Università della Terza Età "Cardinale Giovanni Colombo" – Milano

A.A. 2023 - 2024

Corso di Archeoastronomia

Docente : **Adriano Gaspani**

Lezione 5

# L'impatto delle nuove tecnologie sulla ricerca archeoastronomica

Archeoastronomia:
scienza multidisciplinare che si occupa di ricostruire l'idea del Cielo, del Cosmo e del Tempo delle antiche popolazioni

L'Archeoastronomia trae le sue conclusioni dallo studio dei siti archeologici, dei reperti, dei documenti antichi, etc.
che si pensa siano astronomicamente significativi

l'Analisi Archeoastronomica deve essere consistente rispettando tre criteri:

- o) Consistenza Astronomica
- o) Consistenza Archeologica
- o) Consistenza Etnografica

...criterio di Schaefer

# Impostazione Assiomatica dell'Archeoastronomia:

Le conoscenze astronomiche degli antichi sono codificate negli allineamenti diretti verso punti di sorgere e di tramontare degli astri visibili ad occhio nudo all'epoca in cui gli allineamenti furono materializzati

Non è detto che sia vero...

# Allineamento Archeoastronomico

Un allineamento astronomico è una semiretta orientata che parte da un punto di stazione, passa per il punto di collimazione e interseca l'orizzonte locale in un punto dove, in taluni periodi dell'anno sorge o tramonta un particolare astro

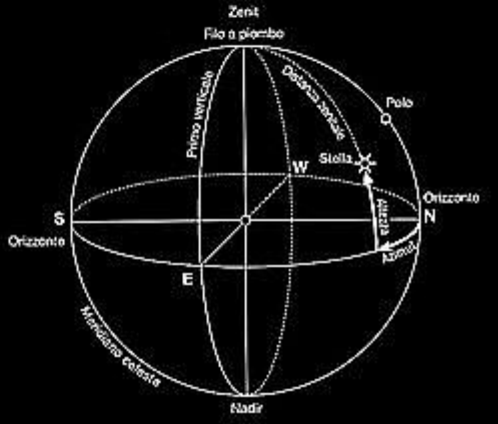

Codifica dell'Informazione

# Il rilievo archeoastronomico di un sito archeologico viene sempre eseguito nel sistema di coordinate altazimutali.

Si misurano:

Azimut (Az)
Altezze Angolari (ho)

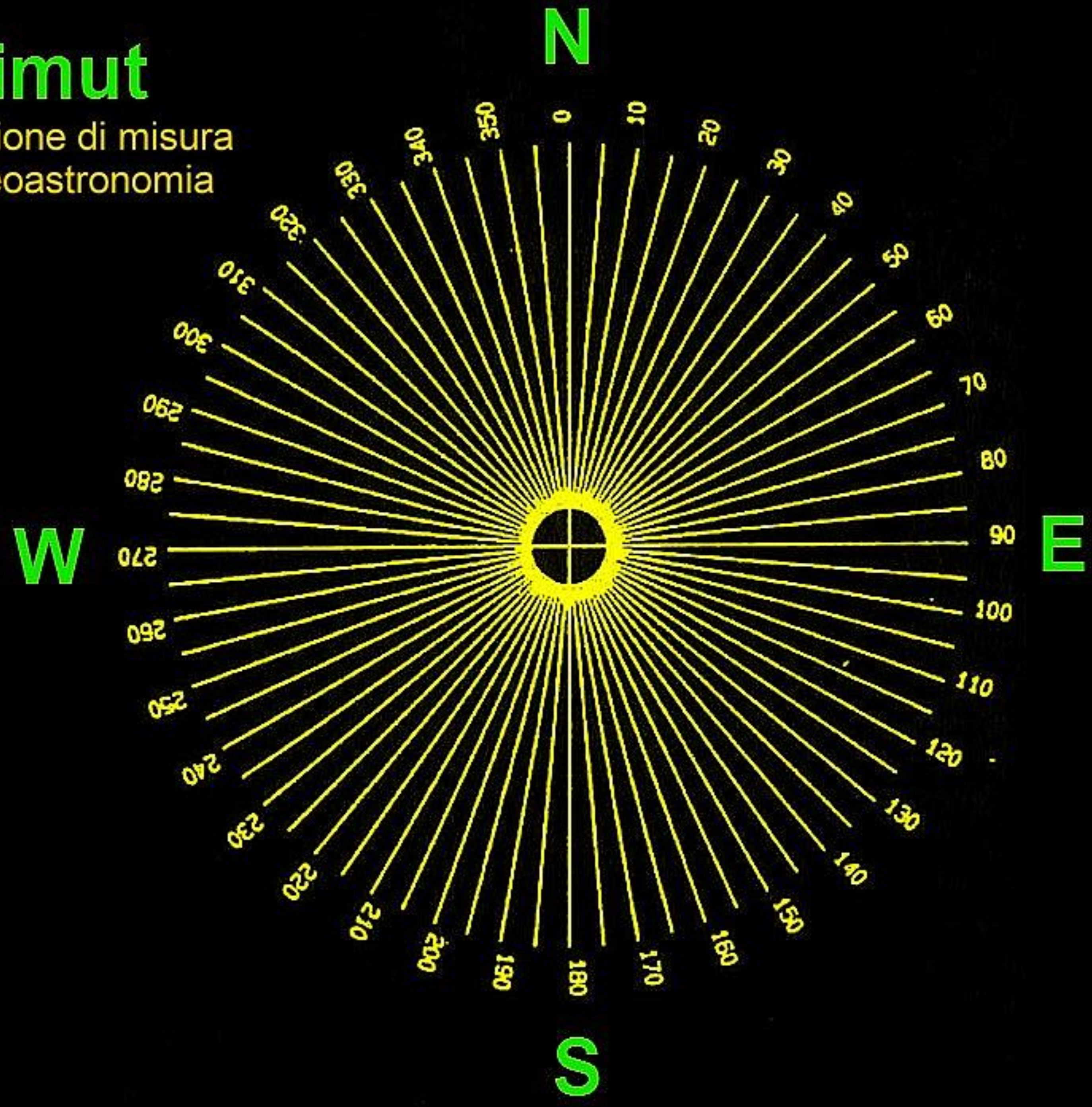
**Coordinate Altazimutali**




per ogni singolo allineamento

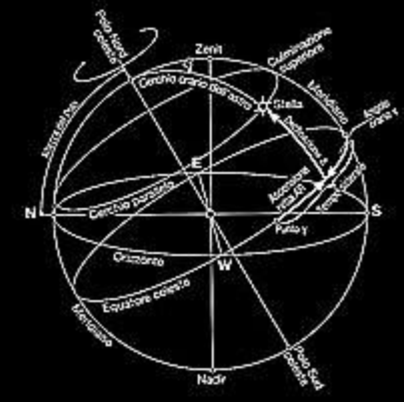
# Azimut

Convenzione di misura
in Archeoastronomia



# I calcoli astronomici vanno invece eseguiti nel Sistema Equatoriale

Coordinate Equatoriali

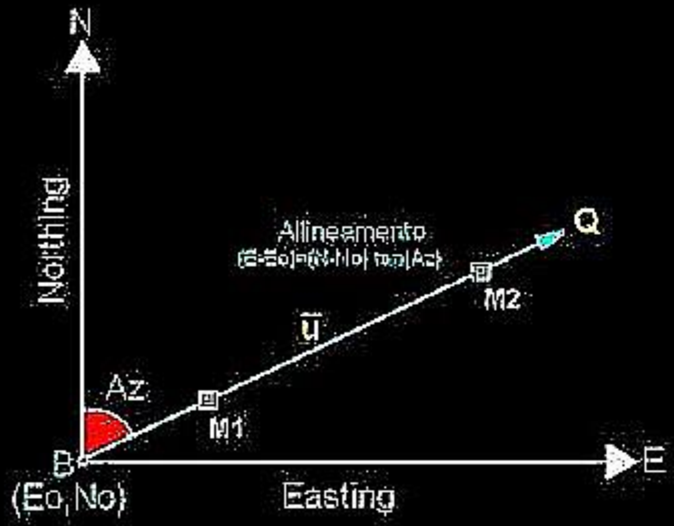



## Ascensione Retta ($\alpha$)
## Declinazione ($\delta$)

## per ogni singolo allineamento

# Interpretazione vettoriale di "allineamento"
## (Gaspani, 2014)

Un allineamento è un segmento orientato che interseca la Sfera Celeste in un punto




La definizione di allineamento

$$(E - Eo) = (N - No) \cdot \tan(Az)$$

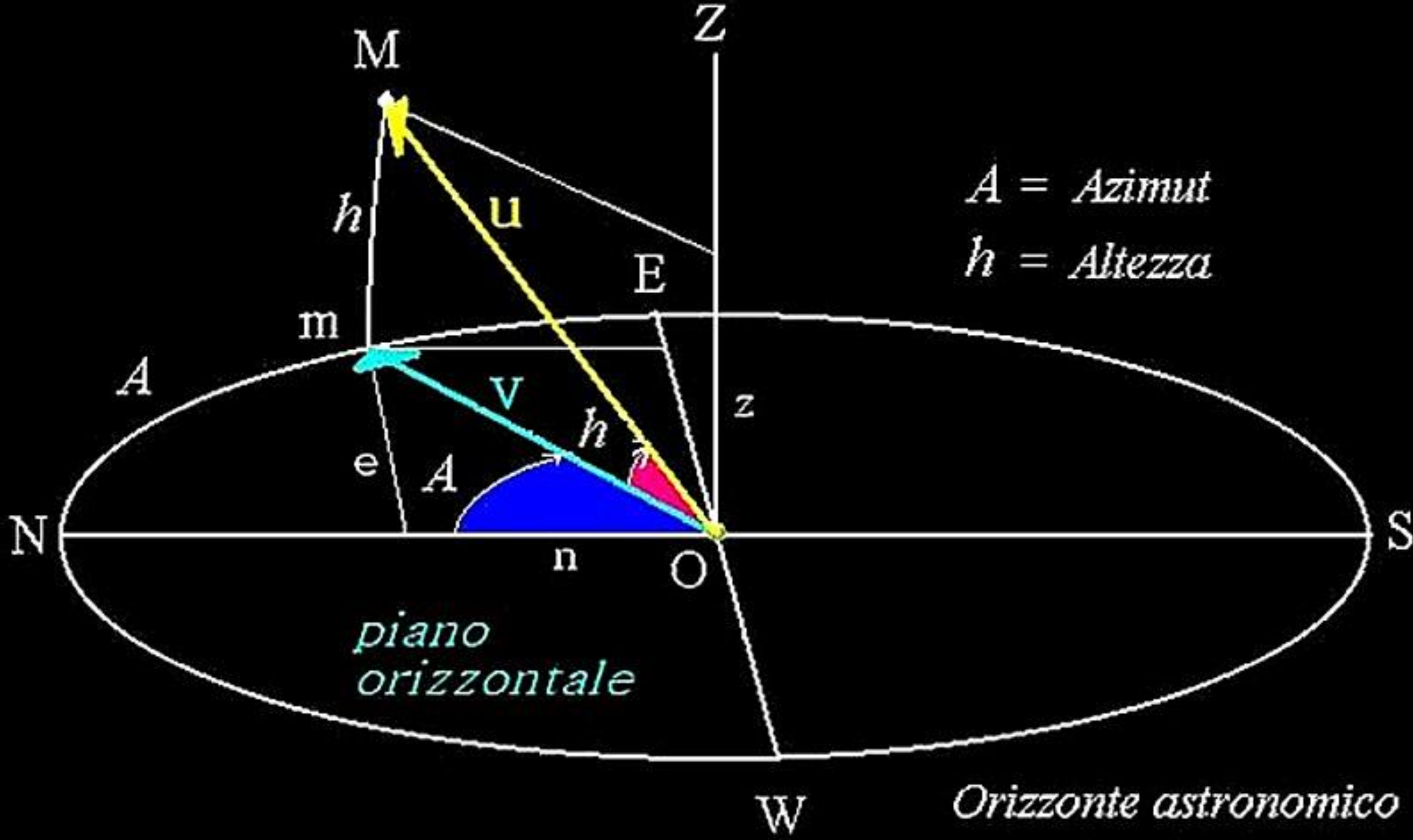
un allineamento è un vettore orientato secondo un azimut astronomico Az

**Permette di trattare sia gli allineamenti "esatti" che quelli simbolici**

# Definizione di Allineamento

Un allineamento $\vec{u}$ (OM) è un vettore definito da tre coordinate ortogonali n, e, z :( n = northing; e = easting ; z = elevation)

oppure da una coppia di coordinate angolari Az, h
(Az = Azimut astronomico; h = altezza angolare), poichè $\|u\| := 1$.



$\vec{u}$ = allineamento OM
$\vec{v}$ = proiezione dell'allineamento OM sul piano orizzontale

Az = Azimut astronomico
h = altezza angolare dell'orizzonte naturale locale

e = easting
n = northing
z = elevation

Siccome $\|u\| = \|v\| := 1$ per definizione si ha:

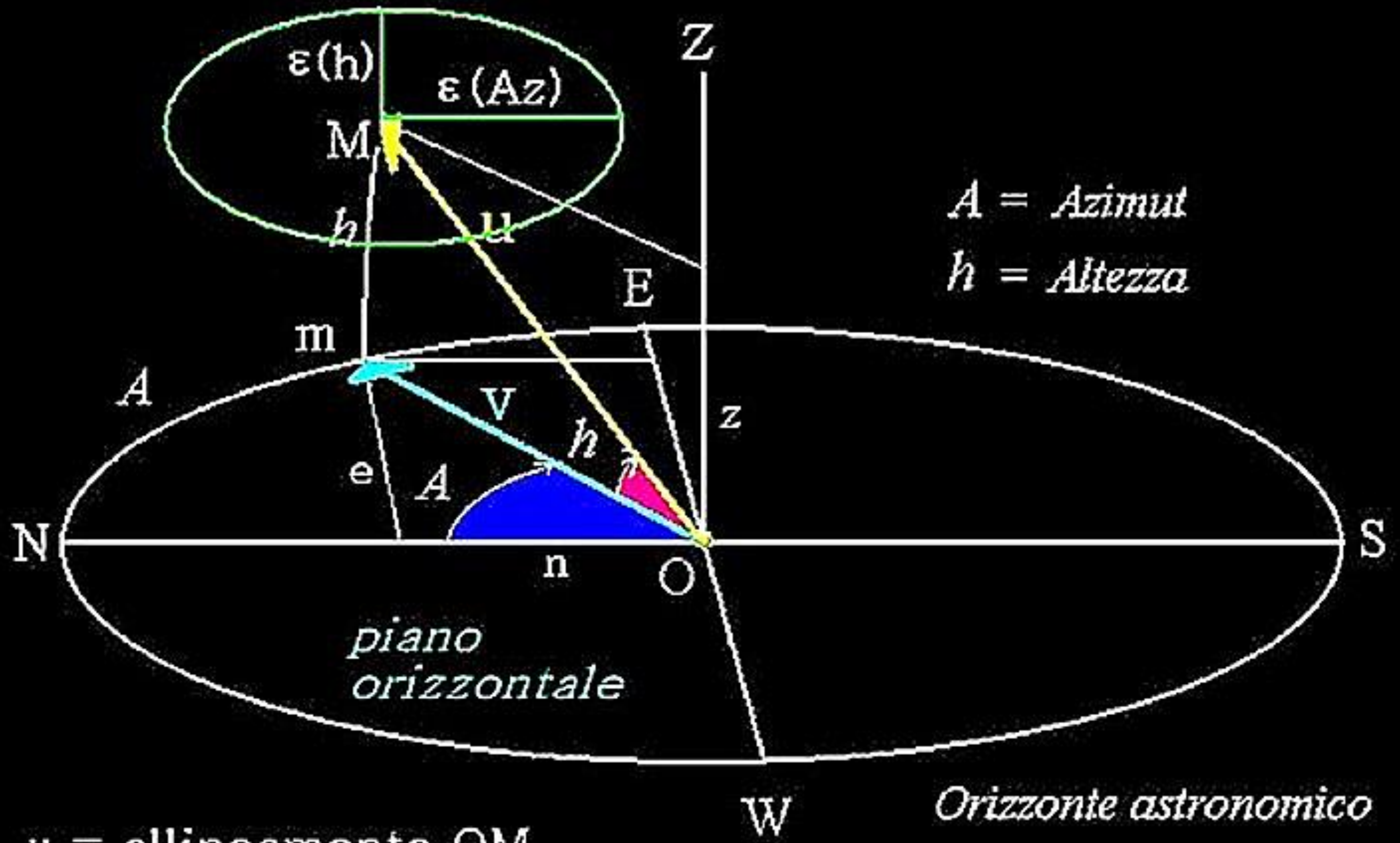
$$\boxed{\begin{aligned} n &= \cos(h)\cdot\cos(Az) \\ e &= \cos(h)\cdot\sin(Az) \\ z &= \cos(h) \end{aligned}}$$

# Ellisse d'errore di un allineamento misurato

Il rilievo di un allineamento produce una coppia di coordinate altazimutali Az (Azimut) e h (Altezza angolare) riferite alla direzione nord del meridiano astronomico locale (Az) e alla linea dell'orizzonte astronomico (h). Ciasuna delle due coordinate è misurata con una barra d'errore $\pm\varepsilon(Az)$ e $\pm\varepsilon(h)$ rispettivamente.

Queste due quantità rappresentano i semiassi di un'ellisse d'errore centrata nel punto M le cui coordinate sono Az e h lka quale definisce sulla Sfera Celeste uno spot di incertezza relativo al quel particolare allineamento misurato.

Da notare che $\pm\varepsilon(Az)$ e $\pm\varepsilon(h)$ dipendono anche dalla strumentazione con cui i rilievi sono stati eseguiti.

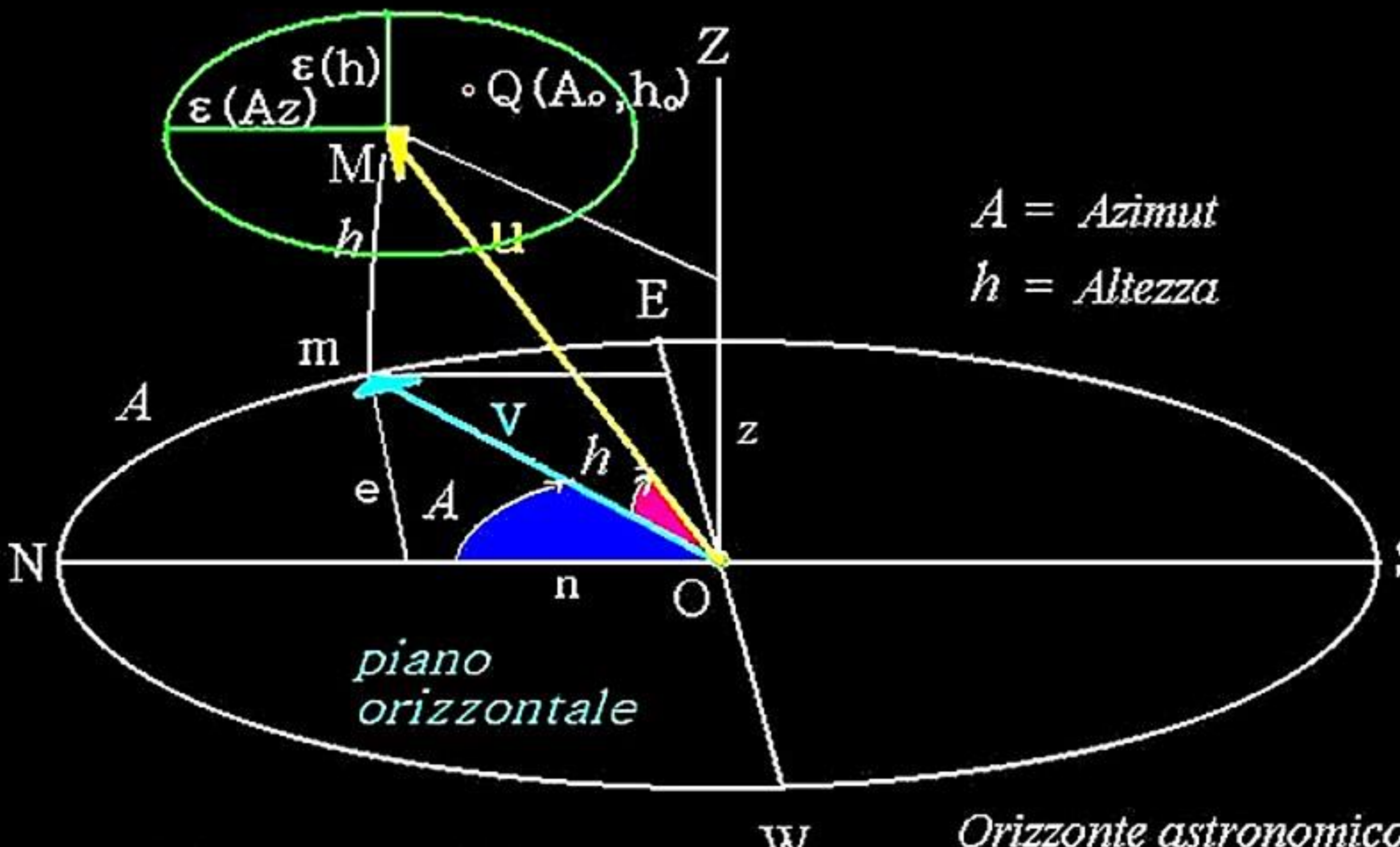



u = allineamento OM
v = proiezione dell'allineamento OM sul piano orizzontale
Az = Azimut astronomico
h = altezza angolare dell'orizzonte naturale locale

L'equazione dell'ellisse d'errore è:

$$\left(\frac{(Az - A_M)}{\varepsilon(Az)}\right)^2 + \left(\frac{(h - h_M)}{\varepsilon(h)}\right)^2 = 1$$

# Distribuzione di probabilità associata all'ellisse d'errore su un allineamento

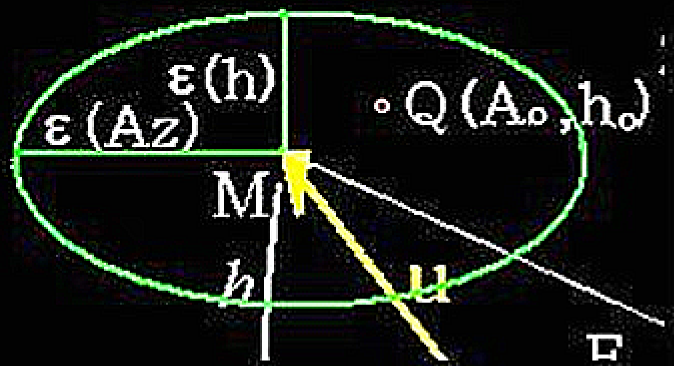



u = allineamento OM
v = proiezione dell'allineamento OM sul piano orizzontale
Az = Azimut astronomico
h = altezza angolare dell'orizzonte naturale locale

e la Funzione Densità di Probabilità (PDF) è:

$$f(Az,h) = \frac{1}{2\pi\,\varepsilon(Az)\,\varepsilon(h)}\; e^{-\frac{1}{2}\left(\left(\frac{(Az - A_M)}{\varepsilon(Az)}\right)^2 + \left(\frac{(h - h_M)}{\varepsilon(h)}\right)^2\right)}$$

dove $A_M$ è l'azimut astronomico dell'allineamento u che interseca la Sfera celete nel punto M.

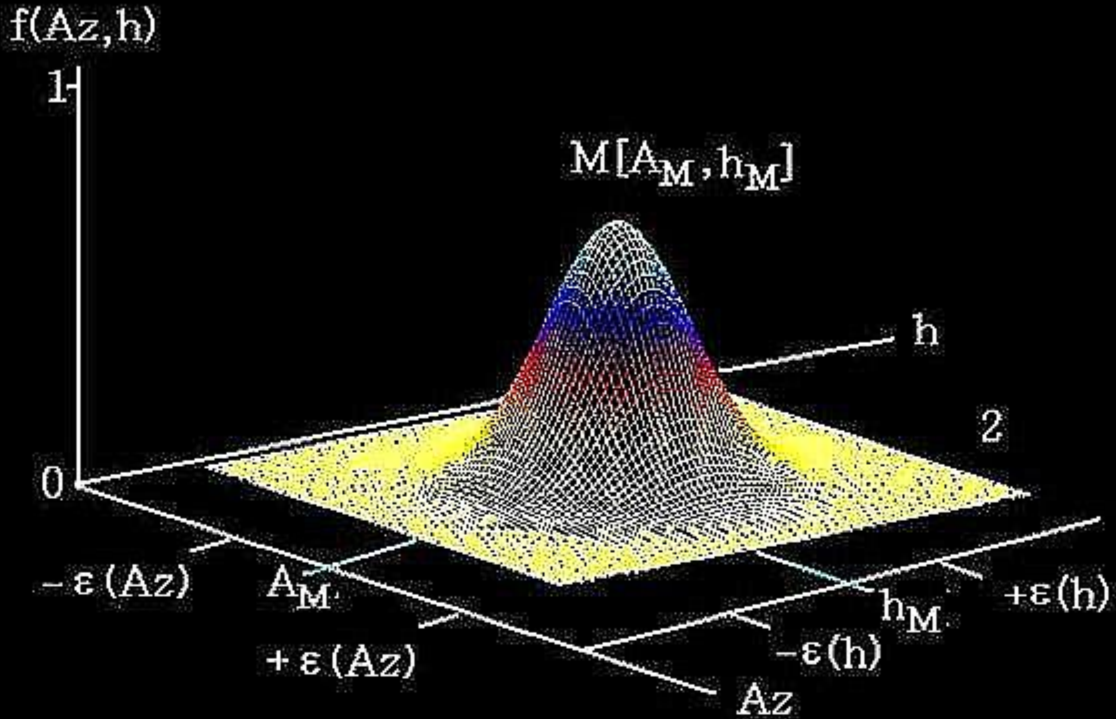



La probabilità $P(A_o, h_o)$ che un punto della Sfera Celeste capiti a caso in un preciso punto le cui coordinate altazimutali sono $A_o$ e $h_o$ è data da:

$$P(A_o, h_o) = 1 - e^{-\frac{1}{2}\left[\left(\frac{(A_o - A_M)}{\varepsilon(Az)}\right)^2 + \left(\frac{(h_o - h_M)}{\varepsilon(h)}\right)^2\right]}$$

dove $A_M$ è l'azimut a tronomico dell'allineamento u che interseca la Sfera celeste nel punto M.

# Funzione Densità di Probabilità di un allineamento sperimentalmente misurato




$$f(Az,h) = \frac{1}{2\pi\,\varepsilon(Az)\,\varepsilon(h)}\; e^{-\frac{1}{2}\left(\left(\frac{(Az - A_M)}{\varepsilon(Az)}\right)^2 + \left(\frac{(h - h_M)}{\varepsilon(h)}\right)^2\right)}$$

# Allineamenti

*"un allineamento è un segmento orientato che interseca la linea dell'orizzonte astronomico locale in un punto".*

$$\boxed{Az \pm \varepsilon(Az)}$$

## Allineamenti "esatti"

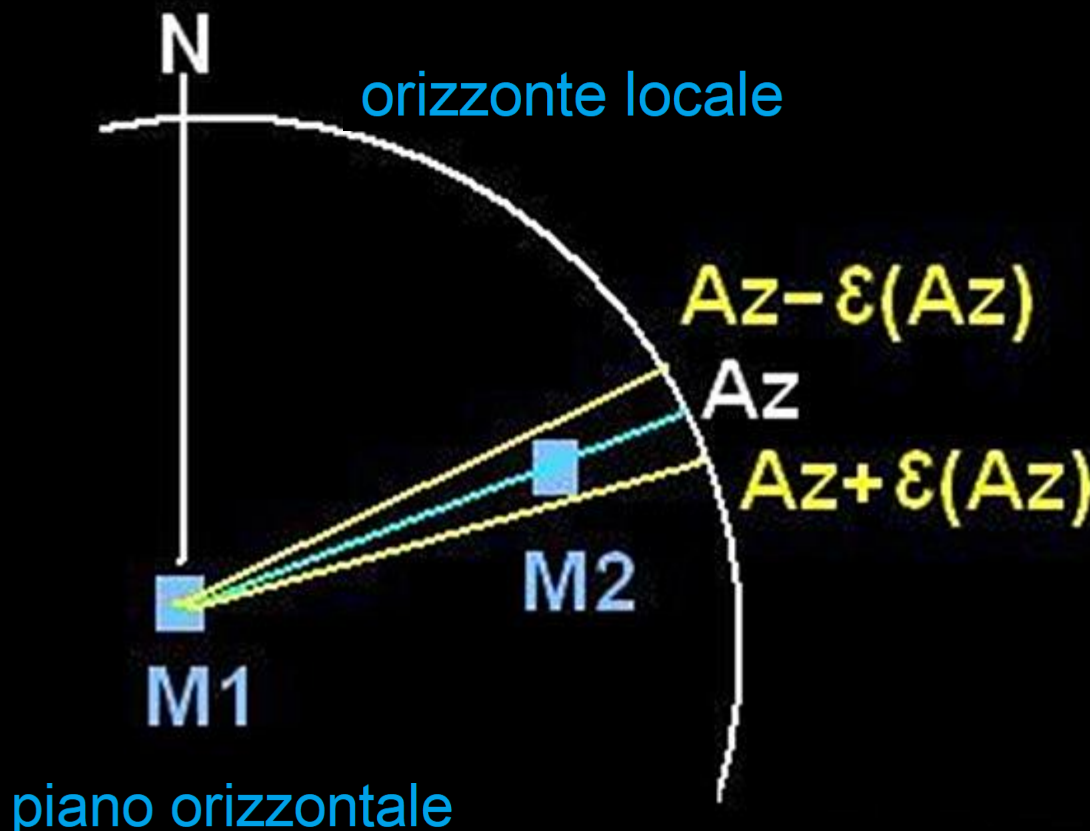
**Diretti "esattamente"  verso un punto dell'orizzonte dove era visto sorgere un particolare astro**

## Allineamenti simbolici

**Diretti approssimativamente verso un segmento di orizzonte dove era visto sorgere un particolare astro**

# Margini di incertezza

Un allineamento definito da 2 marcatori M1 e M2 è definito dal suo azimut astronomico di orientazione Az il quale è generalmente noto con un margine di incertezza ± ε(Az)



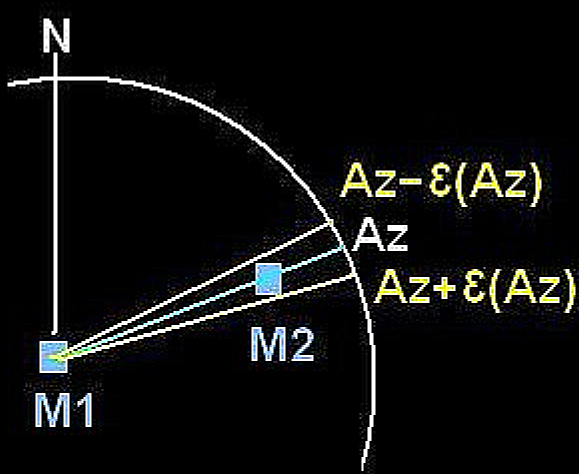

Az ± ε(Az)

La valutazione dell'errore $\varepsilon(Az)$ sull'azimut astronomico misurato è di fondamentale importanza!

$\varepsilon(Az)$ <u>non</u> è il *"pointing error"* $\Delta(Az)$

$$\Delta(Az) = Az - A^*$$

Supponiamo che in un sito sia stato identificato un singolo allineamento astronomicamente significativo di azimut Az e margine d'errore $\pm \varepsilon(Az)$ in gradi

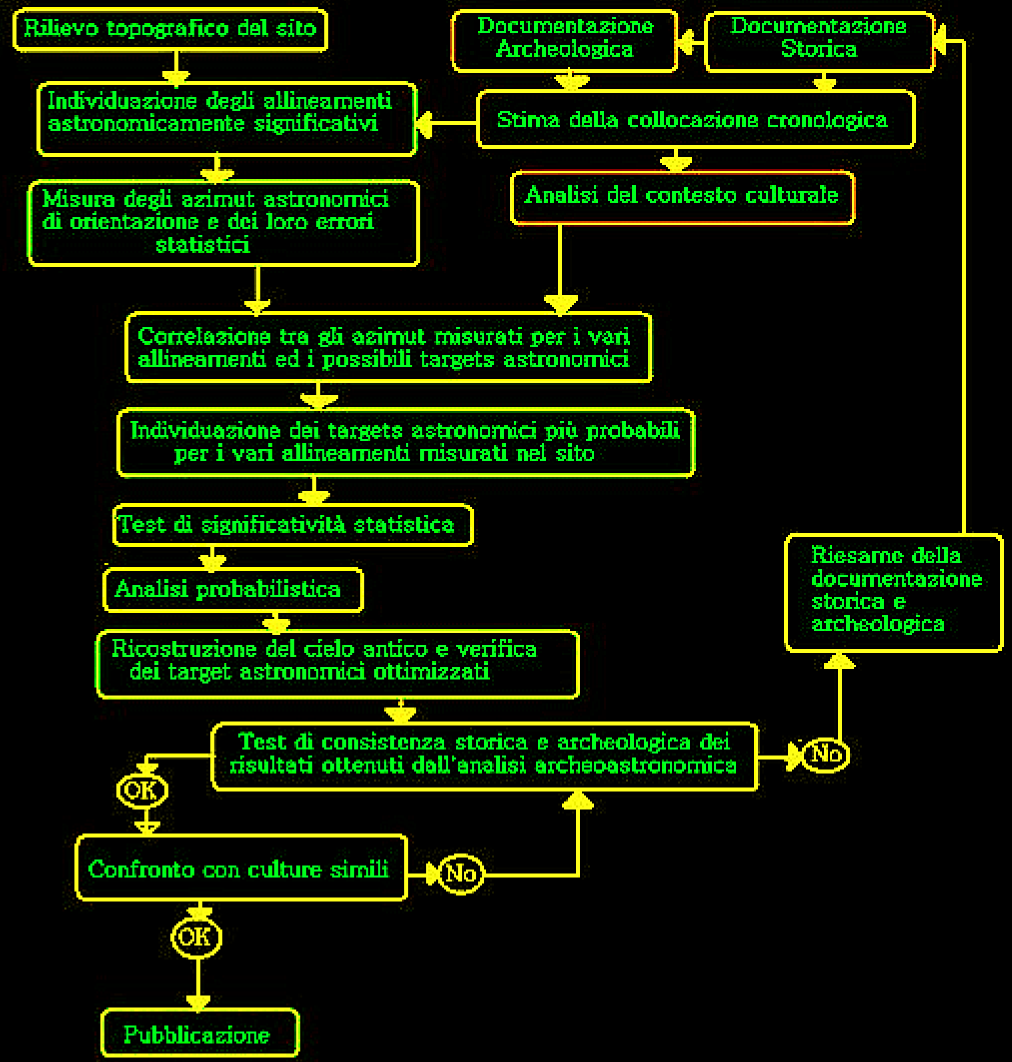



$$Pr(Az) = \frac{2\,\varepsilon(Az)}{360°} = \frac{\varepsilon(Az)}{180°}$$

(principio del "Blind Marksman")

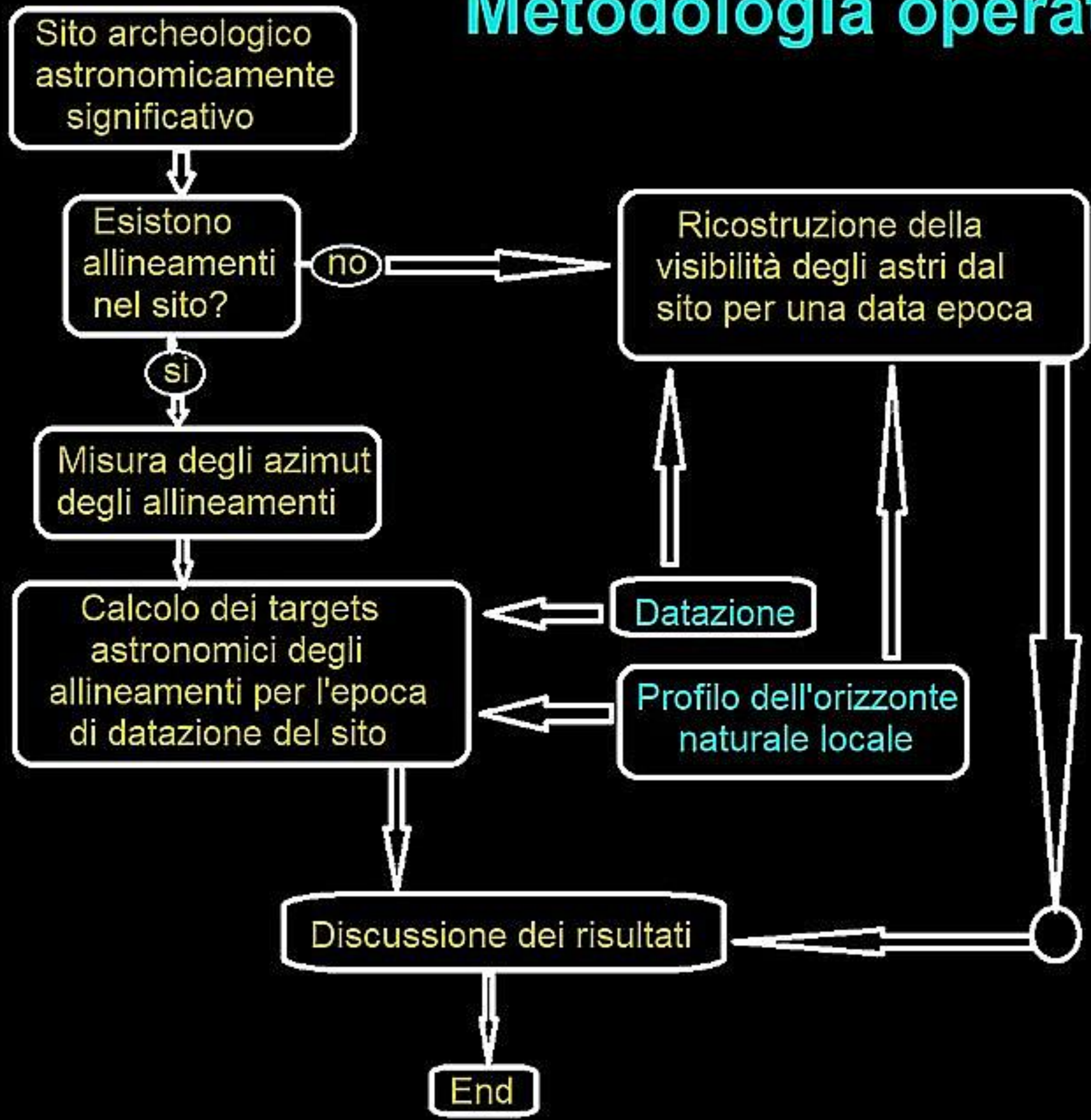
Pr(AZ) è la probabilità geometrica che in un sito esista casualmente un allineamento di azimut Az con un margine di incertezza $\varepsilon(Az)$

# Metodologia operativa

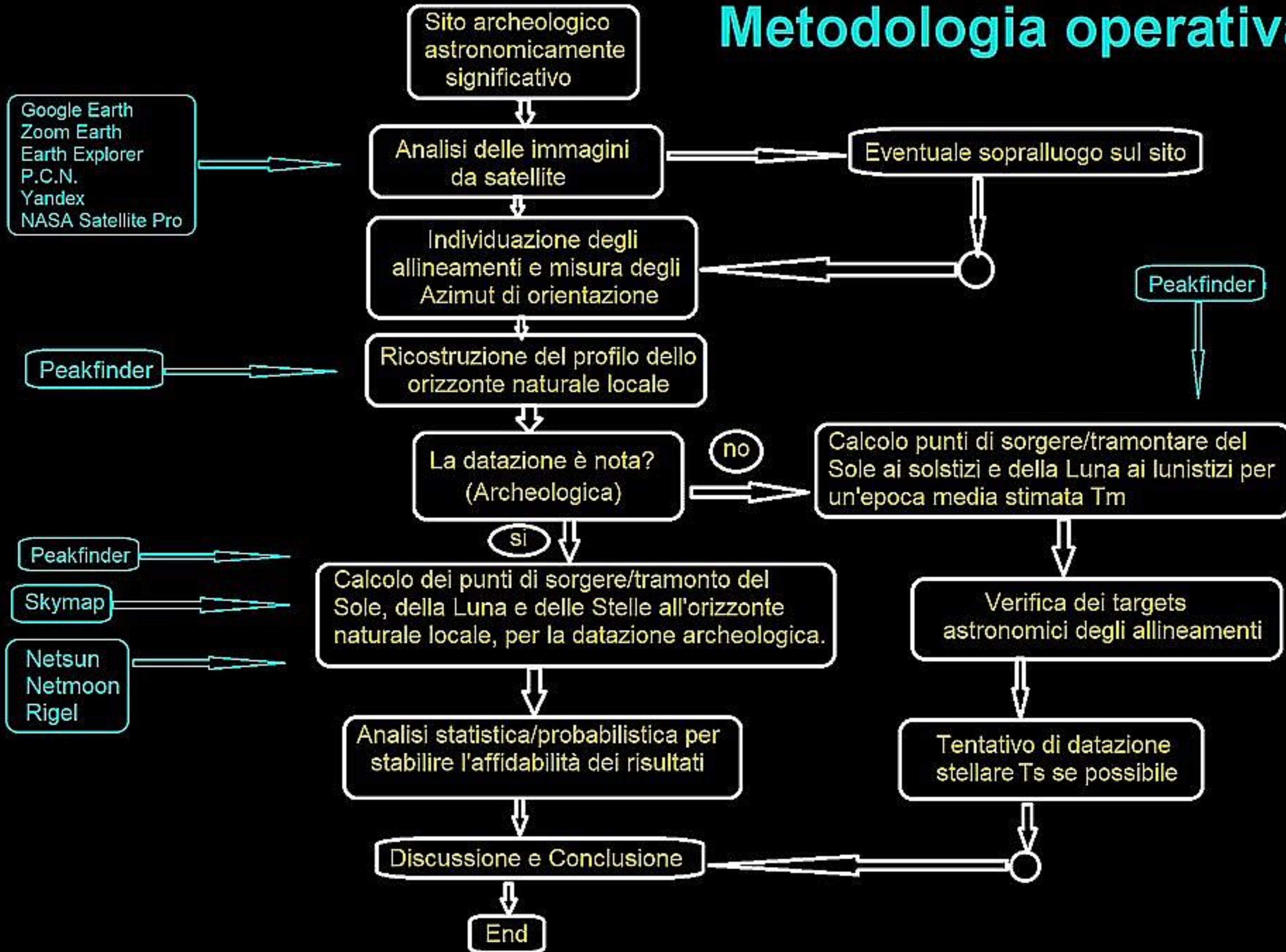



Linee guida per l'analisi archeoastronomica di un sito archeologico
potenzialmente astronomicamente significativo

# Metodologia operativa



# Metodologia operativa

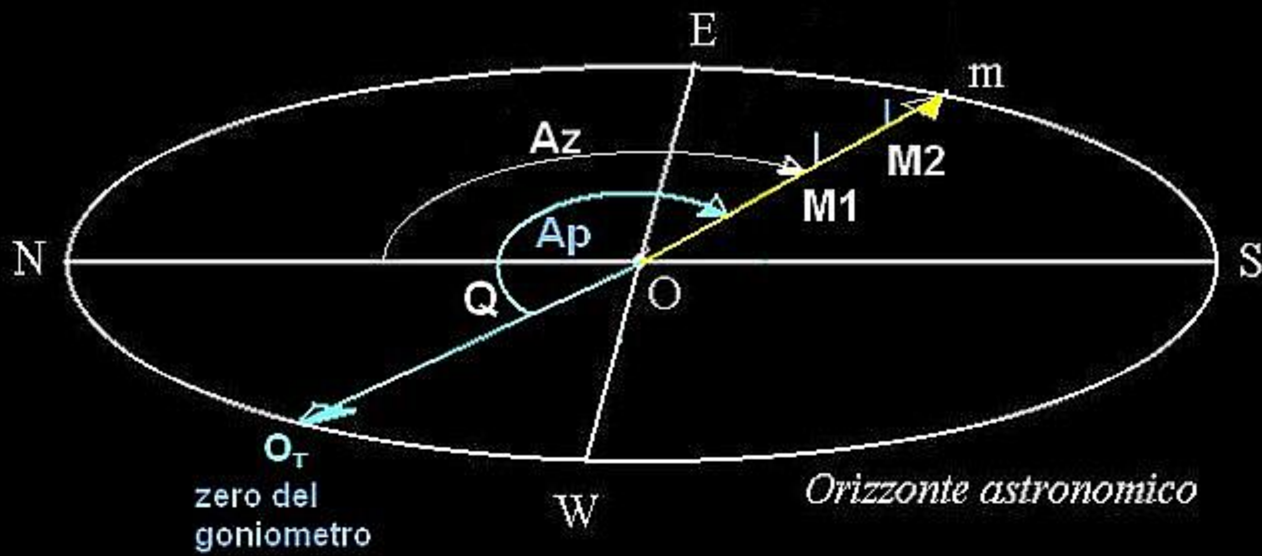


# Visione Zen dell'Archeoastronomia

Bisogna eseguire correttamente e rigorosamente la procedura completa di analisi archeoastronomica senza preoccuparsi dei risultati.

**Se ci sono, verranno da sè**

# Calibrazione




Az = Azimut Astronomico (da determinare)
Ap = Angolo Orizzontale (misurato)

**Calibrazione:**

$$\boxed{Az = Ap - Q}$$

La Calibrazione richiede SEMPRE la misura dell'Azimut Astronomico (Geodetico) di una direzione di riferimento collimabile con lo strumento utilizzato per il rilievo archeoastronomico

La linea di riferimento può essere:

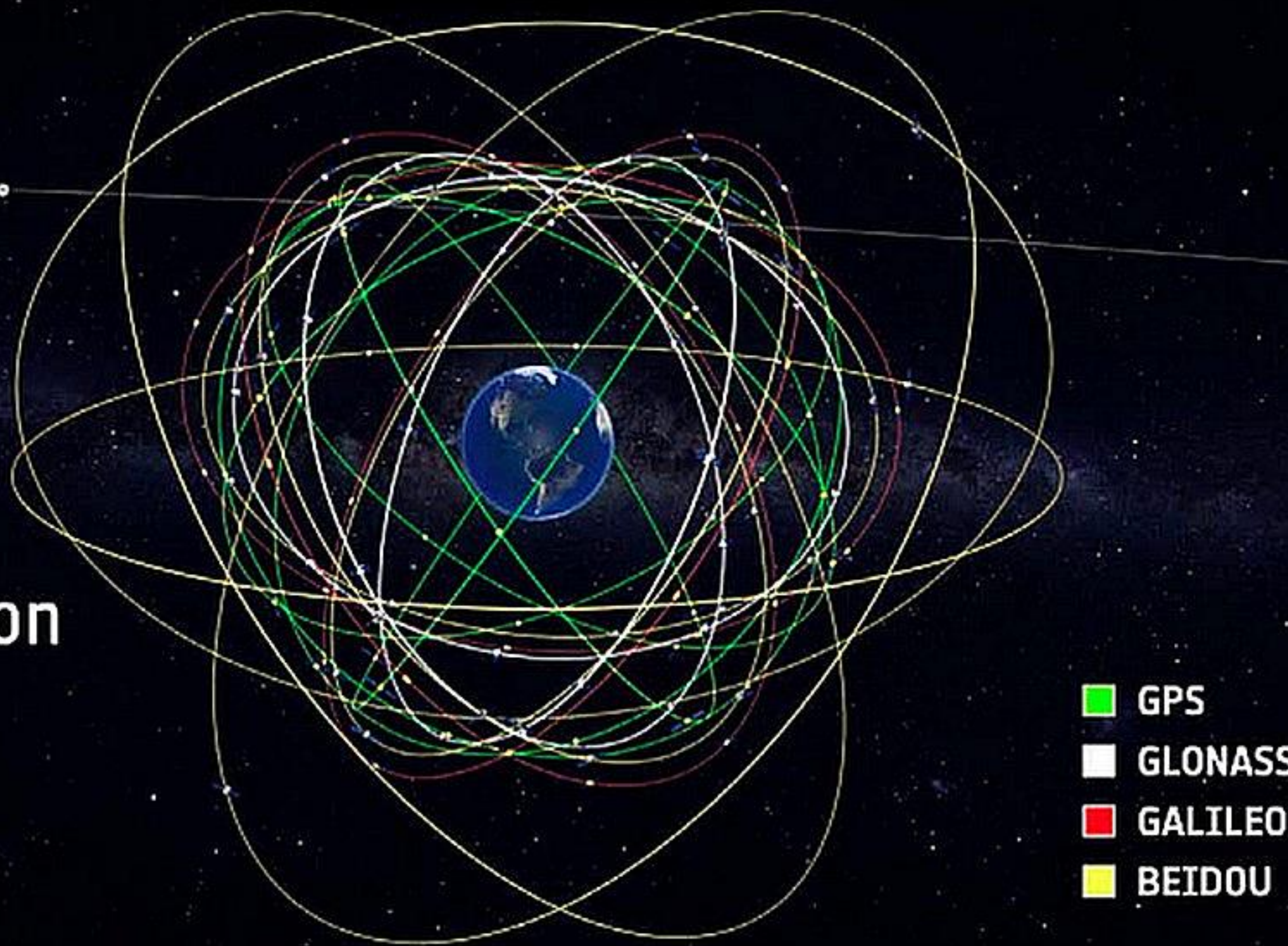
Topografica o Geodetica (Base GPS o ibrida)
Astronomica (direzione solare o stellare)

# Rilievo Archeoastronomico

## Nuove tecniche di studio dei siti archeologici astronomicamente significativi

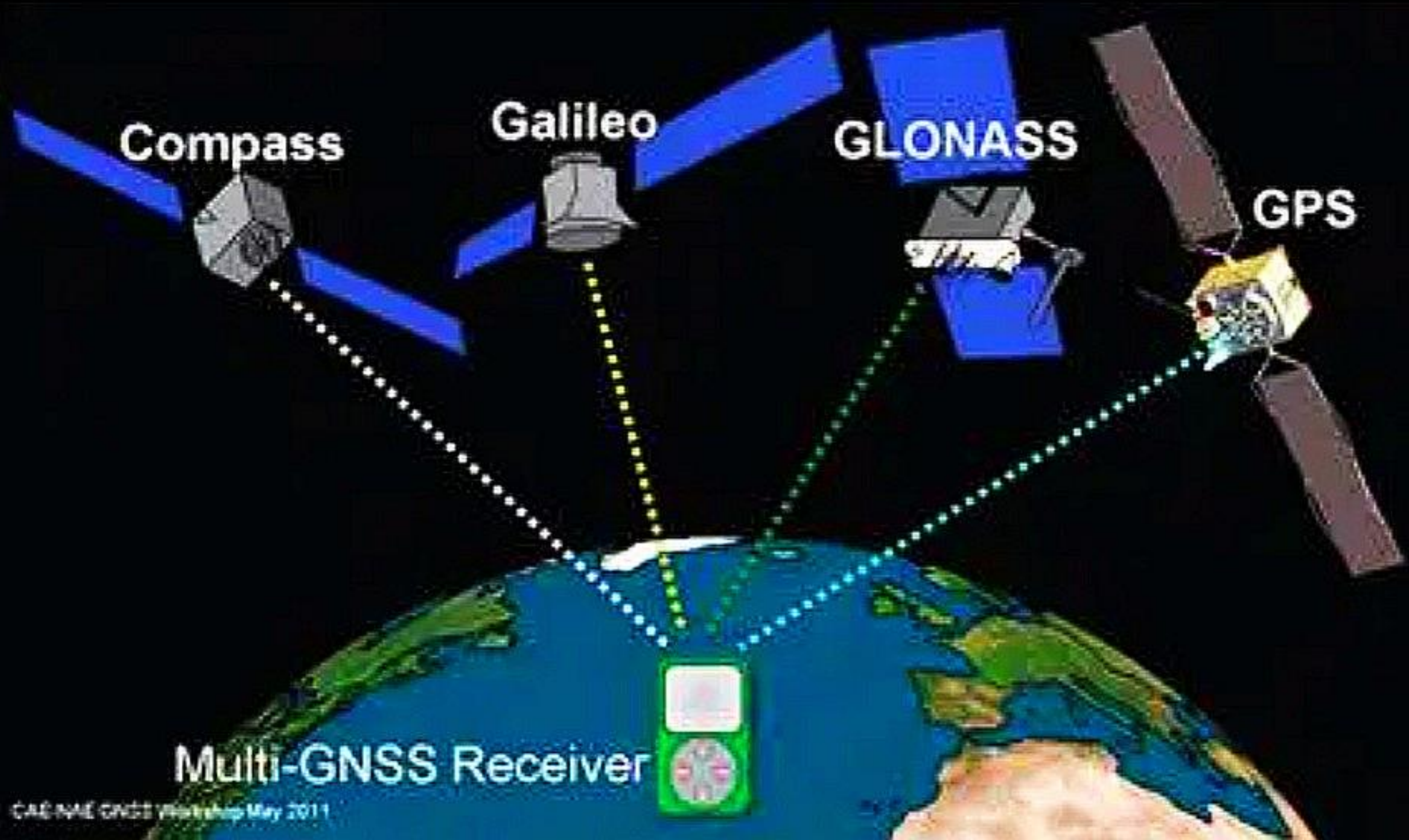
## (dalla tecnologia spaziale)

# GNSS

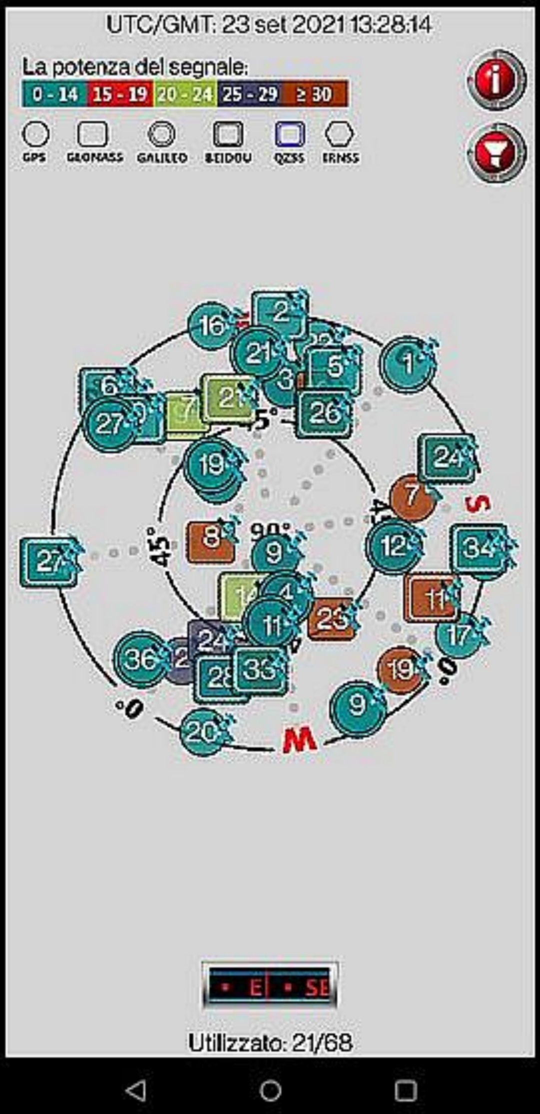


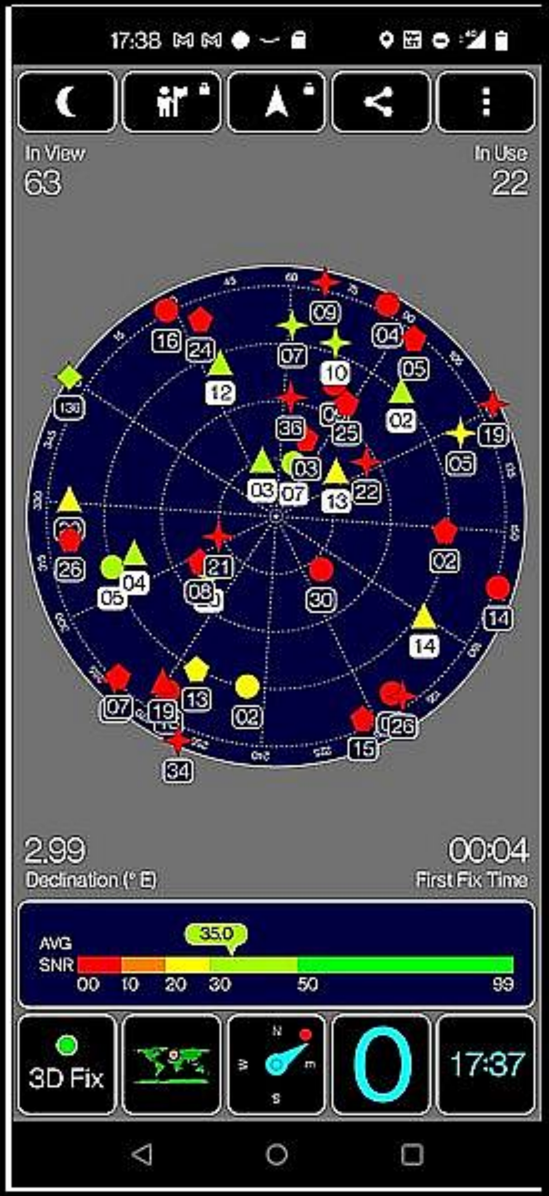

**G**lobal
**N**avigation
**S**atellite
**S**ystems

# GNSS

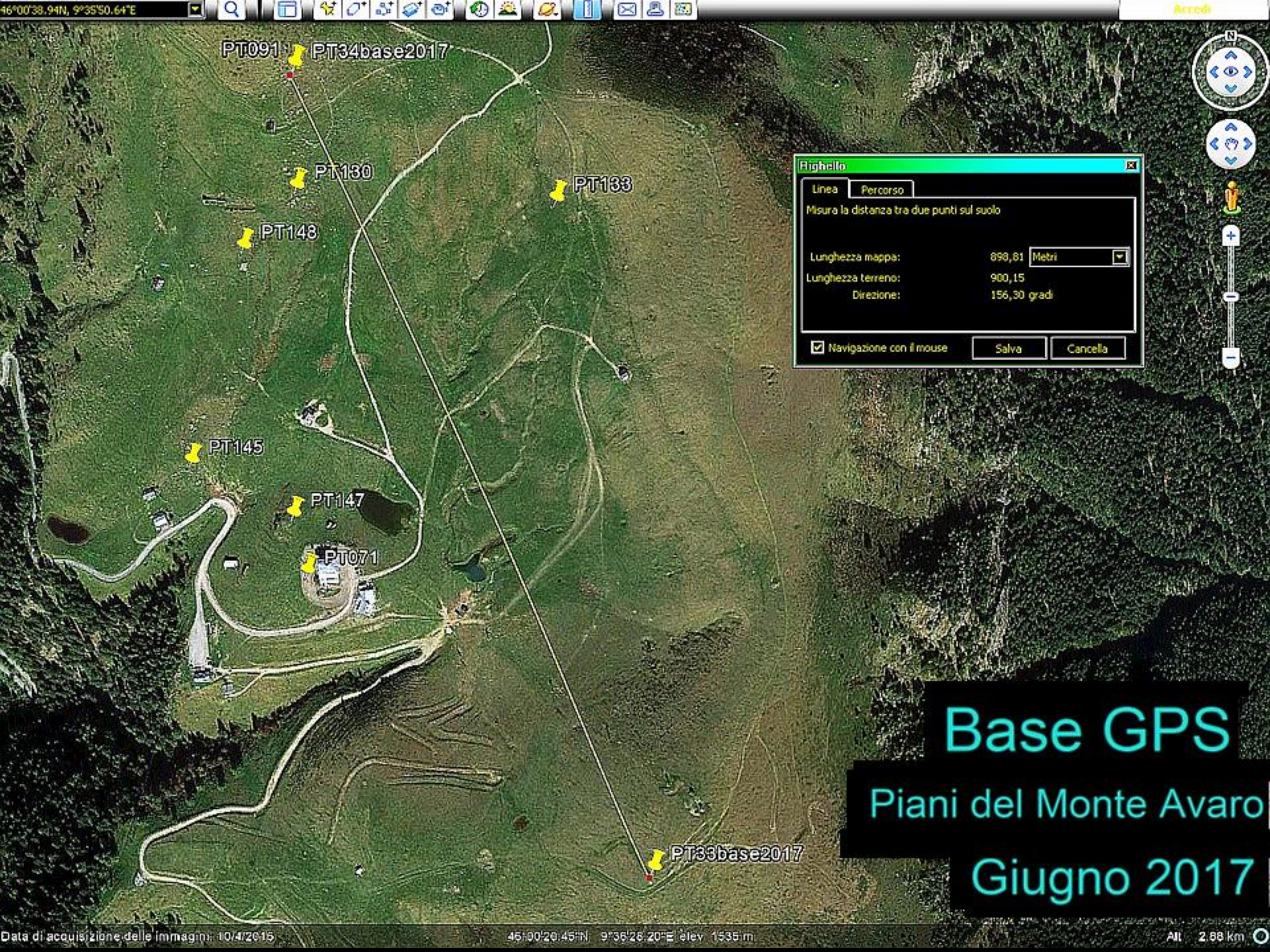


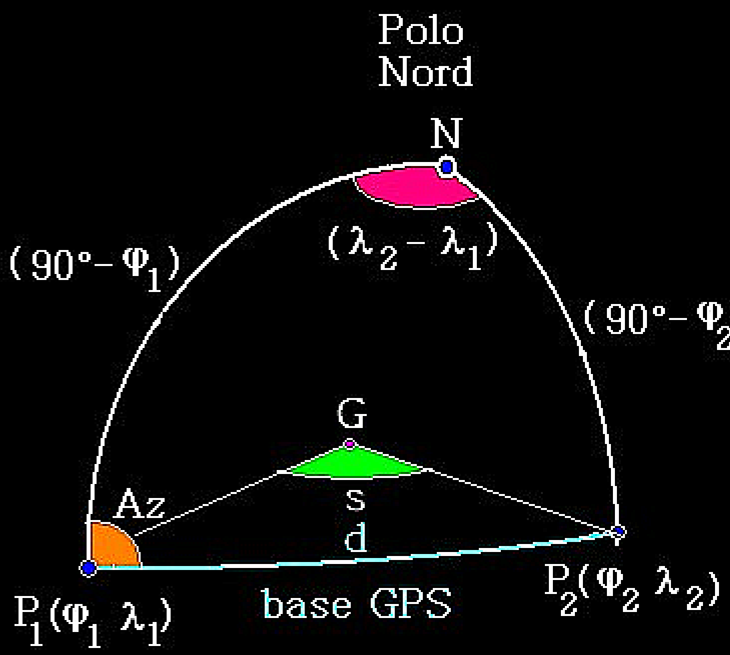
# Rilievo GNSS mediante app su smartphone



# Rilievo GNSS mediante app su smartphone


46°00'38.94N, 9°35'50.64"E
PT091
PT34base2017
PT130
PT133
PT148
PT145
PT147
PT071
PT33base2017
Righello
Linea
Percorso
Misura la distanza tra due punti sul suolo
Lunghezza mappa: 898,81 Metri
Lunghezza terreno: 900,15
Direzione: 156,30 gradi
Navigazione con il mouse
Salva
Cancella
Base GPS
Piani del Monte Avaro
Giugno 2017
Data di acquisizione delle immagini: 10/4/2015
46°00'20.45"N 9°36'28.20"E elev 1535 m
Alt 2.88 km




$(\lambda_2 - \lambda_1)$ = angolo al Polo

$(90° - \varphi_1)$ = colatitudine di P1

$(90° - \varphi_2)$ = colatitudine di P2

Az = Azimut della base GPS P1–P2

s = angolo al centro

d = lunghezza della base GPS

P1 = $P_1(\varphi_1\ \lambda_1)$: punto estremo PT034

P2 = $P_2(\varphi_2\ \lambda_2)$: punto estremo PT033

$\sigma = 0{,}01 \cdot \lambda_c \cdot \text{HDOP} + \ldots$

$$Az = \arctan\left[\frac{\lambda_2 - \lambda_1}{\varphi_2 - \varphi_1}\cos(\varphi_o)\right]$$

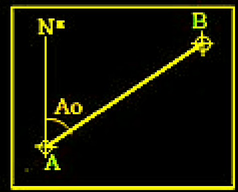
$$\varphi_o = \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2}$$

# Azimut di una base GPS
## con misure di codice C/A

Sia AB una base GPS di azimut astronomico pari ad Ao e lunghezza D, essa può essere materializzata misurando le coordinate dei due estremi A e B, riferite al datum WGS84 mediante un ricevitore GPS operante con misure di codice C/A trasmesso sulla sola frequenza L1 (1575,42 MHz).

Quantità misurate:

| Punto | Latitudine (gradi) | Longitudine (gradi) | Numero di fixes |
|---|---|---|---|
| A | $\varphi_A$ | $\lambda_A$ | $N_A$ |
| B | $\varphi_B$ | $\lambda_B$ | $N_B$ |




Calcolo azimut geodetico della base:

$$Ao = \arctan\left[\frac{\lambda_B - \lambda_B}{\varphi_B - \varphi_A}\cos(\varphi_o)\right] \quad \text{(gradi)}$$

dove:

$$\varphi_o = \frac{\varphi_B + \varphi_A}{2} \quad \text{(gradi)}$$

L'incertezza con cui l'azimut geodetico Ao è determinato vale:

$$\sigma = \frac{168\ \text{HDOP}}{D} \quad \text{(gradi)}$$

e lo SDOM vale:

$$\text{SDOM} = \sigma / \sqrt{No} \quad \text{(gradi)}$$

con:

$$No = (N_A + N_B)/2$$

I limiti di confidenza (p=95%) relativi all'azimut geodetico della base saranno:

$$Au = Ao + 2\,\sigma/\sqrt{No} \quad \text{(gradi)}$$
$$Ad = Ao - 2\,\sigma/\sqrt{No} \quad \text{(gradi)}$$

A questo punto l'azimut della base GPS sarà: Ao ± SDOM e quindi si avrà:

$$Ad \leqslant Ao \leqslant Au$$

con un livello di probabilità pari al 95%.

# Lunghezza di una base GPS
## con misure di codice C/A

La lunghezza di una base GPS che congiunge due punti A e B può essere misurata utilizzando le coordinate dei due punti estremi riferite al datum WGS84 utilizzando le sole misure di codice C/A trasmesso sulla sola frequenza L1 (1545,72 MHz) come segue:

$$D_o = 111129\sqrt{(\varphi_B - \varphi_A)^2 + (\lambda_B - \lambda_B)^2\cos^2(\varphi_o)} \quad \text{metri}$$

dove:

$$\varphi_o = \frac{\varphi_B + \varphi_A}{2}$$

L'incertezza $\sigma$(D) sulla lunghezza D calcolata vale:

$$\sigma = 3\sqrt{2}\ \text{HDOP} \quad \text{(metri)}$$

e lo SDOM sarà:

$$\text{SDOM} = \sigma / \sqrt{No} \quad \text{(metri)}$$

dove:

$$No = (N_A + N_B)/2$$

I limiti di confidenza (95%) sulla distanza misurata sono:

$$Du = Do + 2\,\sigma/\sqrt{No}$$
$$Dd = Do - 2\,\sigma/\sqrt{No} \quad \text{(metri)}$$

La lunghezza della base GPS sarà: Do ± SDOM e quindi si avrà:

$$Dd \leqslant Do \leqslant Du$$

con un livello di probabilità pari al 95%.

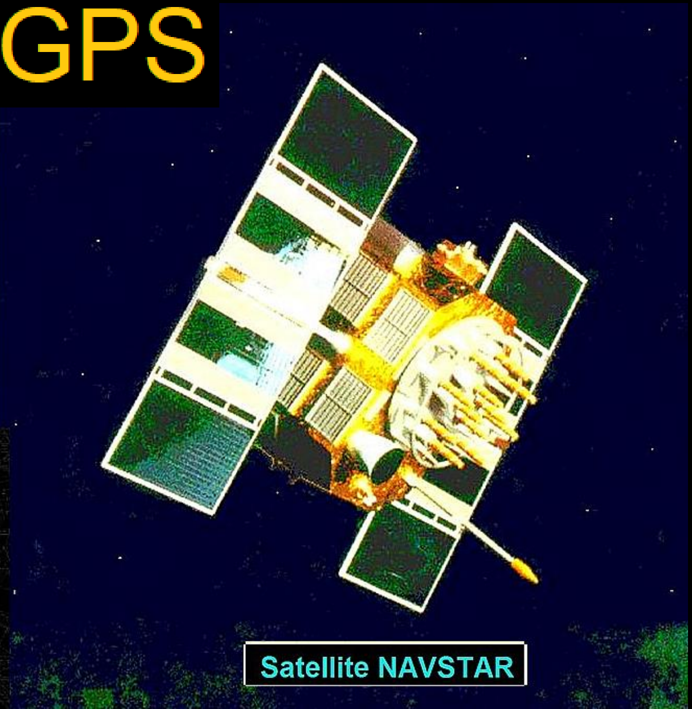
Base GPS Piani del Monte Avaro Giugno 2017

Base GPS    Piani del Monte Avaro    Giugno 2017

# Tecniche satellitari GPS/GNNS

Glonass

GPS




Beidou

# Rilievo Archeoastronomico

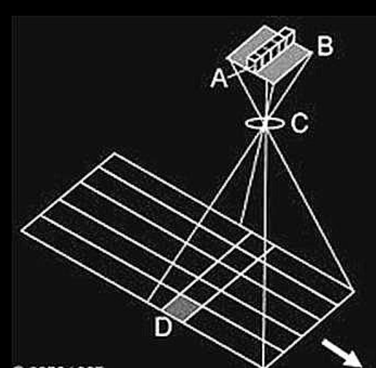
## Telerilevamento satellitare

GeoEye

OrbView

QuickBird

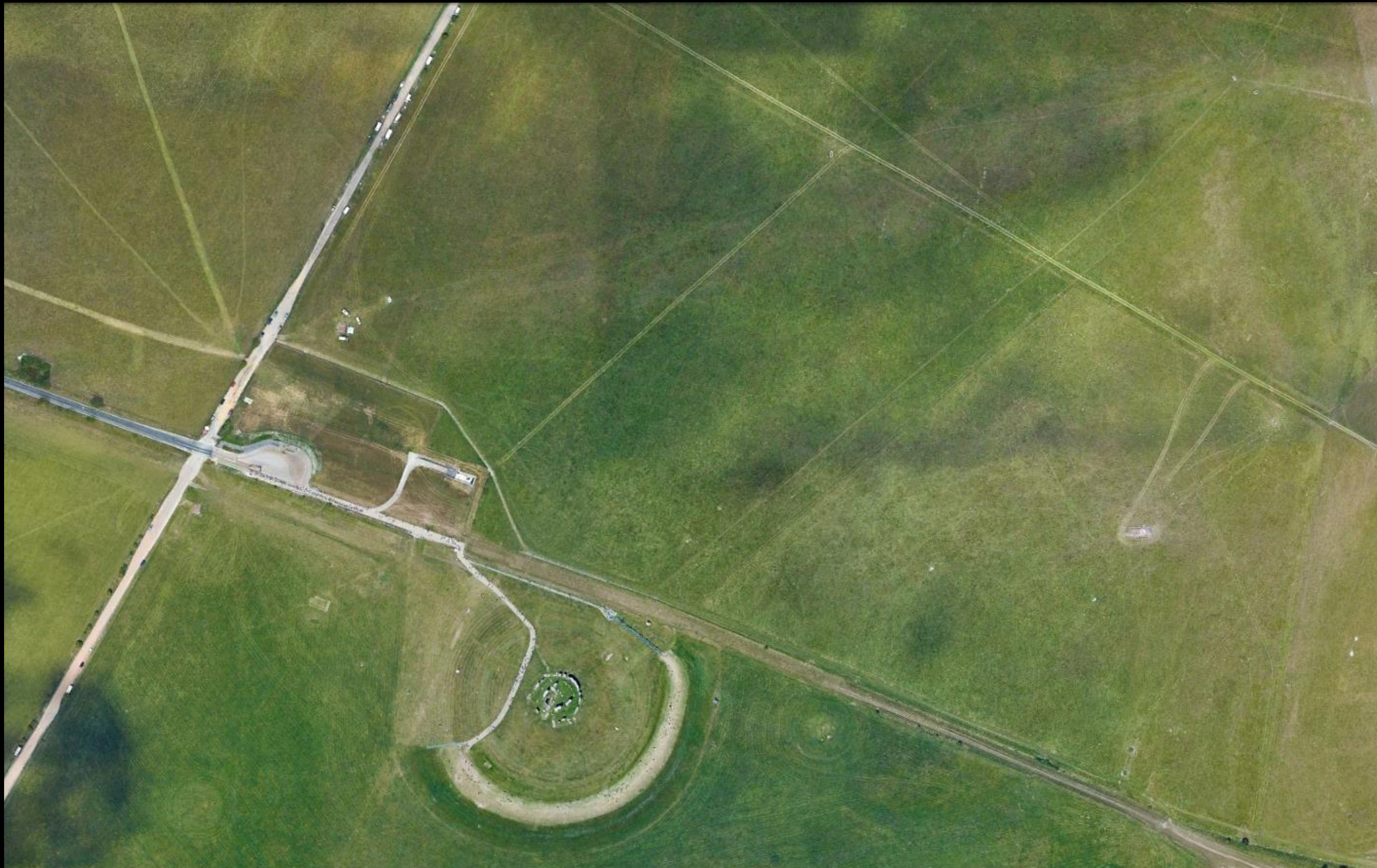
Ikonos





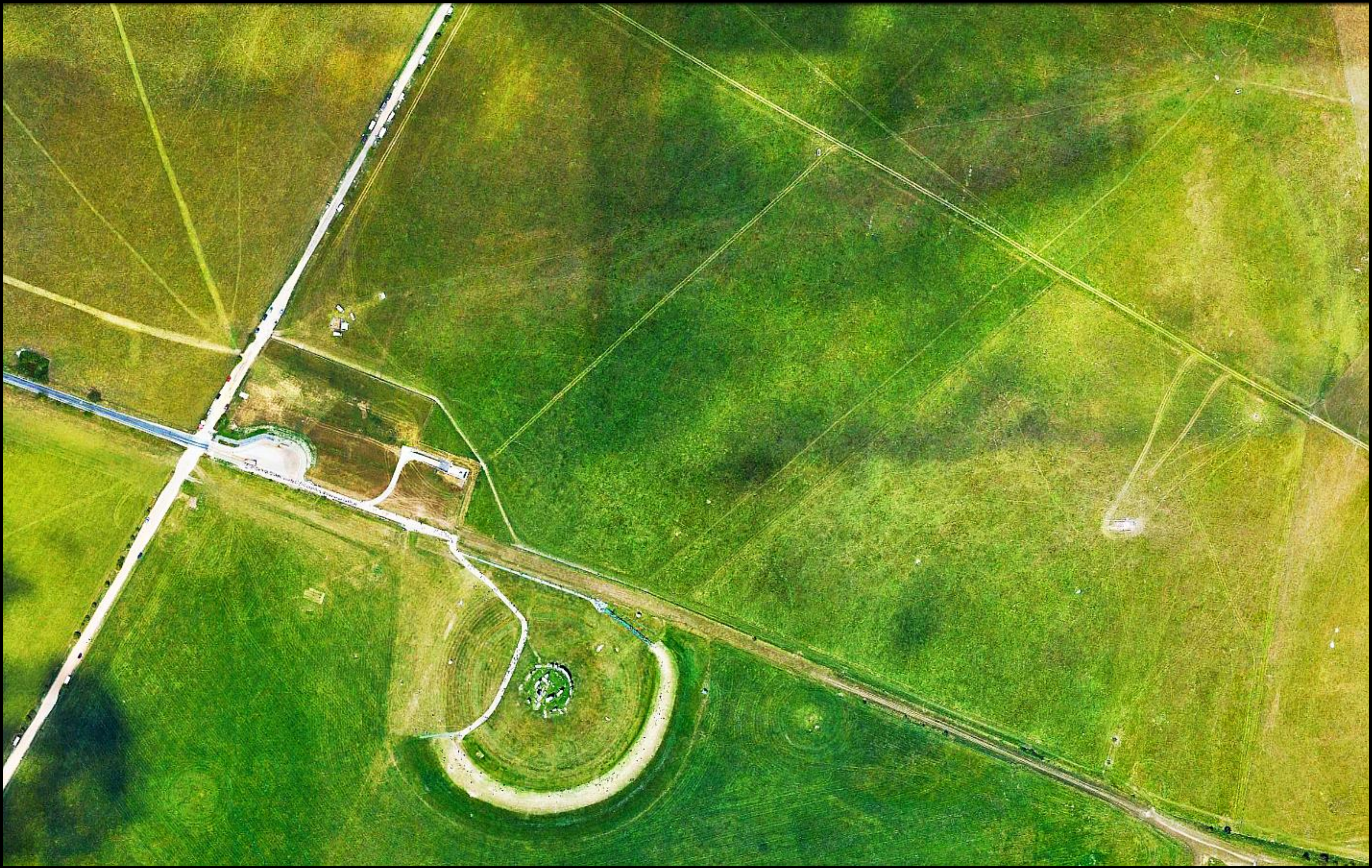
Stonehenge

# Stonehenge immagine satellitare grezza

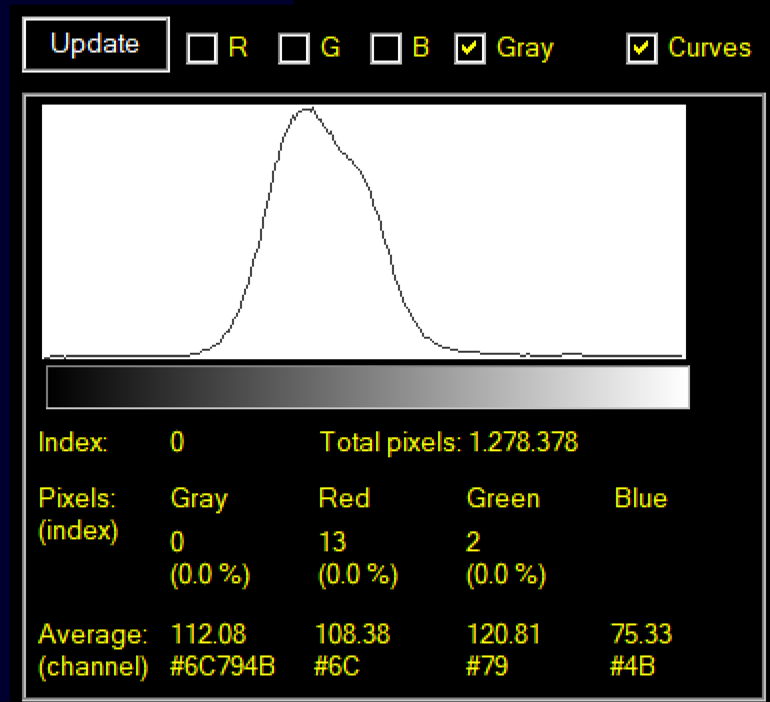


# Stonehenge

immagine dopo la rimozione degli effetti dell'atmosfera



# Istogramma dei pixels dell'immagine



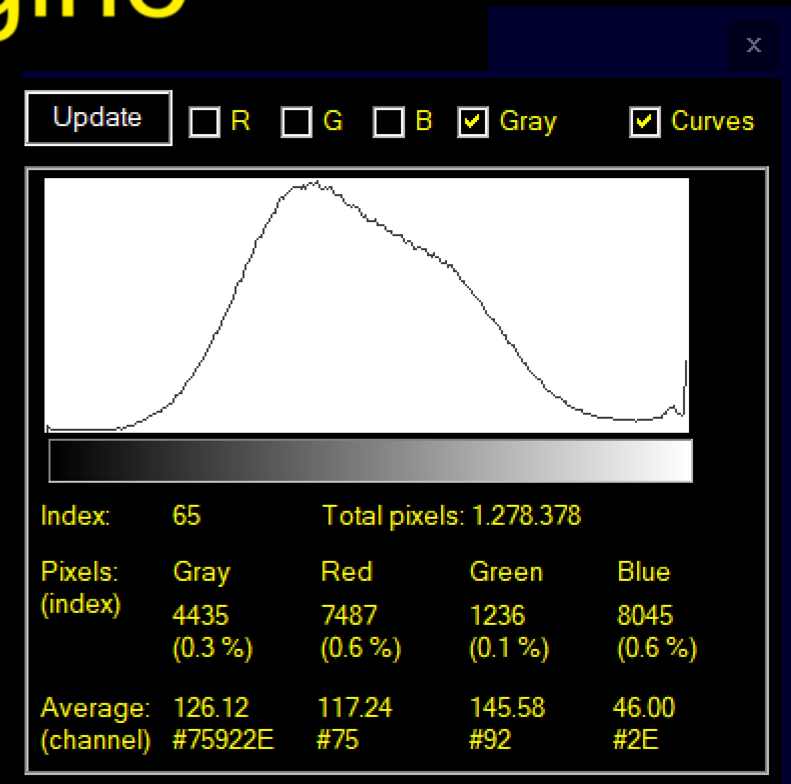




immagine satellitare grezza

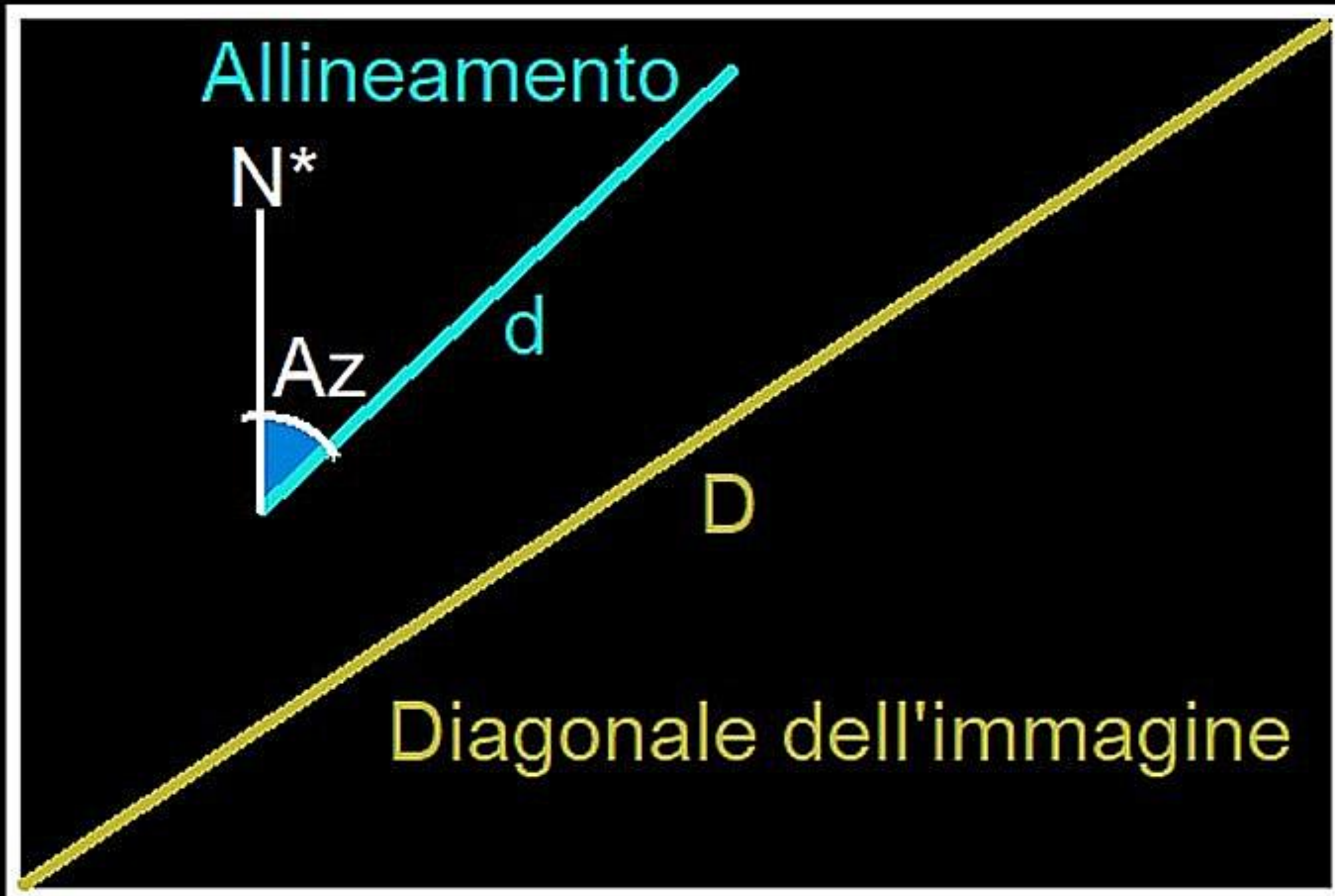
immagine dopo la rimozione degli effetti dell'atmosfera

La rimozione degli effetti dell'atmosfera si ottiene equalizzando l'istogramma

## Metodo pratico per valutare l'errore complessivo sulla misura dell'azimut astronomico degli allineamenti sulle immagini satellitari

$$\boxed{\varepsilon(Az) = B\,\frac{D}{d}} \qquad \text{(gradi)}$$

B(...) è una funzione di molte variabili




$$\varepsilon(Az) = 0°{,}1 \frac{D}{d}$$ (gradi)

B dipende dalle caratteristiche di rappresentazione dell'immagine sul monitor del computer dove l'Azimut astronomico dell'allineamento viene misurato:

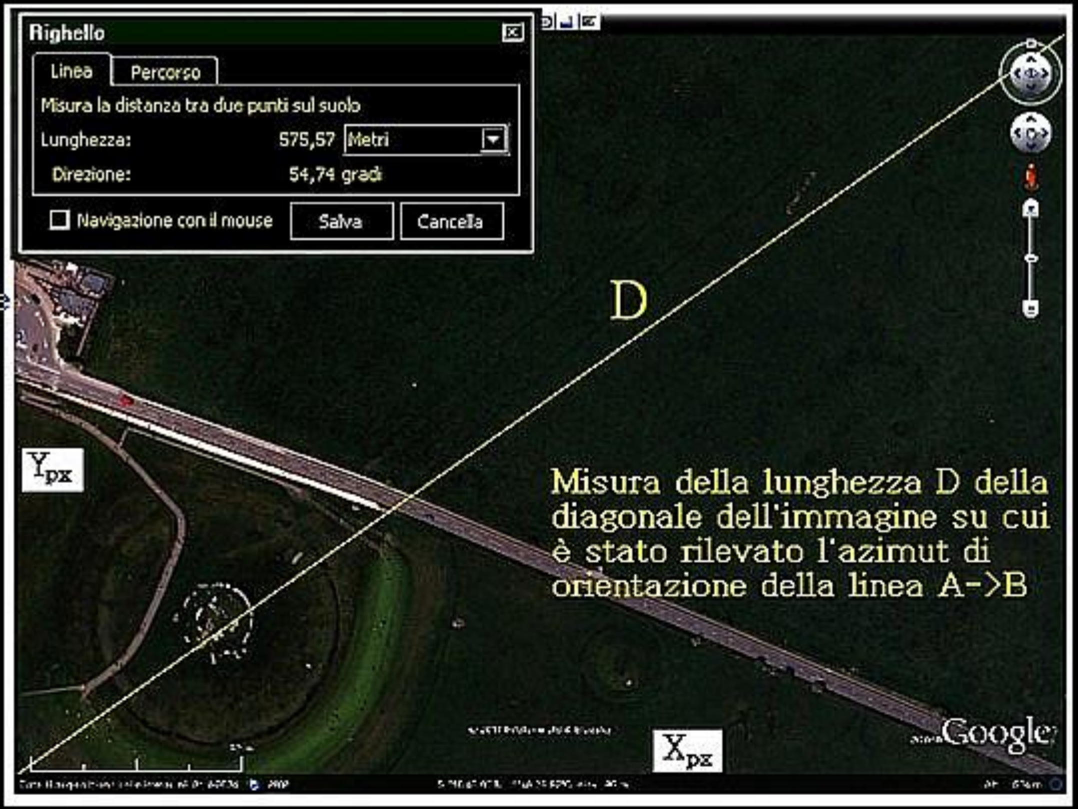
$$\boxed{B = \frac{360° \cdot Q_{px}}{\pi \sqrt{\pi}} \cdot \frac{1}{\sqrt{X_{px}^2 + Y_{px}^2}} \quad \text{(gradi)}}$$

$Q_{px}$ = dimensione del pixel iniziale e terminale della linea che misura l'allineamento, oppure il suo spessore.

$X_{px}$, $Y_{px}$ = dimensioni, in pixel, dell'immagine rappresentata sul monitor del computer

Alla fine B dipende dalla scheda grafica del computer. Maggiore è la risoluzione, minore sarà B e gli Azimut degli allineamenti saranno misurabili più accuratamente.

Misura della diagonale dell'immagine

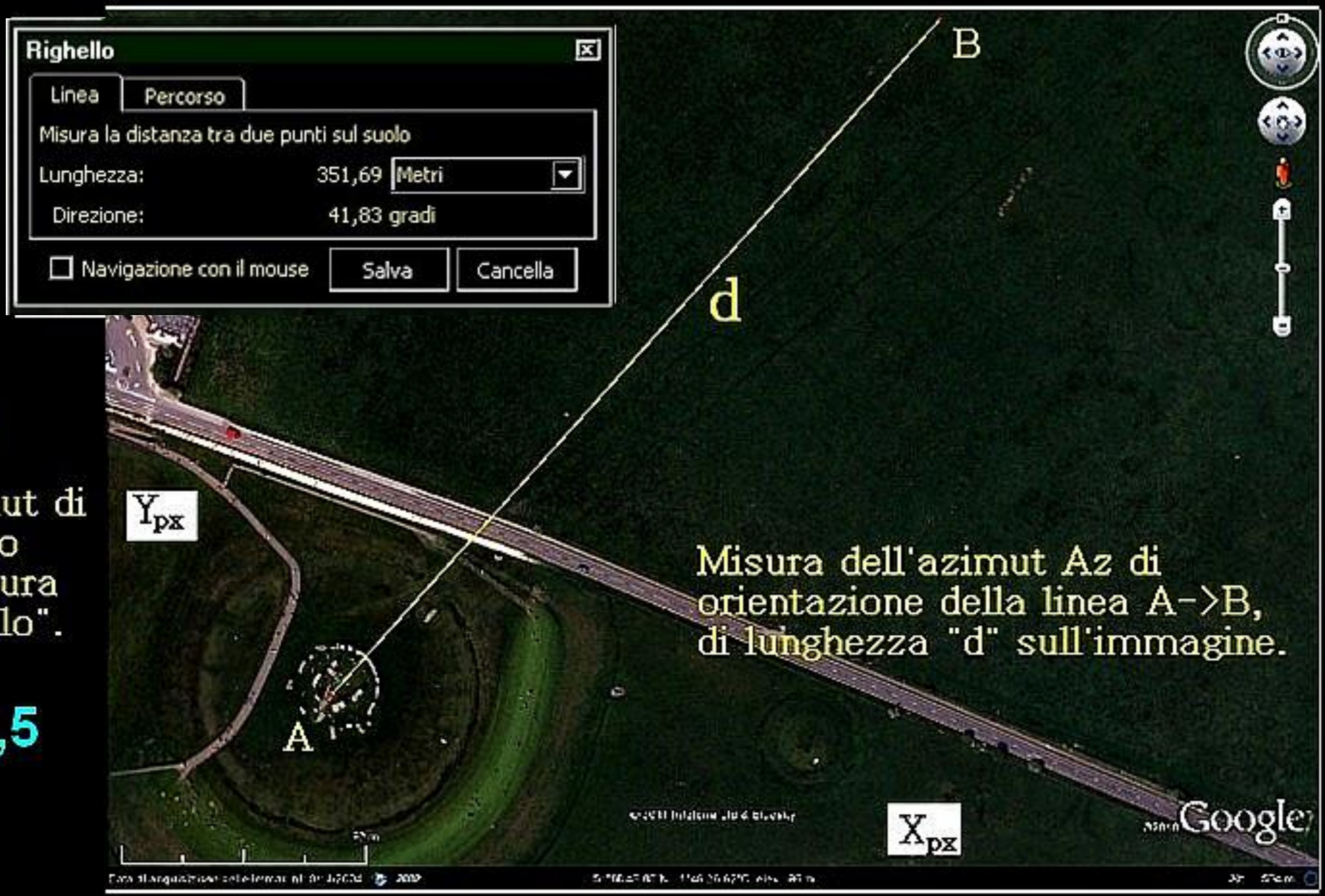



Una buona stima dell'errore ε(Az) sull'azimut di orientazione della linea A->B, in gradi, dovuto all'operatore che esegue la misura può essere statisticamente ottenuta mediante la seguente relazione:

$$\varepsilon(Az) = \frac{360° \cdot Q_{px}}{\pi\sqrt{\pi}} \cdot \frac{1}{\sqrt{X_{px}^2 + Y_{px}^2}} \cdot \frac{D}{d} \qquad \text{(gradi)}$$

in cui D è la lunghezza della diagonale dell'immagine e "d" è la lunghezza della linea di cui è stato misurato l'azimut geodetico di orientazione Az, $Q_{px}$ è la dimensione in pixels del quadrato che forma l'immagine dei punti estremi della linea che si traccia sulla immagine, quindi l'incertezza sulla determinazione di ciascuno di tali punti, $X_{px}$ e $Y_{px}$ sono le dimensioni in pixels dell'immagine visualizzata sul monitor del computer.
Le quantità D e "d" possono essere espresse in qualsiasi unità di misura, purché siano le stesse per le due lunghezze sulla stessa immagine.

# Esempio




Stonehenge

Misura dell'azimut di orientazione dello asse della struttura a "ferro di cavallo".

**Az = 41°,8 ± 0°,5**

**Pr(Az) = 2 · 0°,5 / 360° = 0,0028**

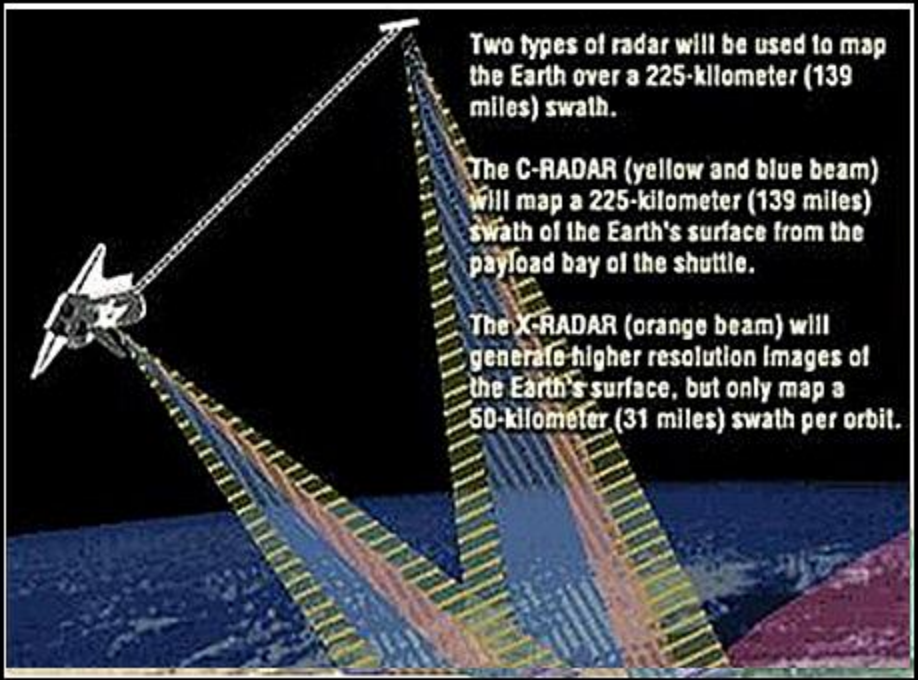
**la probabilità che quell'allineamento sia casuale e' pari allo 0,28%, quindi con un livello di probabilità 99,72% tale allineamento non e' casuale.**

B può assumere valori differenti a seconda del metodo utilizzato per misurare l'Azimut astronomico di orientazione sulla stessa immagine.

B= 0°,10 - 0°,15 va bene per la funzione "righello" di Google Earth

# SRTM (Shuttle Radar Topography Mission)

Nel Febbraio 2000 lo Space Shuttle Endeavur ottenne in 11 giorni la mappatura radar completa in alta risoluzione della superficie terrestre ad intervalli di 90 metri per ogni punto del pianeta



SRTM (Shuttle Radar Topography Mission)

# Bande Radar

Lo Shuttle operò in 2 bande Radar

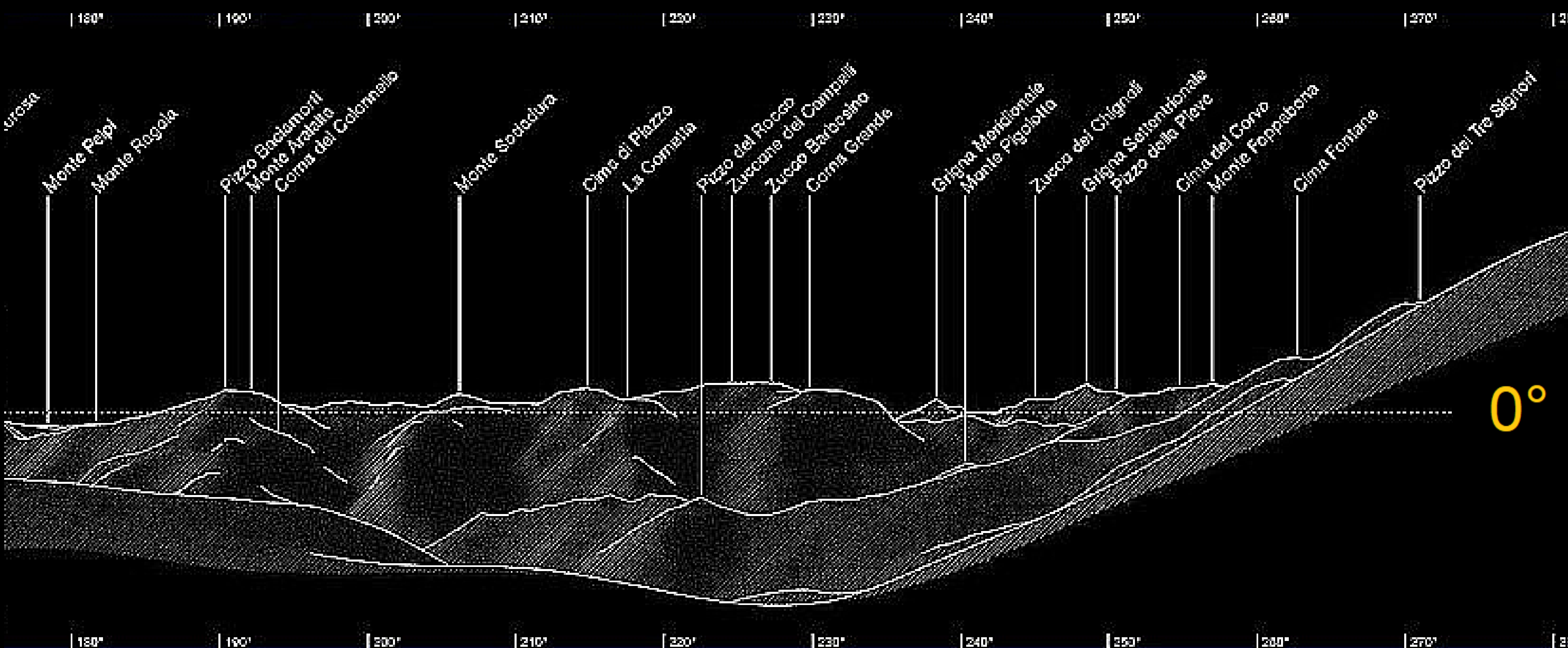
La banda C produsse la mappatura radar ad una campionatura di 90 metri.

La banda X produsse una campionatura più fitta (30 metri) di alcune celle della banda C

i dati DEM a 90 metri sono scaricabili gratuitamente da internet

# Piani del Monte Avaro - Modello digitale 3D

# Sintesi SRTM del profilo dell'orizzonte naturale locale visibile da un sito archeologico




Azimut (gradi)

# Interpretazione vettoriale di "allineamento"

(Gaspani, 2014)

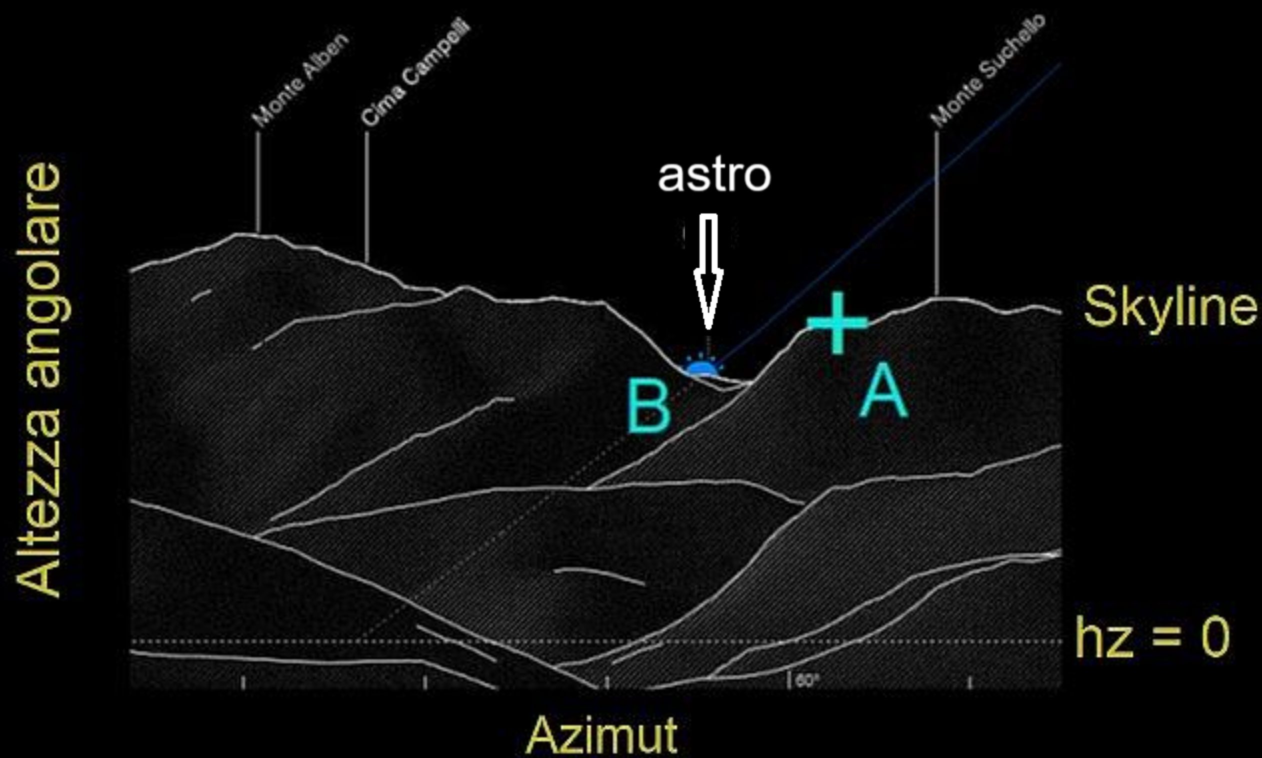
## Vettore "allineamento"

$$\mathbf{u} := \begin{bmatrix} Az \\ hz \end{bmatrix}$$

## Vettore "Target Astronomico"

$$\mathbf{v} := \begin{bmatrix} As \\ hs \end{bmatrix}$$

# Un allineamento è un segmento orientato che interseca la Sfera Celeste in un punto



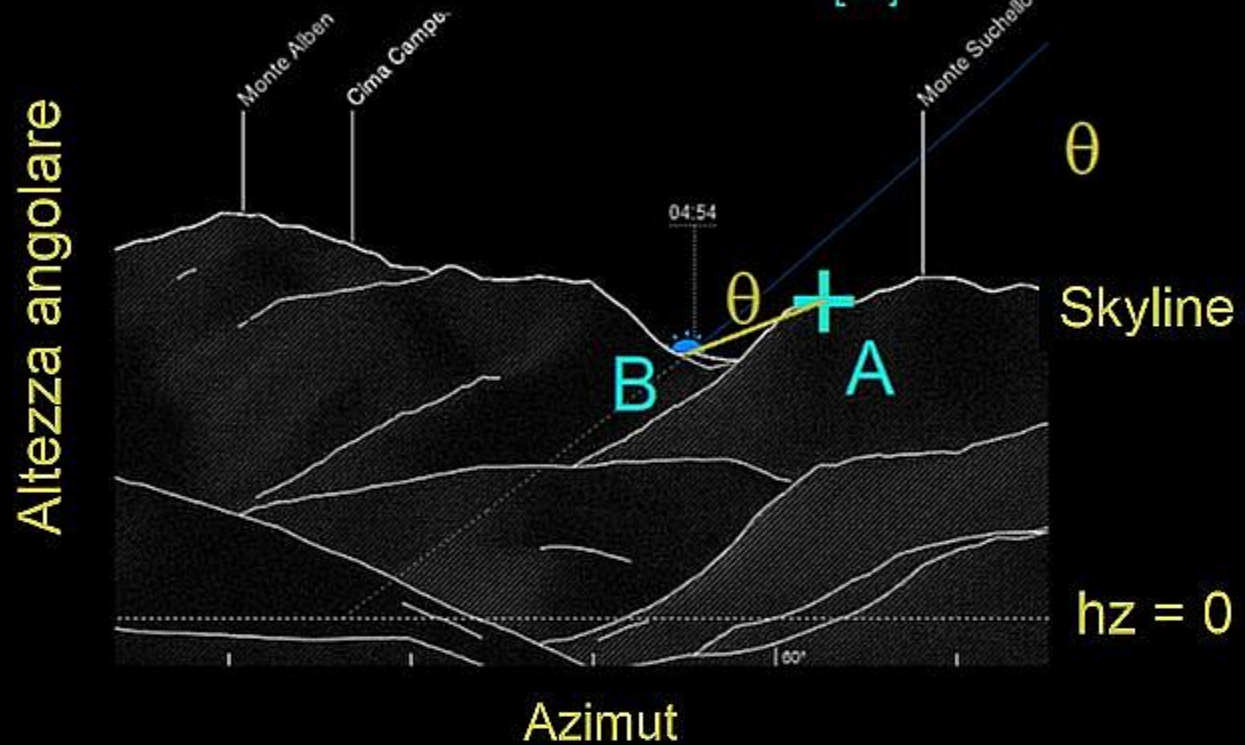

A : Intersezione dell'allineamento con la Sfera Celeste $\begin{bmatrix} Az \\ hz \end{bmatrix}$

B : Punto di sorgere dell'astro che si pensa essere correlato con l'allineamento (Target) $\begin{bmatrix} As \\ hs \end{bmatrix}$

# Pointing Error

A : Intersezione dell'allineamento con la Sfera Celeste $\begin{bmatrix} Az \\ hz \end{bmatrix}$

B : Punto di sorgere dell'astro che si pensa essere correlato con l'allineamento (Target) $\begin{bmatrix} As \\ hs \end{bmatrix}$

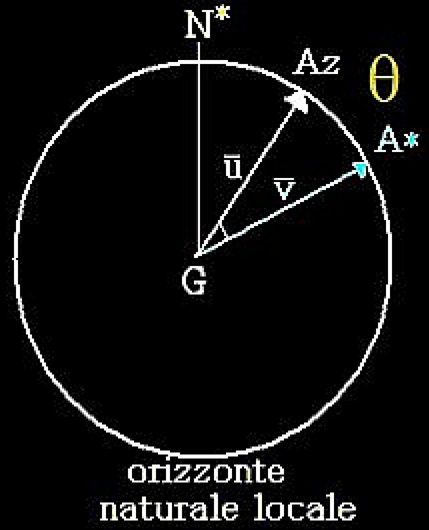



$$\theta = \text{Pointing Error}$$

$$\cos(\theta) = \cos(Az - As) \cdot \cos(hz - hs)$$

# Correlazione R(u,v) tra due vettori **u** e **v**

Se in un sito archeologico astronomicamente significativo si rileva un allineamento di azimut astronomico pari a Az che appare essere la realizzazione statistica di una direzione astronomica di azimut A*, allora è possibiloe calcoare il grado di correlazione incrociata R definito nel seguene modo:




$$R = (u \bullet v)/(|u| \cdot |v|)$$

ma essendo ū e v̄ vettori unitari che connettono il punto di osservazione G con l'orizzonte naturale locale, si ha:

$$R(u,v) = \cos(\theta)$$

$$\cos(\theta) = \cos(Az-As) \cdot \cos(hz-hs)$$

Casi interessanti:

| (Az−A*) | R | Note |
|---|---|---|
| 0° | 1.0 | vettori perfettamente correlati |
| 90° | 0.0 | vettori completamente scorrelati |
| 180° | -1.0 | vettori anticorrelati |
| 270° | 0.0 | vettori completamente scorrelata |

# Probabilità di correlazione casuale

Il grado di correlazione incrociata R ottenuto potrebbe anche essere dovuto completamente al caso. La probabilità Pr che R sia casuale vale:

$$Pr = (u \times v)/(|u|.|v|) = sin(\theta)$$

$\times$ = prodotto vettoriale

ma essendo $\bar{u}$ e $\bar{v}$ vettori unitari che connettono il punto di osservazione G con l'orizzonte naturale locale, si ha: $\|u\| = \|v\| = 1$ ; quindi:

$$Pr(R) = |sin(\theta)|$$

Poichè la probabilità deve essere sempre positiva si utilizza il valore assoluto della differenza tra tra gli azimut dei due vettori.

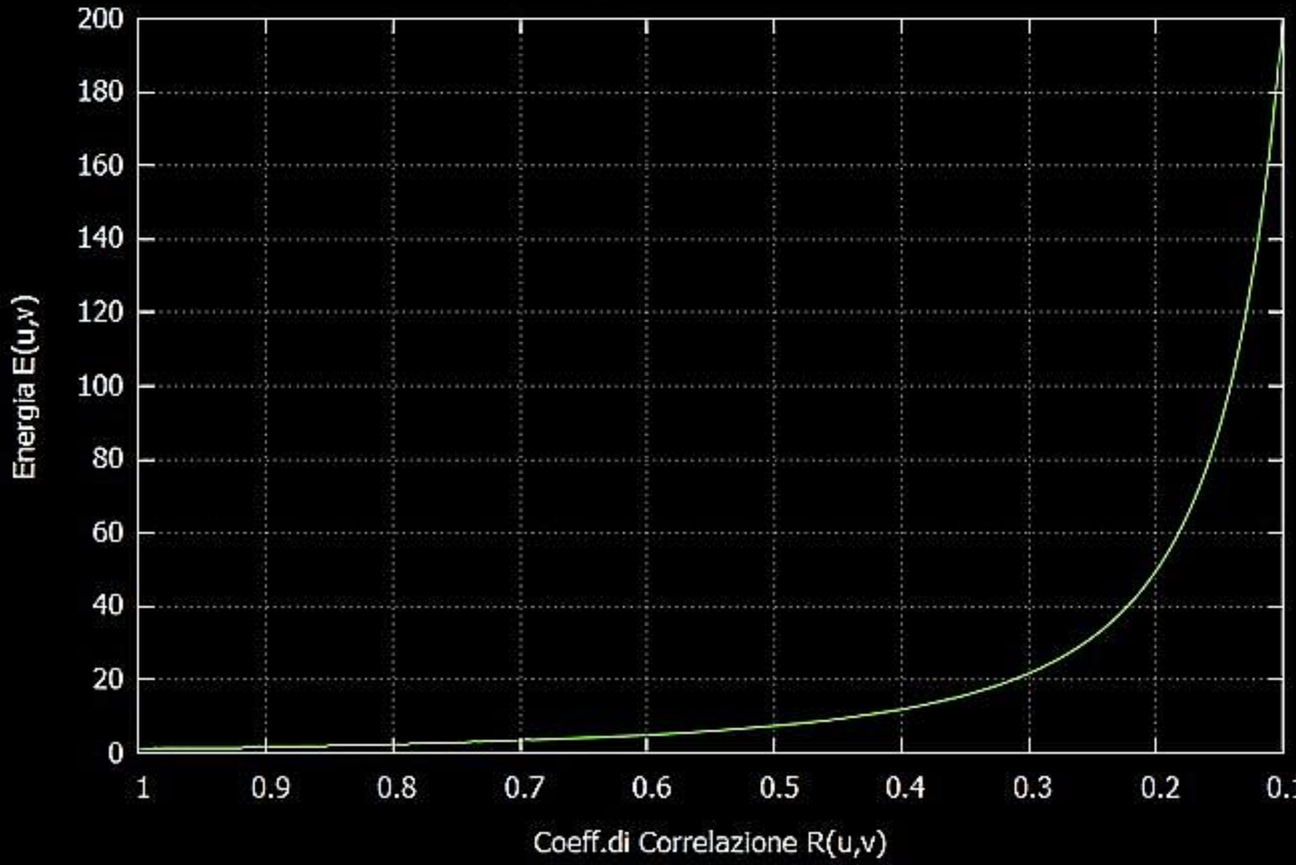
$$Pr(R) = \sqrt{1 - R^2(u,v)}$$

**Tabella I – Valori del coefficiente di correlazione R e della probabilità Pr per alcuni valori angolari di θ**

| $\lvert\theta\rvert$ | R | Pr | $\lvert\theta\rvert$ | R | Pr |
|---|---|---|---|---|---|
| 0° | 1.0000 | 0.0000 | 23° | 0.9205 | 0.3907 |
| 1° | 0.9998 | 0.0175 | 24° | 0.9135 | 0.4067 |
| 2° | 0.9994 | 0.0349 | 25° | 0.9063 | 0.4226 |
| 3° | 0.9986 | 0.0523 | 26° | 0.8988 | 0.4384 |
| 4° | 0.9976 | 0.0698 | 27° | 0.8910 | 0.4540 |
| 5° | 0.9962 | 0.0872 | 28° | 0.8829 | 0.4695 |
| 6° | 0.9945 | 0.1045 | 29° | 0.8746 | 0.4848 |
| 7° | 0.9925 | 0.1219 | 30° | 0.8660 | 0.5000 |
| 8° | 0.9903 | 0.1392 | 31° | 0.8572 | 0.5150 |
| 9° | 0.9877 | 0.1564 | 32° | 0.8480 | 0.5299 |
| 10° | 0.9848 | 0.1736 | 33° | 0.8387 | 0.5446 |
| 11° | 0.9816 | 0.1908 | 34° | 0.8290 | 0.5592 |
| 12° | 0.9781 | 0.2079 | 35° | 0.8192 | 0.5736 |
| 13° | 0.9744 | 0.2250 | 36° | 0.8090 | 0.5878 |
| 14° | 0.9703 | 0.2419 | 37° | 0.7986 | 0.6018 |
| 15° | 0.9659 | 0.2588 | 38° | 0.7880 | 0.6157 |
| 16° | 0.9613 | 0.2756 | 39° | 0.7771 | 0.6293 |
| 17° | 0.9563 | 0.2924 | 40° | 0.7660 | 0.6428 |
| 18° | 0.9511 | 0.3090 | 41° | 0.7547 | 0.6561 |
| 19° | 0.9455 | 0.3256 | 42° | 0.7431 | 0.6691 |
| 20° | 0.9397 | 0.3420 | 43° | 0.7314 | 0.6820 |
| 21° | 0.9336 | 0.3584 | 44° | 0.7193 | 0.6947 |
| 22° | 0.9272 | 0.3746 | 45° | 0.7071 | 0.7071 |

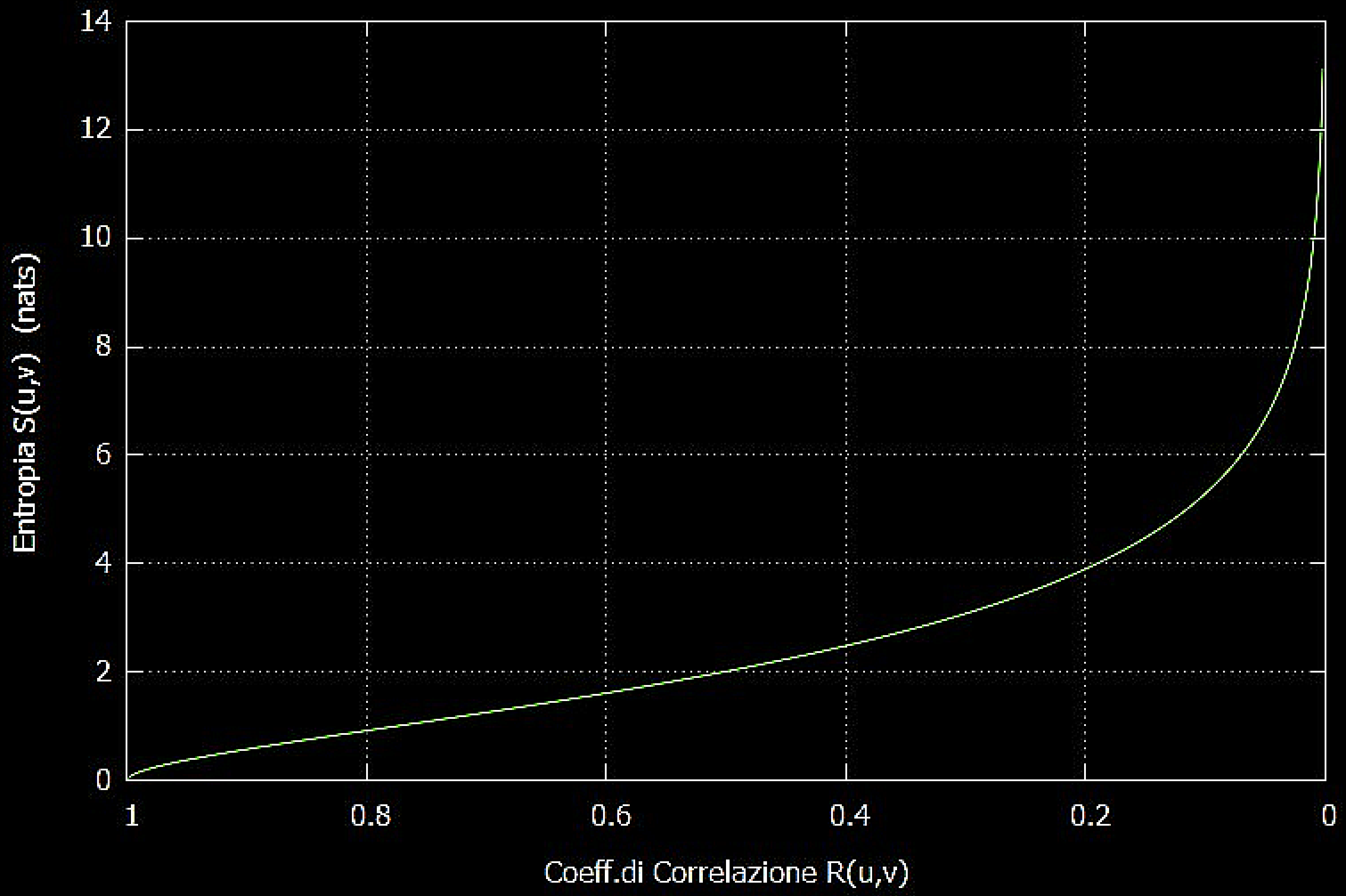
# Energia E(**u**,**v**)

$$E(\mathbf{u},\mathbf{v}) = \frac{1}{1 - \sqrt{1 - R^2(\mathbf{u},\mathbf{v})}}$$



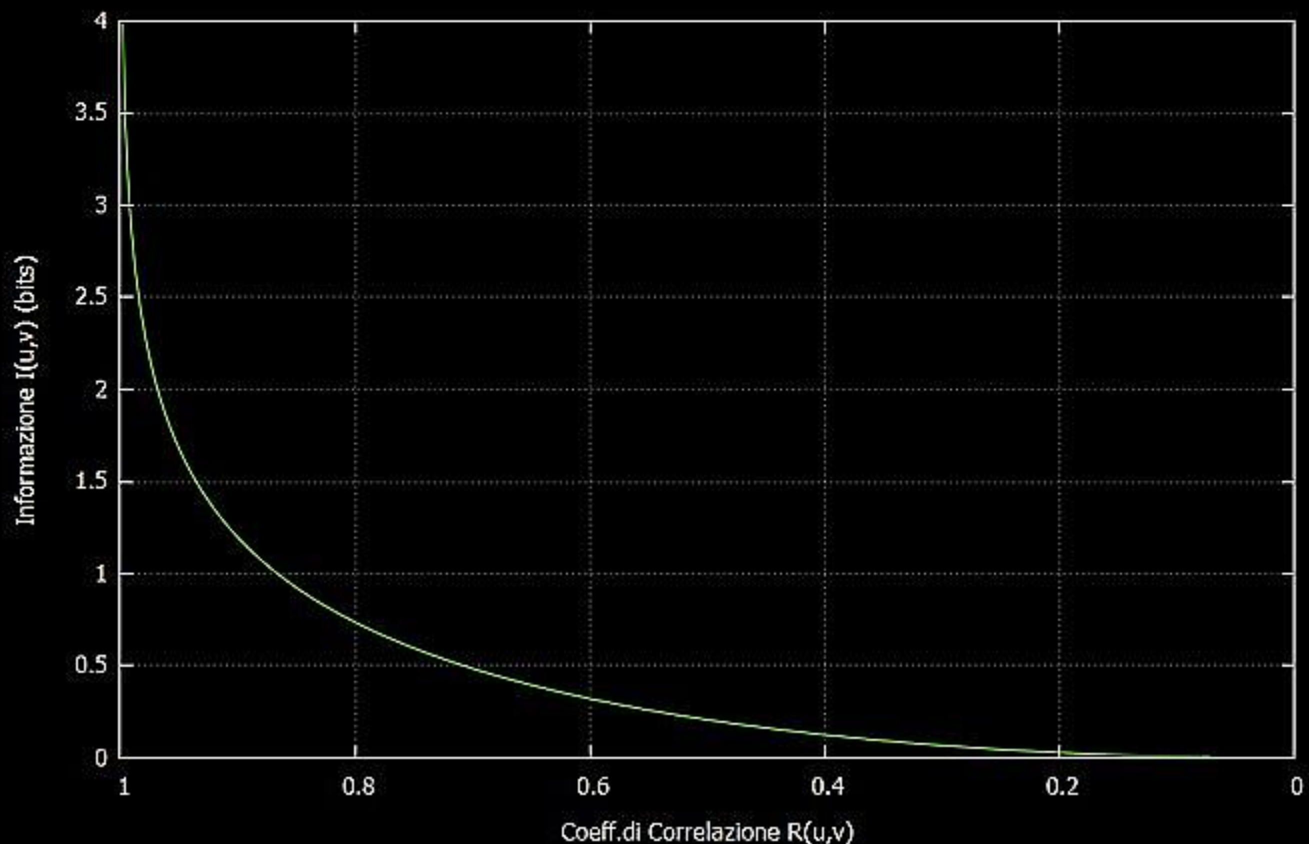
# Entropia S(**u**,**v**)

$S(\mathbf{u},\mathbf{v}) = -\ln\left(1 - \sqrt{1 - R^2(\mathbf{u},\mathbf{v})}\right)$ nats (natural units)



# Informazione I(**u**,**v**)

$$I(\mathbf{u},\mathbf{v}) = -\frac{1}{2}\log_2\left(1 - R^2(\mathbf{u},\mathbf{v})\right) \quad \text{bits}$$



# Test statistici

**E' quindi possibile progettare dei tests statistici congiunti che siano in grado di valutare l'affidabilità globale dei risultati dell'analisi archeoastronomica di un sito archeologico.**

# Test statistici

Ciascuna delle quantità :

R(**u**,**v**), Pr(**u**,**v**), S(**u**,**v**), E(**u**,**v**) , I(**u**,**v**)

Produrrà un test statistico per mettere alla prova la correlazione tra l'allineamento e il target astronomico

Occorre valutare i valori critici delle varie quantità

e confrontarli con quelli ottenuti dall'analisi archeoastronomica

# Test "P"

(usando la probabilità di casualità di $R(\mathbf{u},\mathbf{v})$)

Ipotesi Ho (Nulla) : la correlazione tra **u** e **v** è casuale
Ipotesi H1 (alternativa) : la correlazione tra **u** e **v** non è casuale

Fisso un valore critico Pcr per la probabilità di casualità (a priori)
valori usati: 0.1, 0.05, 0.03, 0.01,...

Se $Pr(\mathbf{u},\mathbf{v}) > Pcr$ $\Longrightarrow$ accetto Ho e respingo H1
(la correlazione tra **u** e **v** è casuale)

Se $Pr(\mathbf{u},\mathbf{v}) < Pcr$ $\Longrightarrow$ respingo Ho e accetto H1
(la correlazione tra **u** e **v** non è casuale
quindi l'Allineamento e il Target
astronomico sono correlati tra loro)

$$Pr(\mathbf{u},\mathbf{v}) = \sqrt{1 - R^2(\mathbf{u},\mathbf{v})} \qquad R(\mathbf{u},\mathbf{v}) = \cos(Az-As)\cdot\cos(hz-hs)$$

Questo (e tutti gli altri) pongono un vincolo strettissimo sulla precisione delle misure...

| Livello di affidabilità | Probabilità critica | Pointing Error critico |
|---|---|---|
| 90% | 0.1 | 5°.7 |
| 95% | 0.05 | 2°.9 |
| 97% | 0.03 | 1°.7 |
| 99% | 0.01 | 0°.6 |
| 99.9% | 0.001 | 0°.06 |

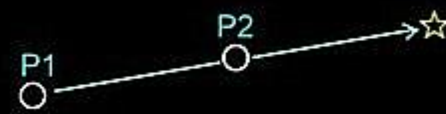
$$\theta_{cr} = \arcsin(Pcr)$$

# Se gli allineamenti sono tanti...

## Probabilità di casualità:

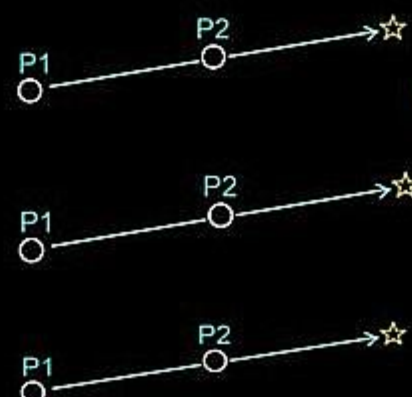
### singolo allineamento:

$$Pr(u,v) = \sqrt{1 - R^2(u,v)}$$




### n allineamenti indipendenti:

$$\underset{\text{Globale}}{Pr(tot)} = \prod_{j=1}^{n} \sqrt{1 - R_j^2(u,v)}$$



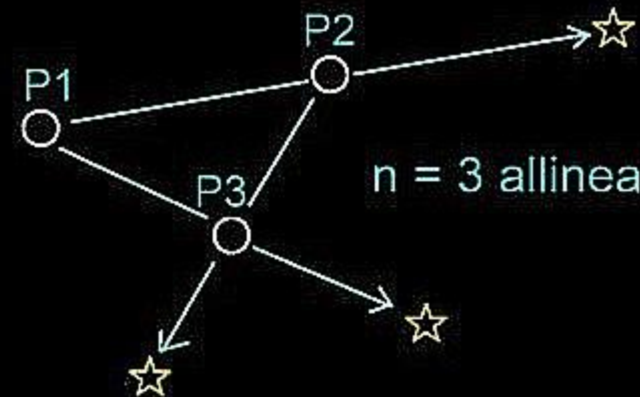

n = 3 allineamenti

# Probabilità di casualità:

Globale

## n allineamenti <u>non</u> indipendenti:

$$\Pr(\mathrm{tot}) = n \cdot \prod_{j=1}^{n-1} \sqrt{1 - R_j^2(\mathbf{u},\mathbf{v})}$$




n = 3 allineamenti


n = 2 allineamenti

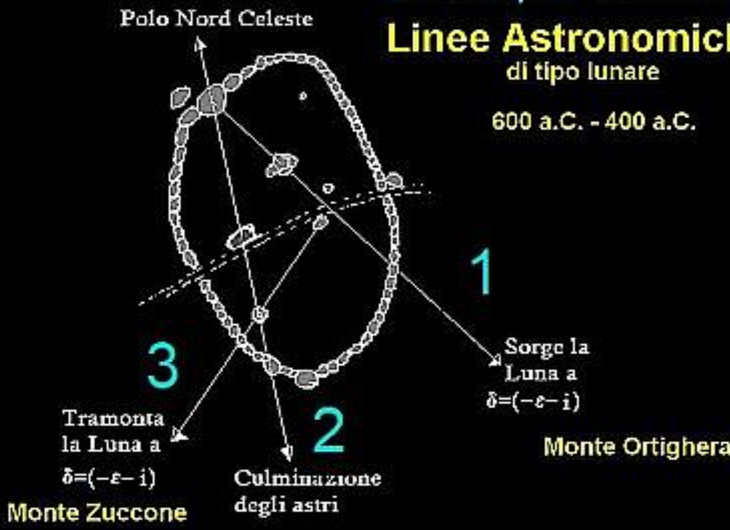
n = numero degli allineamenti studiati

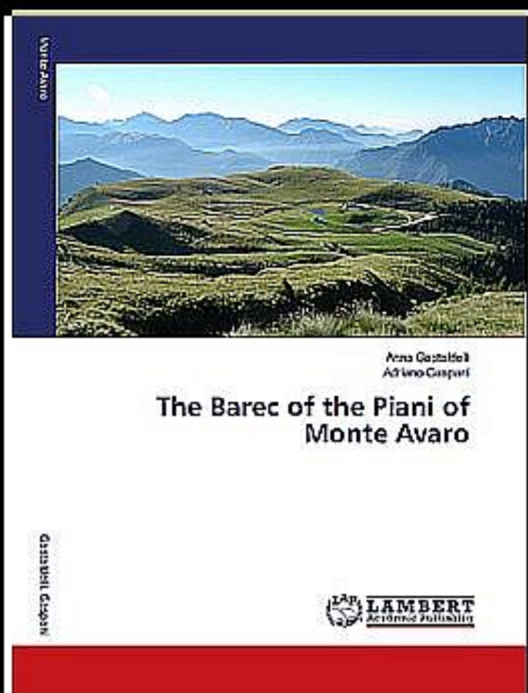
# Esempio

Barec dei piani del Monte Avaro

**Linee Astronomiche**
di tipo lunare

600 a.C. - 400 a.C.




| | $\theta$ | $R(\mathbf{u},\mathbf{v})$ | $Pr(\mathbf{u},\mathbf{v})$ |
|---|---|---|---|
| 1 | 0°.4 | 0.99997 | 0.007 |
| 2 | 0°.7 | 0.99993 | 0.012 |
| 3 | 0°,5 | 0.99996 | 0.003 |

| | $I(\mathbf{u},\mathbf{v})$ | $S(\mathbf{u},\mathbf{v})$ | $E(\mathbf{u},\mathbf{v})$ |
|---|---|---|---|
| 1 | 5.2 bits | 0.007 nats | 1.01 |
| 2 | 4.6 bits | 0.013 nats | 1.01 |
| 3 | 4.9 bits | 0.009 nats | 1.01 |

n=3 allineamenti non indipendenti

Pr(totale) = 0.00006

fisso il limite per l'accettazione di H1 contro Ho al 99.99% quindi Pcr = 0.0001

Rilevo che Pr(totale) < Pcr

Accetto l'Ipotesi H1 che prevede la significatività astronomica con un livello di affidabilità del 99,994%