativa adottata durante il rilievo archeoastronomico si possono raggiungere due differenti livelli di accuratezza.

In generale si avrà che l'errore $e(A_m)$ commesso su una singola misura di azimuth magnetico sarà:

$$e(A_m) = \frac{1}{2} g$$

bussola tenuta in mano

$$e(A_m) = \frac{1}{6} g$$

bussola montata su stativo

con: g = granularità = intervallo di divisione dell'armilla



Bussola Topografica
Wilkie mod. 9610.



Nikon 7x50 22° CF WP
COMPASS

Nikon

Attenzione allo strumento che si utilizza per il rilievo
archeoastronomico del sito...



Bussola Topografica $e(Az) = \pm 0^{\circ},25$



Squadro Cilindrico $e(Az) = \pm 0^{\circ},045$



Teodolite

$e(Az) = \pm 0^{\circ},005$



Altezza angolare

graduazione :10 mills

1 mil = angolo sotteso
da 1 metro a 1000 m

$$1 \text{ mil} = 0^{\circ}.0573$$

Azimut Magnetico

graduazione: 1 grado
sessagesimale



In generale la Funzione Densità di Probabilità $f(A_m)$ associata alle misure di azimut magnetico sarà:

$$f(A_m) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{A_m - A_o}{\sigma} \right)^2}$$

dove la deviazione standard σ vale:

$$\sigma = e(A_m)$$

Allora in generale la formulazioni della p.d.f. diventa:

$$f(A) = \frac{1}{g} \sqrt{\frac{2}{\pi}} e^{-\frac{2}{g^2} (A_m - A_o)^2}$$

in cui A_m è l'azimut magnetico misurato e A_o è l'azimut magnetico vero.

Altezze Angolari (ho)



Clinometro SUUNTO Kr 360



Cosa abbiamo misurato?

a) Angoli orizzontali

Squadro, Teodolite, vari goniometri

b) Azimut magnetici

Bussole topografiche e da rilevamento

c) Azimut geodetici

Sistemi GPS, GyroTeodolite

la Calibrazione

Conversione degli angoli
orizzontali (misurati) in
azimut astronomici

$$\text{Az(astro)} = \text{Angolo orizzontale} + C$$

C = correzione (offset)

La Calibrazione richiede SEMPRE la misura dell'Azimut Astronomico (Geodetico) di una direzione di riferimento collimabile con lo strumento utilizzato per il rilievo archeoastronomico

La linea di riferimento può essere:

Topografica o Geodetica (Base GPS o ibrida)
Astronomica (direzione solare o stellare)

Rilievo Archeoastronomico

Nuove tecniche di studio dei siti archeologici
astronomicamente significativi

(dalla tecnologia spaziale)

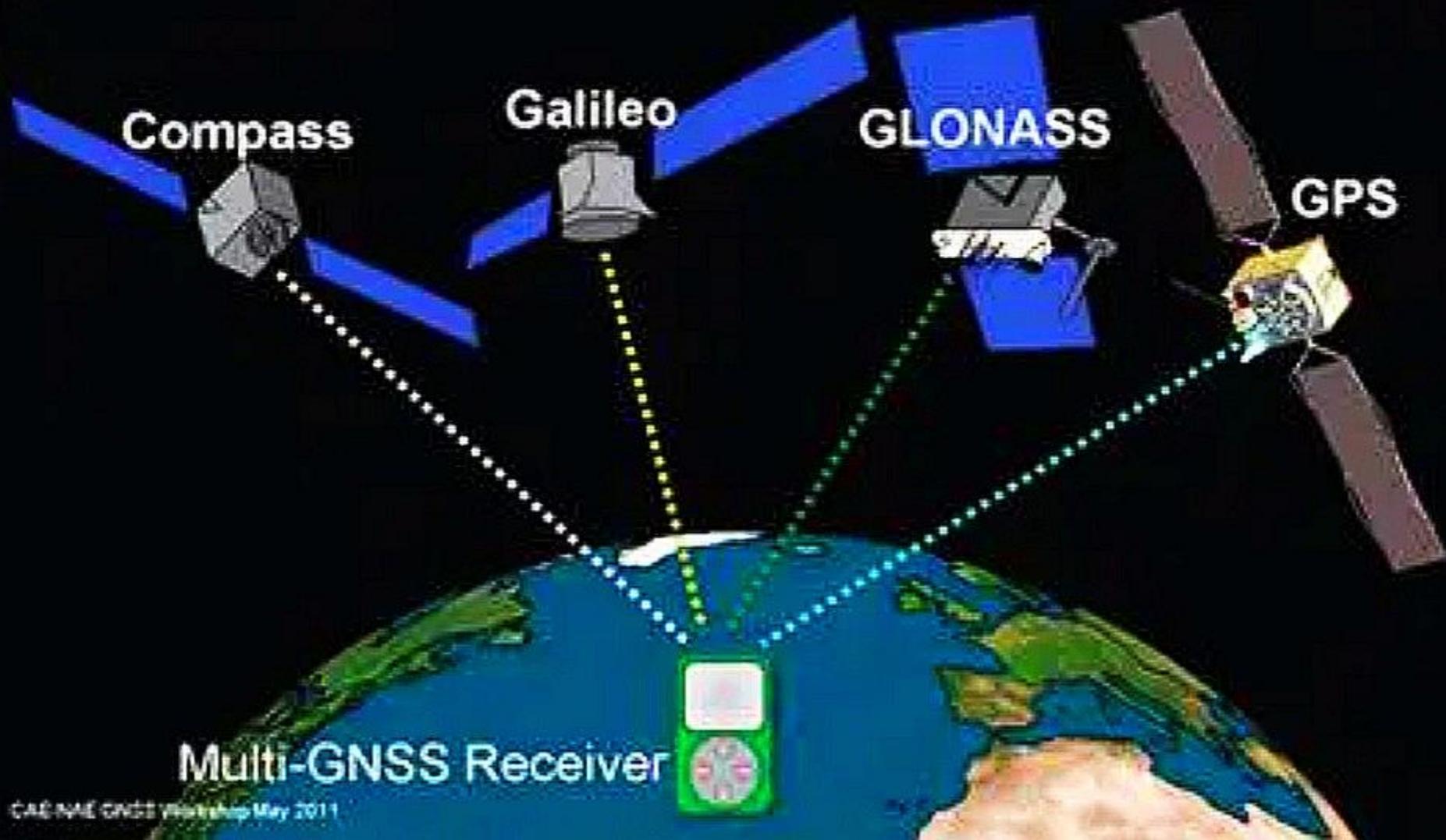
GNSS

Global
Navigation
Satellite
Systems

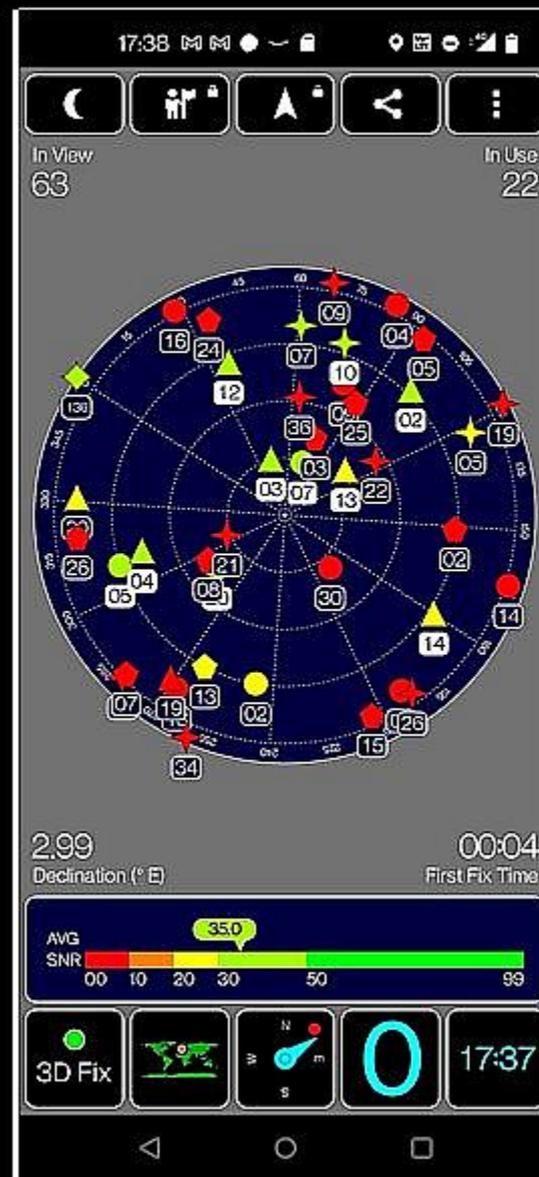
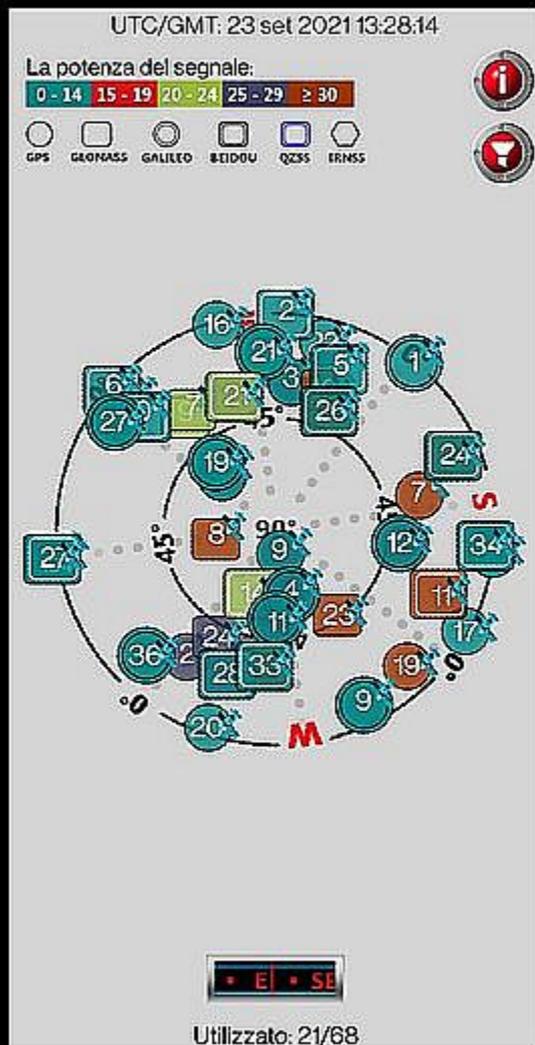


- GPS
- GLONASS
- GALILEO
- BEIDOU

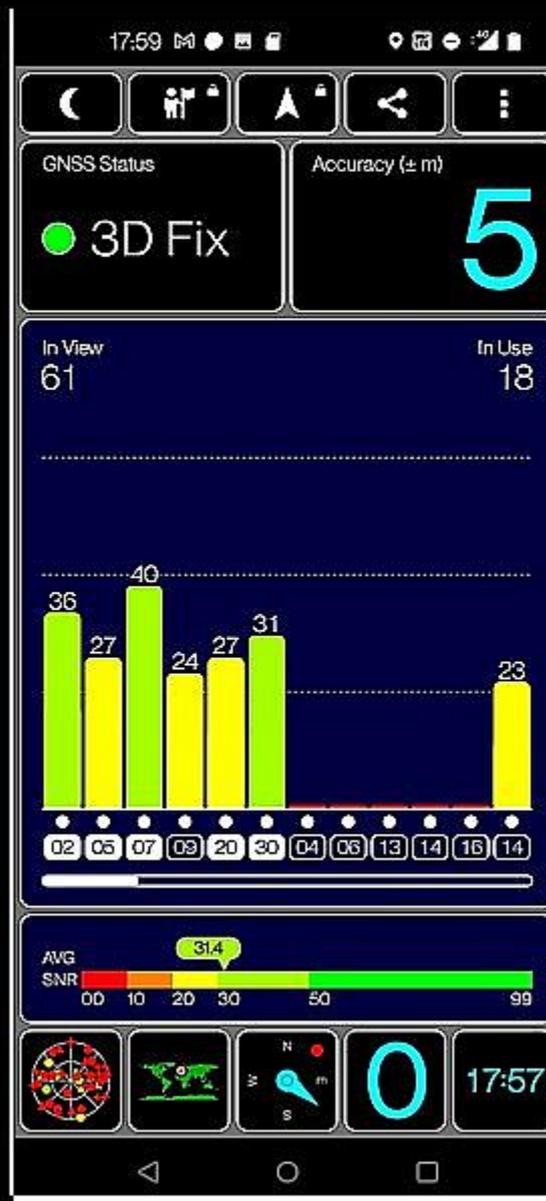
GNSS

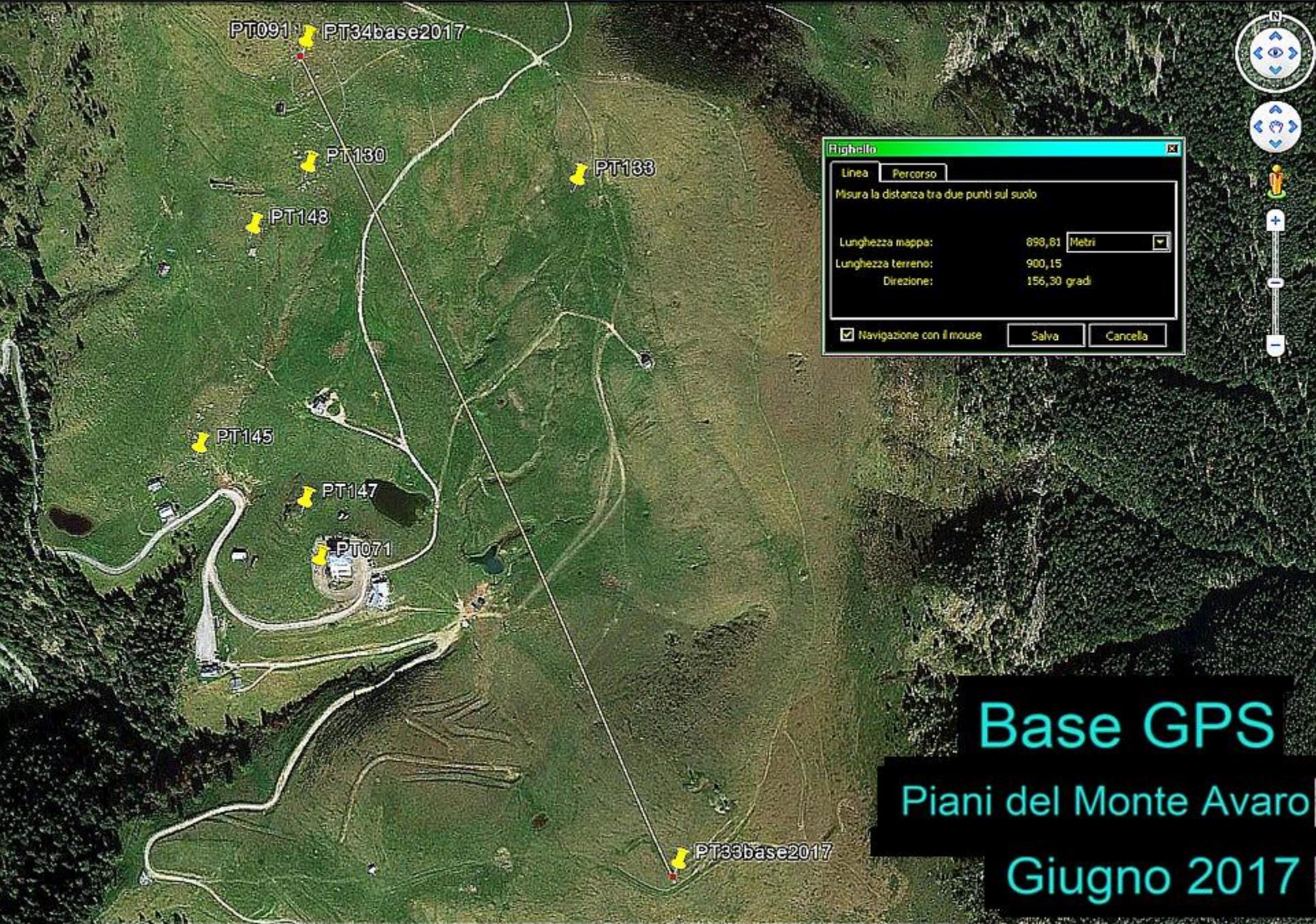


Rilievo GNSS mediante app su smartphone



Rilievo GNSS mediante app su smartphone





Righello

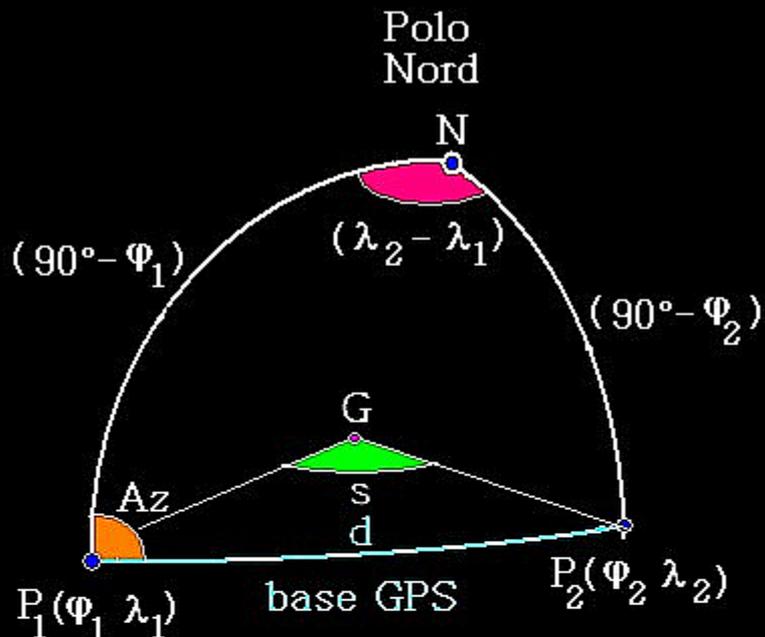
Linea Percorso

Misura la distanza tra due punti sul suolo

| | | |
|--------------------|--------|-------|
| Lunghezza mappa: | 898,81 | Metri |
| Lunghezza terreno: | 900,15 | |
| Direzione: | 156,30 | gradi |

Navigazione con il mouse Salva Cancella

Base GPS
Piani del Monte Avaro
Giugno 2017



$(\lambda_2 - \lambda_1)$ = angolo al Polo

$(90^\circ - \varphi_1)$ = colatitudine di P1

$(90^\circ - \varphi_2)$ = colatitudine di P2

Az = Azimut della base GPS P1-P2

s = angolo al centro

d = lunghezza della base GPS

P1 = $P_1(\varphi_1 \lambda_1)$: punto estremo PT034

P2 = $P_2(\varphi_2 \lambda_2)$: punto estremo PT033

$$\sigma = 0,01 \cdot \lambda_c \cdot \text{HDOP} + \dots$$

$$\text{Az} = \arctan \left[\frac{\lambda_2 - \lambda_1}{\varphi_2 - \varphi_1} \cos(\varphi_o) \right]$$

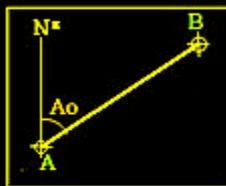
$$\varphi_o = \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2}$$

Azimut di una base GPS con misure di codice C/A

Sia AB una base GPS di azimut astronomico pari ad A_0 e lunghezza D , essa può essere materializzata misurando le coordinate dei due estremi A e B, riferite al datum WGS84 mediante un ricevitore GPS operante con misure di codice C/A trasmesso sulla sola frequenza L1 (1575,42 MHz).

Quantità misurate:

| Punto | Latitudine (gradi) | Longitudine (gradi) | Numero di fixes |
|-------|-----------------------|------------------------|-----------------|
| A | φ_A | λ_A | N_A |
| B | φ_B | λ_B | N_B |



Calcolo azimut geodetico della base:

$$A_0 = \arctan \left(\frac{\lambda_B - \lambda_A}{\varphi_B - \varphi_A} \cos(\varphi_0) \right) \quad (\text{gradi})$$

dove:

$$\varphi_0 = \frac{\varphi_B + \varphi_A}{2} \quad (\text{gradi})$$

L'incertezza con cui l'azimut geodetico A_0 è determinato vale:

$$\sigma' = \frac{168 \text{ HDOP}}{D} \quad (\text{gradi})$$

e lo SDOM vale:

$$\text{SDOM} = \sigma' / \sqrt{N_0} \quad (\text{gradi})$$

con:

$$N_0 = (N_A + N_B) / 2$$

I limiti di confidenza ($p=95\%$) relativi all'azimut geodetico della base saranno:

$$A_u = A_0 + 2 \sigma' / \sqrt{N_0} \quad (\text{gradi})$$

$$A_d = A_0 - 2 \sigma' / \sqrt{N_0} \quad (\text{gradi})$$

A questo punto l'azimut della base GPS sarà: $A_0 \pm \text{SDOM}$ e quindi si avrà:

$$A_d \leq A_0 \leq A_u$$

con un livello di probabilità pari al 95%.

Lunghezza di una base GPS con misure di codice C/A

La lunghezza di una base GPS che congiunge due punti A e B può essere misurata utilizzando le coordinate dei due punti estremi riferite al datum WGS84 utilizzando le sole misure di codice C/A trasmesso sulla sola frequenza L1 (1545,72 MHz) come segue:

$$D_0 = 111129 \sqrt{(\varphi_B - \varphi_A)^2 + (\lambda_B - \lambda_A)^2 \cos^2(\varphi_0)} \quad \text{metri}$$

dove:

$$\varphi_0 = \frac{\varphi_B + \varphi_A}{2}$$

L'incertezza $\sigma(D)$ sulla lunghezza D calcolata vale:

$$\sigma = 3 \sqrt{2} \text{ HDOP} \quad (\text{metri})$$

e lo SDOM sarà:

$$\text{SDOM} = \sigma / \sqrt{N_0} \quad (\text{metri})$$

dove:

$$N_0 = (N_A + N_B) / 2$$

I limiti di confidenza (95%) sulla distanza misurata sono:

$$D_u = D_0 + 2 \sigma / \sqrt{N_0} \quad (\text{metri})$$

$$D_d = D_0 - 2 \sigma / \sqrt{N_0}$$

La lunghezza della base GPS sarà: $D_0 \pm \text{SDOM}$ e quindi si avrà:

$$D_d \leq D_0 \leq D_u$$

con un livello di probabilità pari al 95%.

Base GPS

Piani del Monte Avaro

Giugno 2017



Base GPS

Piani del Monte Avaro

Giugno 2017

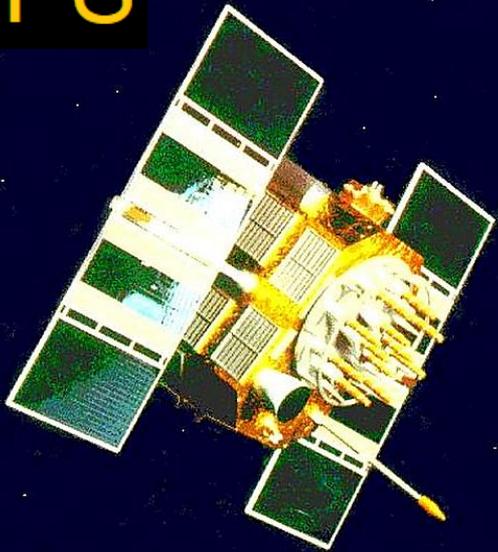


Tecniche satellitari GPS/GNNS

Glonass



GPS



Satellite NAVSTAR

Beidou



Rilievo Archeoastronomico

Telerilevamento satellitare



GeoEye



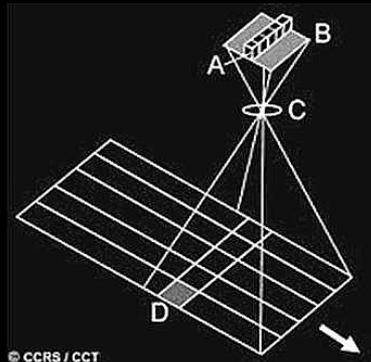
OrbView



QuickBird



Ikonos

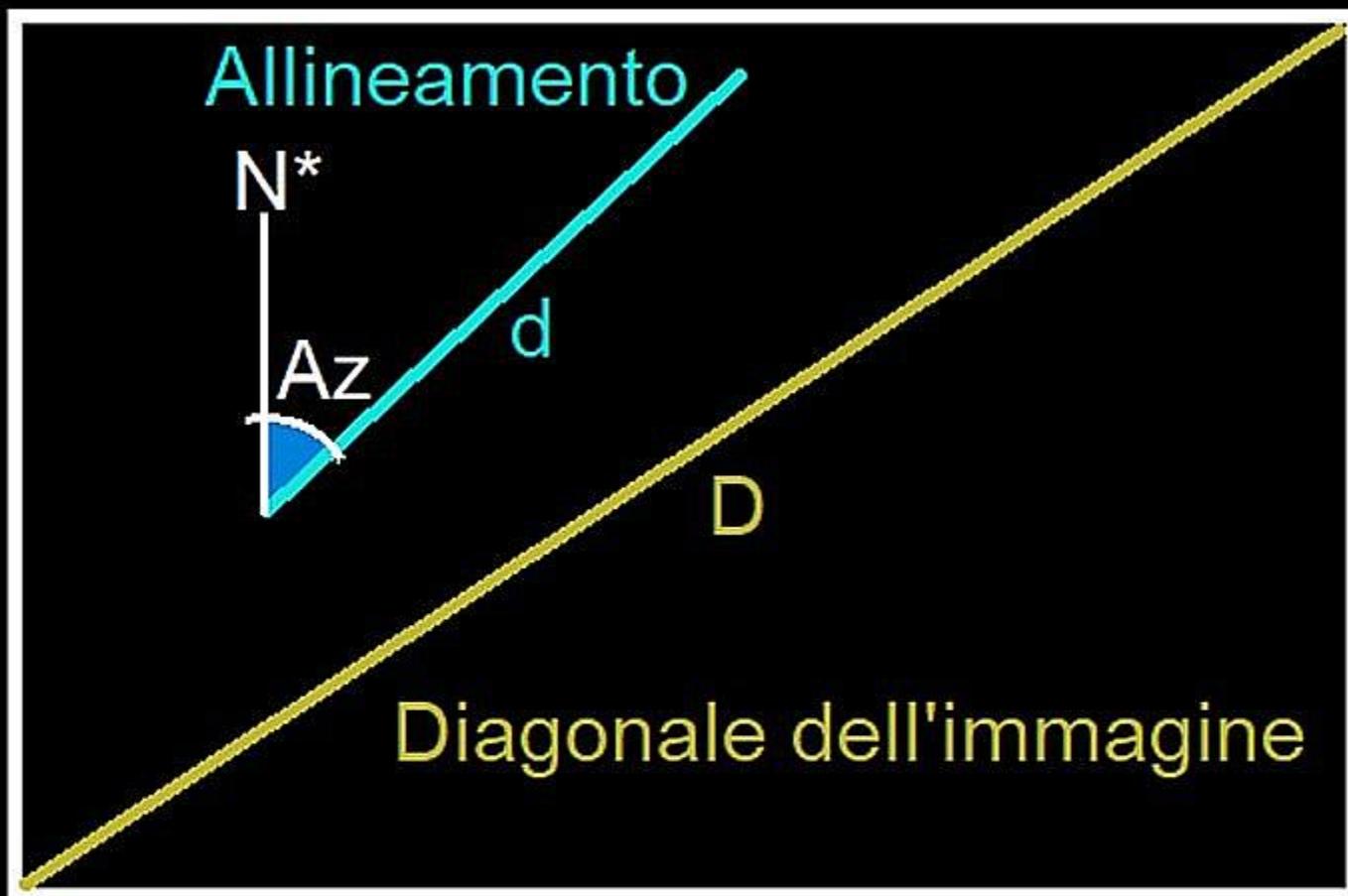




Metodo pratico per valutare l'errore complessivo sulla misura dell'azimut astronomico degli allineamenti sulle immagini satellitari

$$\varepsilon(Az) = B \frac{D}{d} \quad (\text{gradi})$$

B(...) è una funzione di molte variabili



$$\varepsilon(Az) = 0,1 \frac{D}{d}$$

(gradi)

B dipende dalle caratteristiche di rappresentazione dell'immagine sul monitor del computer dove l'Azimut astronomico dell'allineamento viene misurato:

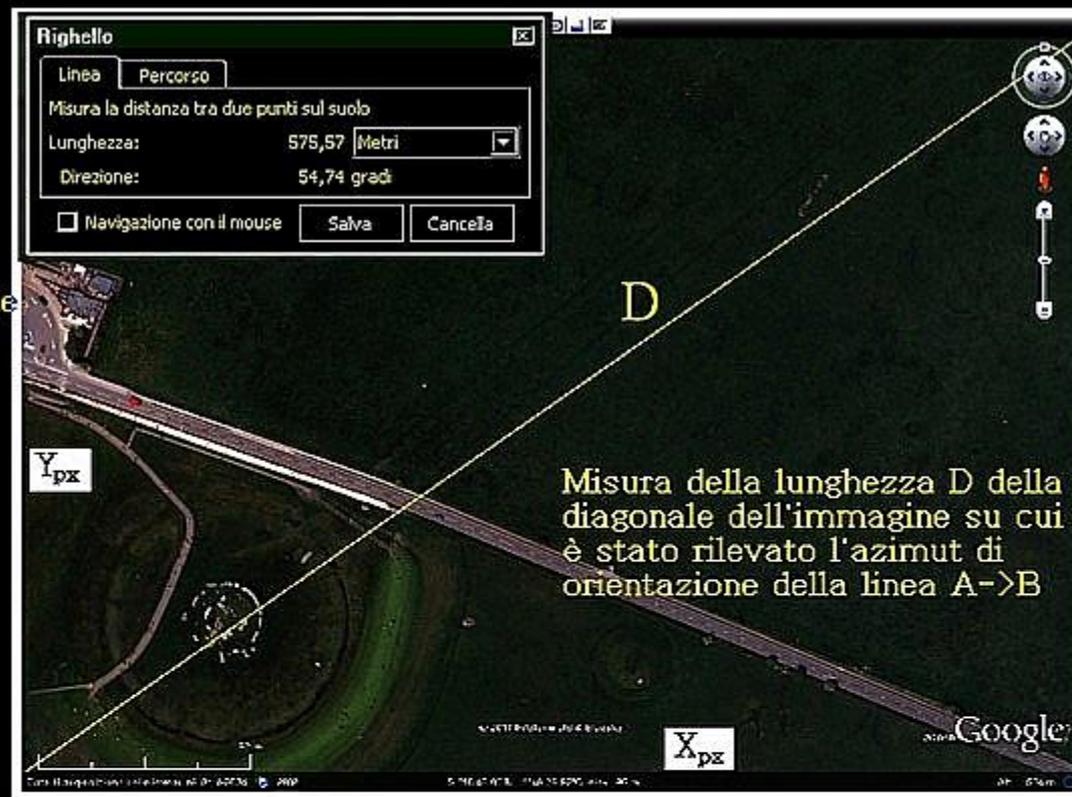
$$B = \frac{360^\circ \cdot Q_{px}}{\pi \sqrt{\pi}} \cdot \frac{1}{\sqrt{X_{px}^2 + Y_{px}^2}} \quad (\text{gradi})$$

Q_{px} = dimensione del pixel iniziale e terminale della linea che misura l'allineamento, oppure il suo spessore.

X_{px} , Y_{px} = dimensioni, in pixel, dell'immagine rappresentata sul monitor del computer

Alla fine **B** dipende dalla scheda grafica del computer. Maggiore è la risoluzione, minore sarà **B** e gli Azimut degli allineamenti saranno misurabili più accuratamente.

Misura della diagonale dell'immagine



Misura della lunghezza D della diagonale dell'immagine su cui è stato rilevato l'azimut di orientazione della linea A->B

Una buona stima dell'errore $\varepsilon(Az)$ sull'azimut di orientazione della linea A->B, in gradi, dovuto all'operatore che esegue la misura può essere statisticamente ottenuta mediante la seguente relazione:

$$\varepsilon(Az) = \frac{360^\circ \cdot Q_{px}}{\pi \sqrt{\pi}} \cdot \frac{1}{\sqrt{X_{px}^2 + Y_{px}^2}} \cdot \frac{D}{d} \quad (\text{gradi})$$

in cui D è la lunghezza della diagonale dell'immagine e "d" è la lunghezza della linea di cui è stato misurato l'azimut geodetico di orientazione Az, Q_{px} è la dimensione in pixels del quadrato che forma l'immagine dei punti estremi della linea che si traccia sulla immagine, quindi l'incertezza sulla determinazione di ciascuno di tali punti, X_{px} e Y_{px} sono le dimensioni in pixels dell'immagine visualizzata sul monitor del computer. Le quantità D e "d" possono essere espresse in qualsiasi unità di misura, purché siano le stesse per le due lunghezze sulla stessa immagine.

Esempio

Stonehenge

Misura dell'azimut di orientazione dello asse della struttura a "ferro di cavallo".

$$Az = 41^{\circ},8 \pm 0^{\circ},5$$



$$Pr(Az) = 2 \cdot 0^{\circ},5 / 360^{\circ} = 0,0028$$

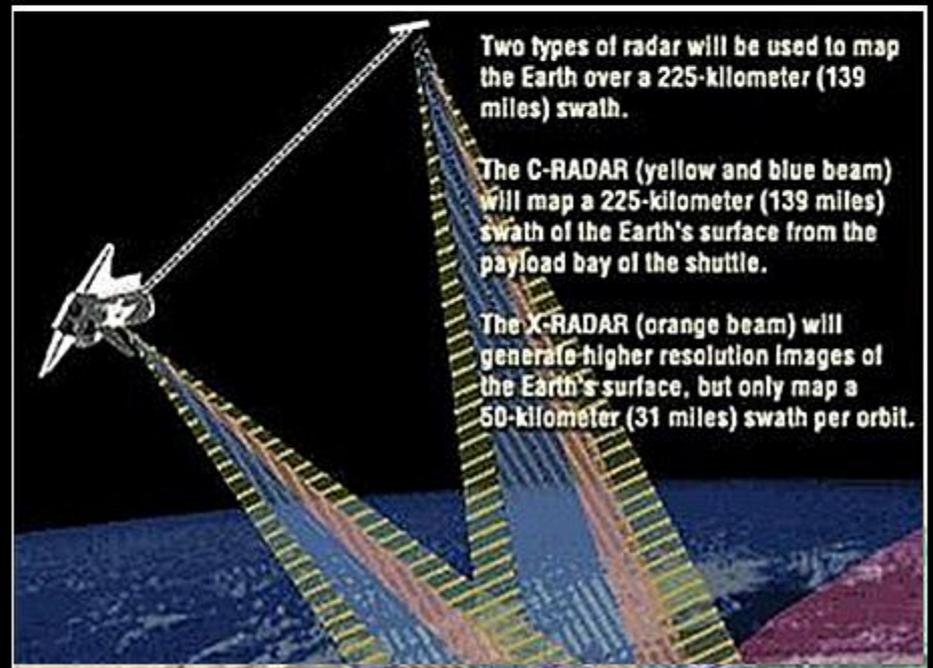
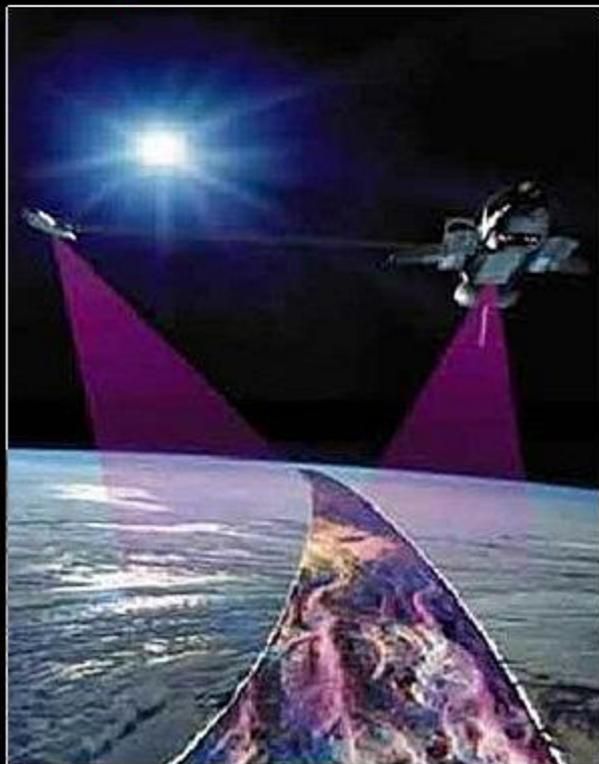
la probabilità che quell'allineamento sia casuale e' pari allo 0,28%, quindi con un livello di probabilità 99,72% tale allineamento non e' casuale.

B può assumere valori differenti a seconda del metodo utilizzato per misurare l'Azimut astronomico di orientazione sulla stessa immagine.

$B = 0^{\circ},10 - 0^{\circ},15$ va bene per la funzione "righello" di Google Earth

SRTM (Shuttle Radar Topography Mission)

Nel Febbraio 2000 lo Space Shuttle Endeavour ottenne in 11 giorni la mappatura radar completa in alta risoluzione della superficie terrestre ad intervalli di 90 metri per ogni punto del pianeta



SRTM (Shuttle Radar Topography Mission)

Bande Radar

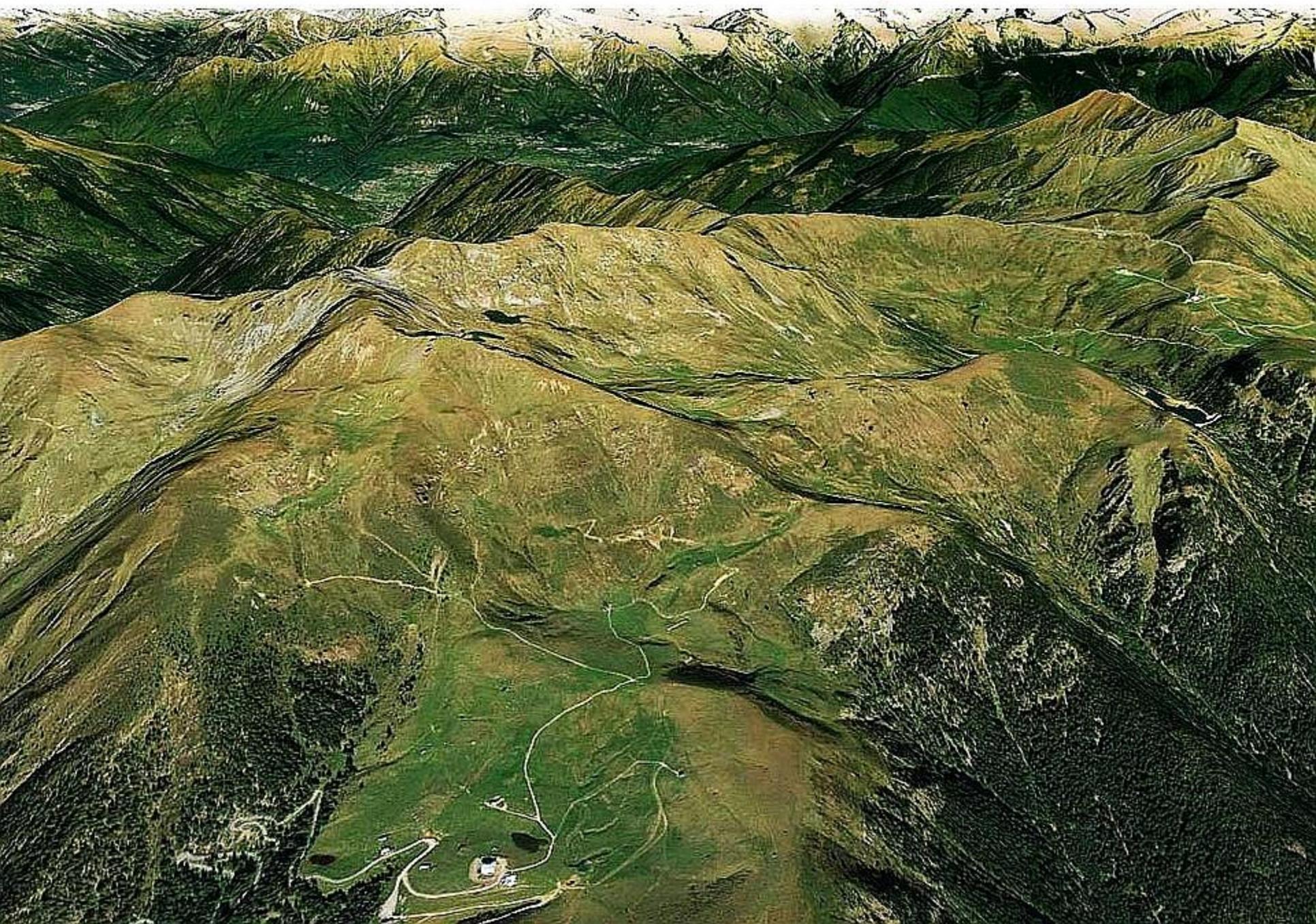
Lo Shuttle operò in 2 bande Radar

La banda C produsse la mappatura radar ad una campionatura di 90 metri.

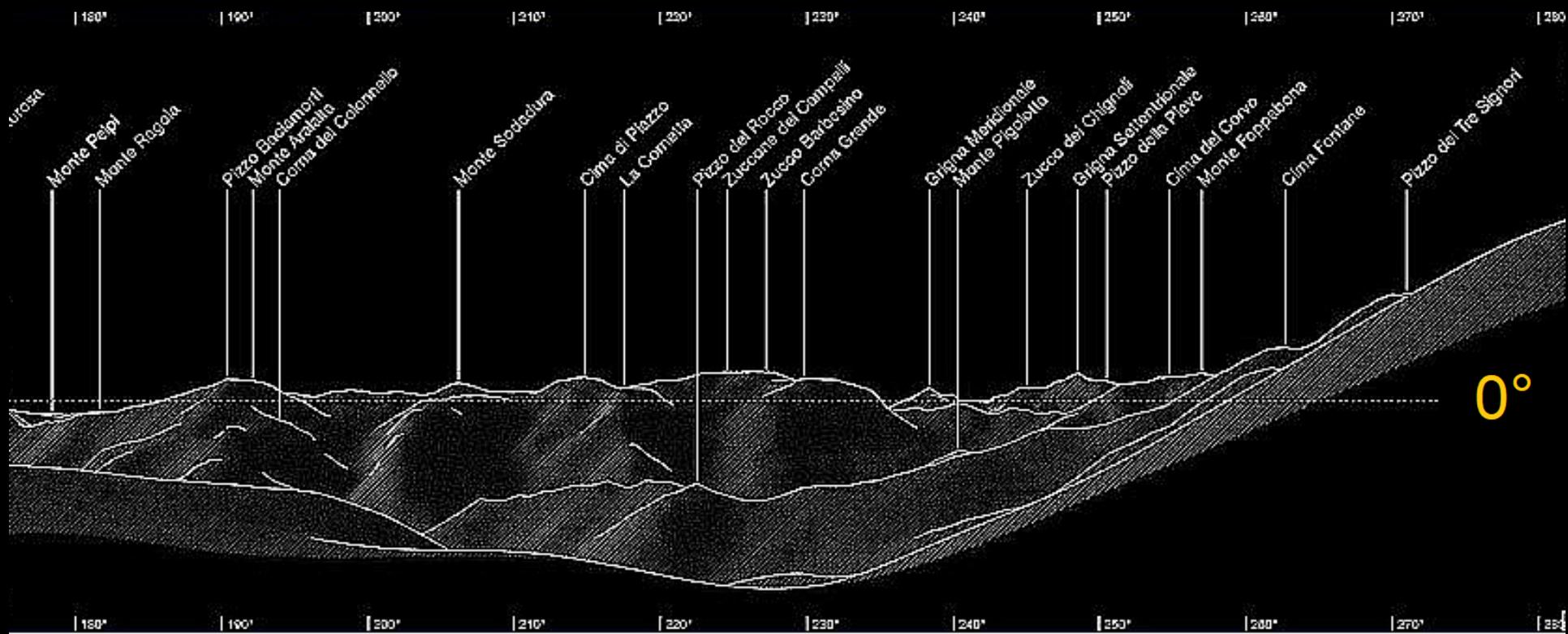
La banda X produsse una campionatura più fitta (30 metri) di alcune celle della banda C

i dati DEM a 90 metri sono scaricabili gratuitamente da internet

Piani del Monte Avaro - Modello digitale 3D



Sintesi SRTM del profilo dell'orizzonte naturale locale visibile da un sito archeologico



Azimut (gradi)

Da ricordare bene....

Precessione: varia la posizione di sorgere e tramontare delle stelle all'orizzonte astronomico locale.

Variazione dell'obliquità dell'eclittica: varia la posizione di sorgere e di tramontare del Sole e della Luna all'orizzonte astronomico locale