



Università della Terza Età "Cardinale Giovanni Colombo" – Milano

A.A. 2023 - 2024

Corso di Astrofisica

Docente : **Adriano Gaspani**

Lezione 7

# Lo scorrere del Tempo e l'Entropia dell'Universo

**Ciò che non va contro  
le leggi della Fisica è  
realizzabile**



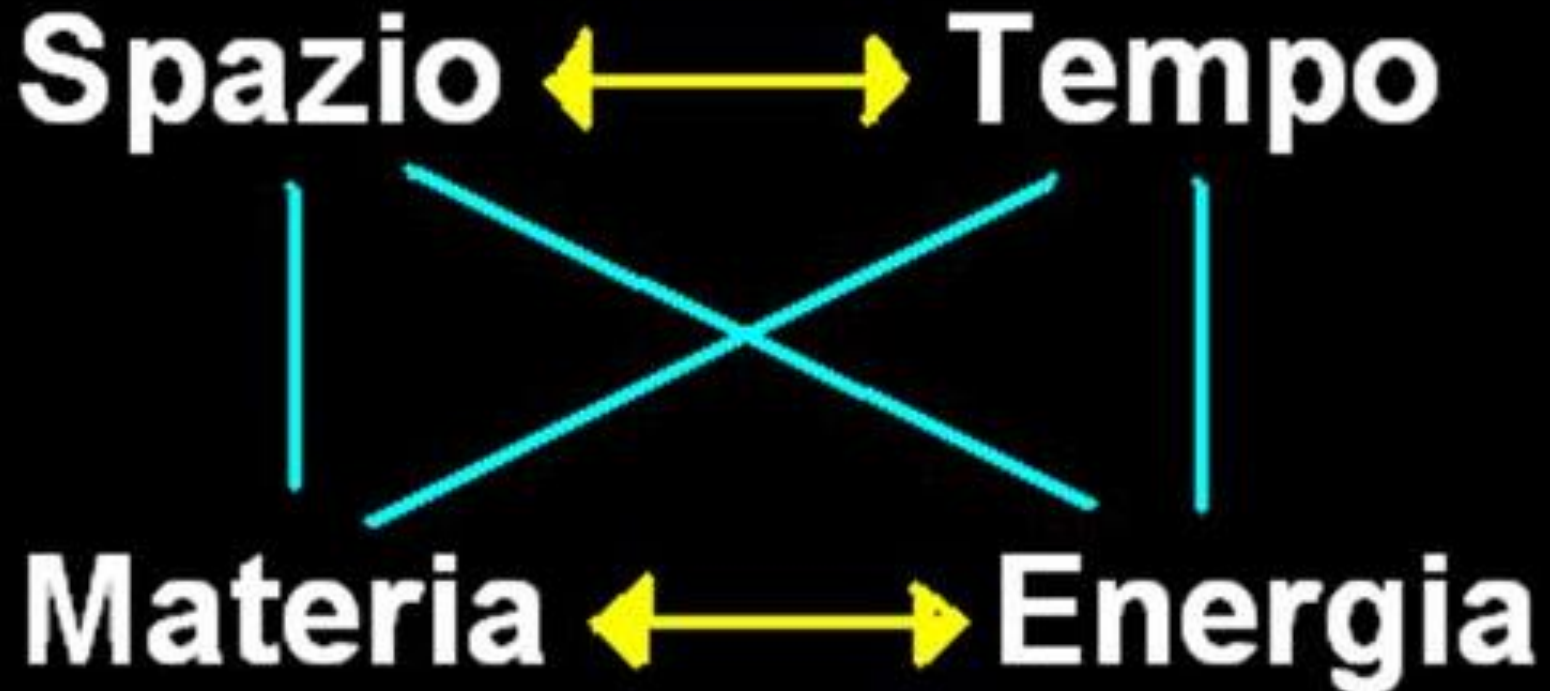
**prima o poi...**

A close-up, slightly low-angle shot of Yoda's face. He has a wrinkled, green complexion with deep lines around his eyes and mouth. His eyes are wide and looking slightly to the right. The background is dark and out of focus.

**Spazio  
Tempo  
Materia  
Energia**

**4 diversi aspetti della stessa cosa...**

Esiste quindi una corrispondenza  
incrociata tra tutti...



sono legati indissolubilmente...

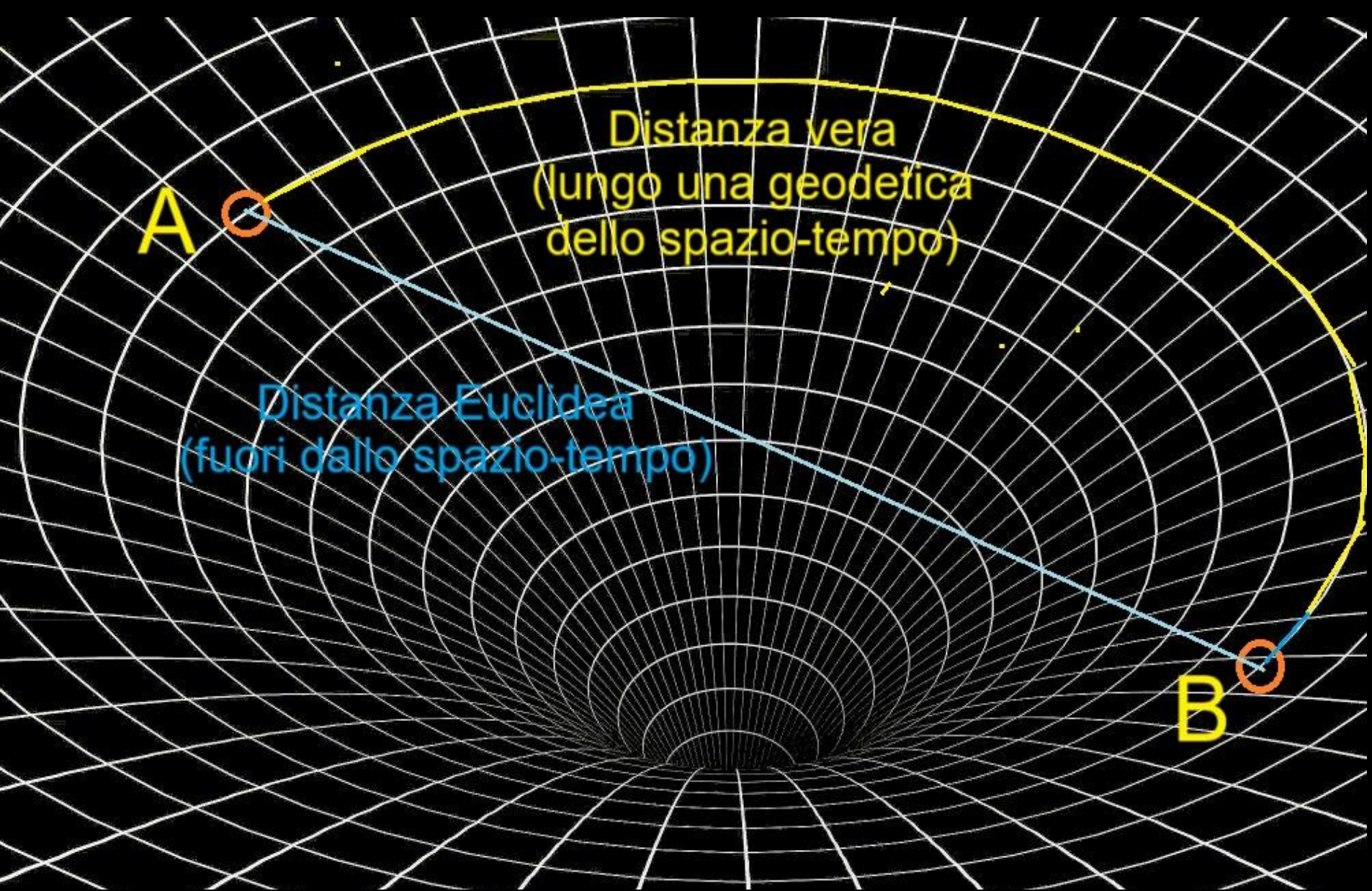
# La Metrica dell'Universo



**Stabilire la Metrica dell'Universo equivale a formulare una regola per calcolare le distanze in quell'Universo**

**Distanza euclidea: fissata e costante per ogni coppia di punti nello spazio...**

**E' la distanza minima...**



Lo spazio-tempo non è euclideo

# Massima velocità raggiungibile: la velocità della luce

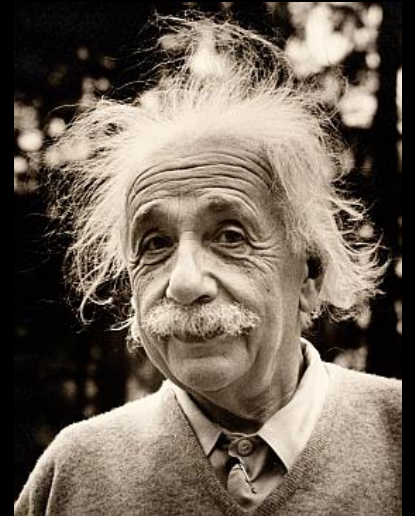
$$c = 300.000 \text{ Km/sec}$$

tempo di viaggio: massimo...

$$T(\text{anni}) = \text{distanza (AL)} / c$$

Cerchiamo di comprendere  
cosa sia il Tempo...

La Teoria delle Relatività  
(Ristretta e Generale)  
forse ci aiuta...





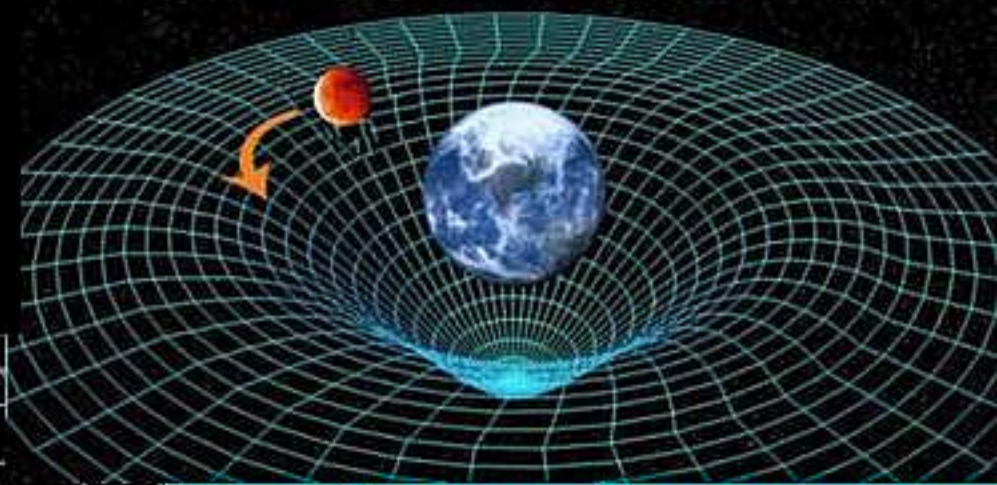
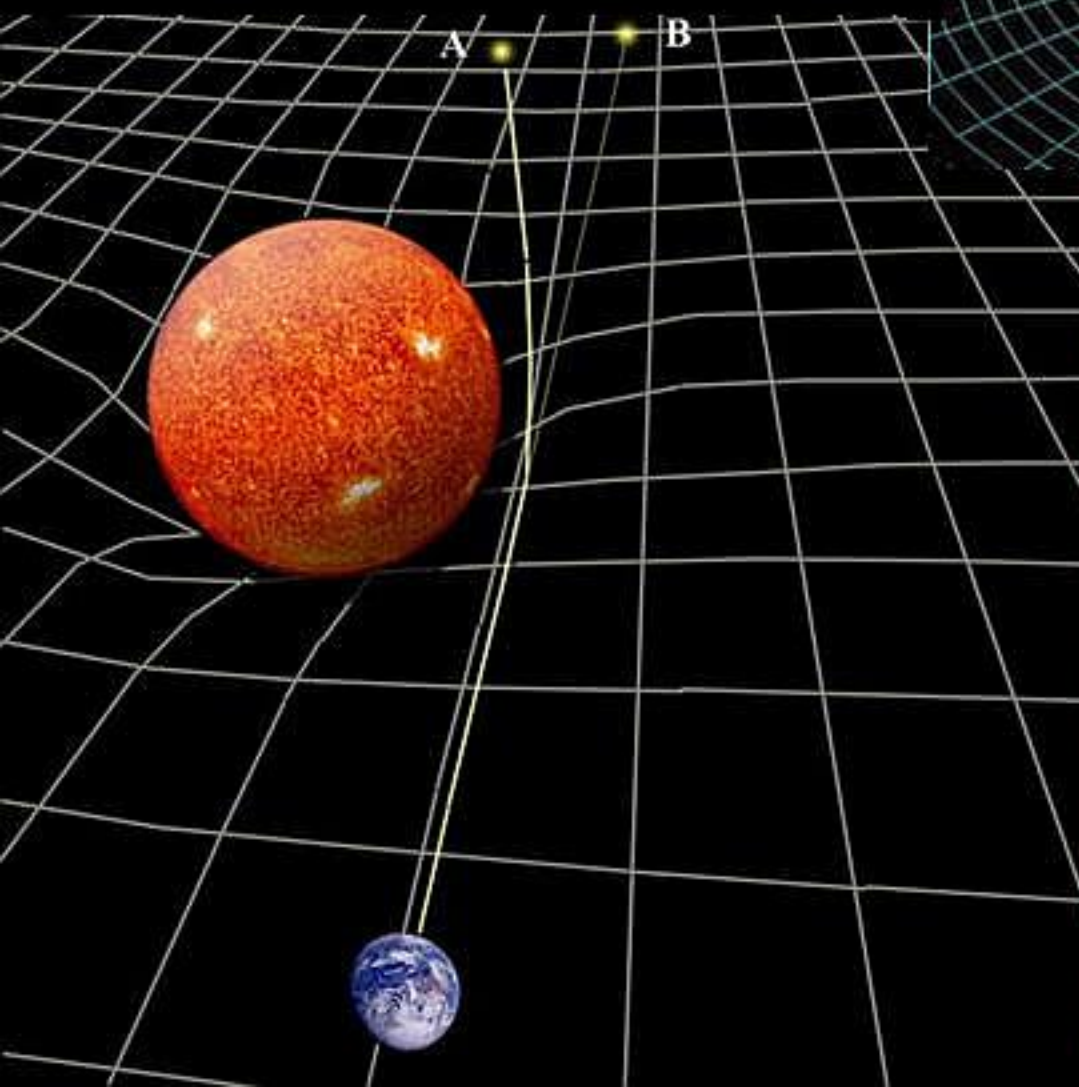
## Spazio, tempo e materia

Lo spazio e il tempo **non possono esistere senza materia**

Spazio, tempo e materia formano un tutt'uno inscindibile

Se si toglie la materia, non resta lo spazio vuoto: **non resta nulla**

**Questo tessuto ha la particolarità di deformarsi in presenza di una massa o di un campo gravitazionale.**



**Essendo un continuum spazio-temporale, la sua deformazione, oltre ad essere spaziale, risulta di fatto anche temporale. Più precisamente il tempo risulta scorrere più lento più la deformazione è accentuata: vivere a pianterreno, piuttosto che sulla cima di un grattacielo ci allunga la vita, seppure di qualche microsecondo.**

- 1) Il campo gravitazionale diminuisce allontanandosi dalla concentrazione di massa.
- 2) La curvatura dello spazio tempo aumenta avvicinandosi alla concentrazione di massa.
- 3) lo scorrere del tempo rallenta avvicinandosi alla concentrazione di massa.

$$t(d) = t(d^0) \cdot \left( 1 + \frac{2g}{c^2} (d - d_0) \right)$$

$$\frac{2g}{c^2} = 2.18 \cdot 10^{-16} \text{ secondi/metro}$$

# MOTI NELLO SPAZIO-TEMPO

Lo spazio-tempo della relatività generale ha una geometria non euclidea .

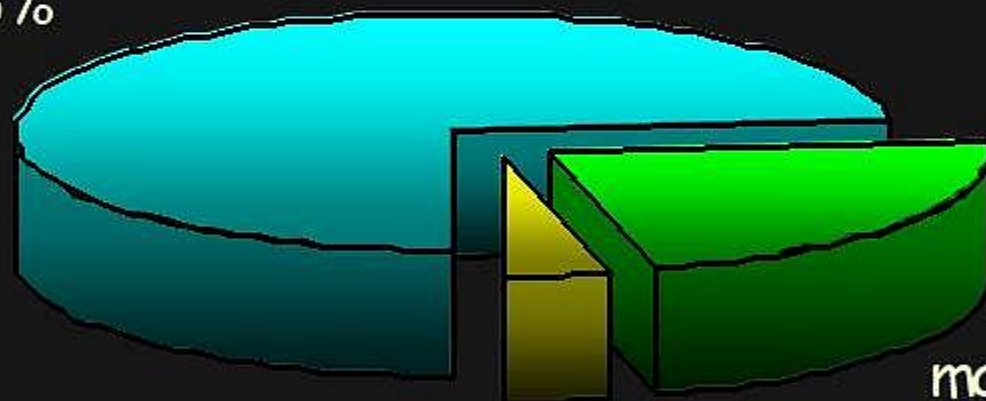
Una massa non soggetta a forze che si trova nello spazio-tempo per il 1° principio della dinamica si muove di moto rettilineo uniforme, ma le “rette” che percorre sono le geodetiche!

**Che possono essere curve...**

# Di cosa è fatto l'UNIVERSO?

...per lo meno il nostro

energia  
oscura  
73%



materia  
ord.  
4%

materia  
oscura  
23%

L'espansione dell'Universo  
è dovuta all'Energia Oscura  
(negativa, antigravitazionale)  
che genera lo Spazio-Tempo  
ad una velocità molto superiore  
a quella della luce.

# **Energia oscura** **(esotica, negativa, del vuoto, etc...)**

Nessuno sa cosa sia, ma esiste, e se vogliamo viaggiare nello spazio-tempo arrivando lontano, ci serve...

per ora non sappiamo produrla...

**però...**

Le fluttuazioni quantistiche la producono...

## L'Energia del Vuoto

La densità di energia  $p$  contenuta nello "spazio vuoto" dovuta alle fluttuazioni quantistiche è:

$$p = \frac{I_{\infty} \cdot \hbar \cdot c}{R^4} = 10^9 \text{ Joule/m}^3$$

$I_{\infty}$  = Quantità di informazione contenuta nell'Universo

$\hbar$  = Costante di Plank ridotta

$c$  = Velocità della Luce ( $c=300.000 \text{ Km/sec}$ )

$R$  = Raggio dell'Universo ( $R=13.7 \text{ miliardi di Anni Luce}$ )

**Densità dell'Energia Oscura**



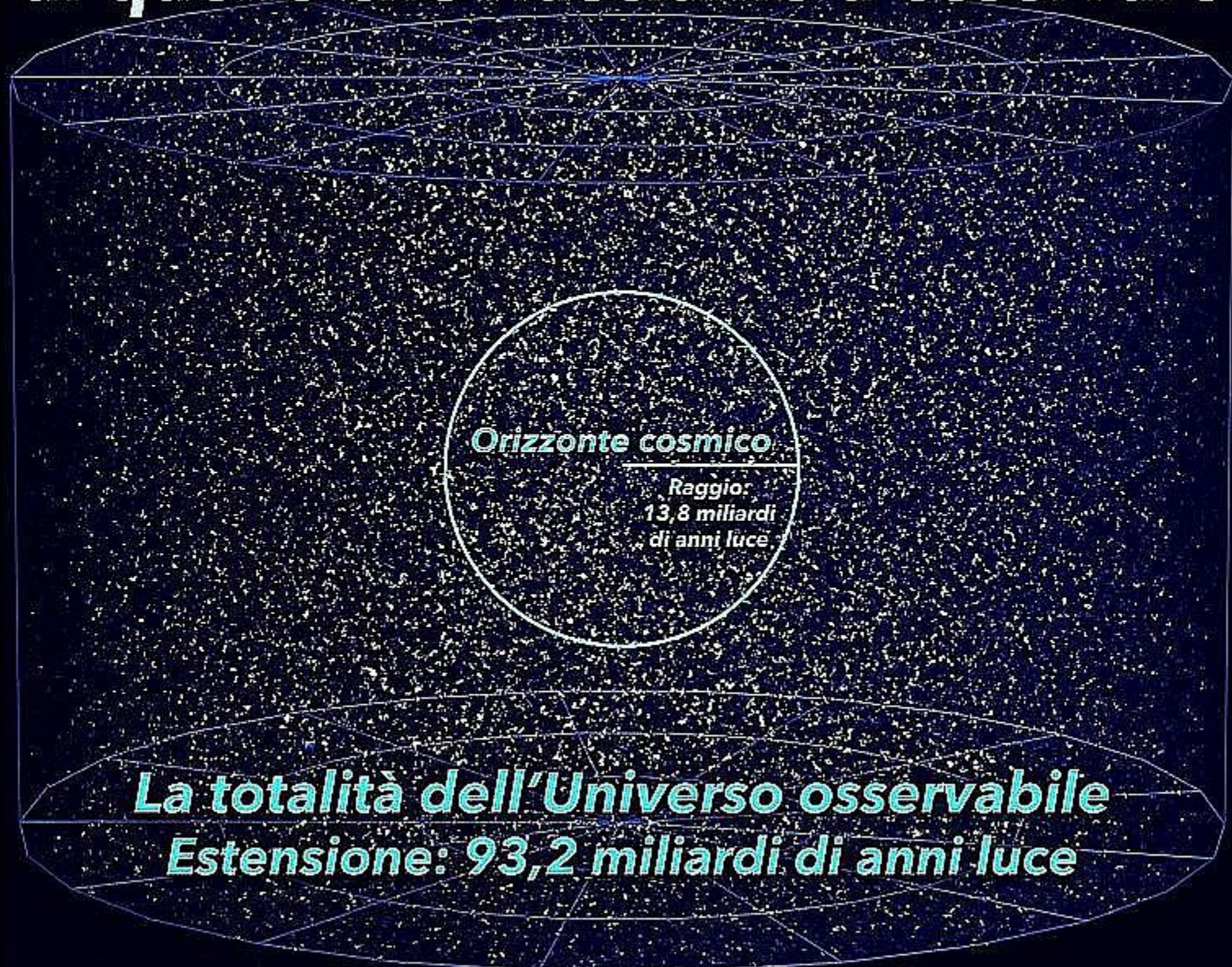
La velocità della luce è finita ed è la massima raggiungibile dalla materia e dall'energia

**Il fatto che la velocità della luce sia finita ( $c=300000$  km/sec) crea un orizzonte cosmologico al tempo  $t$  di età dell'Universo.**

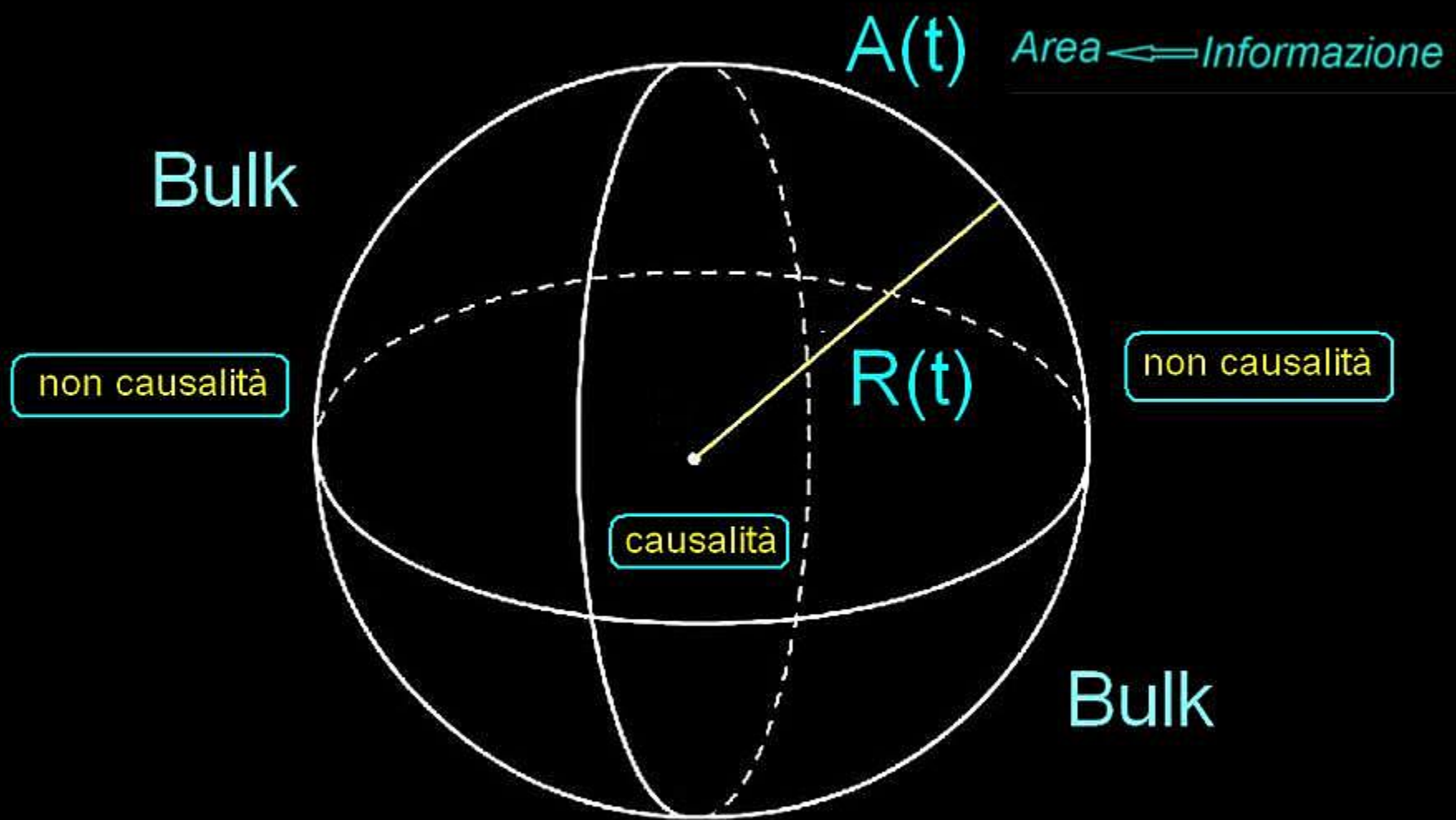
**Il suo raggio è  $R = t$  anni luce**

**Si crea una superficie che racchiude un volume di spazio a cui abbiamo accesso in maniera causale.**

# **L'Universo è 38 volte più grande di quello che riusciamo a osservare**



# Universo (k=1)



$$R(t) = 13,7 \text{ miliardi di AL}$$

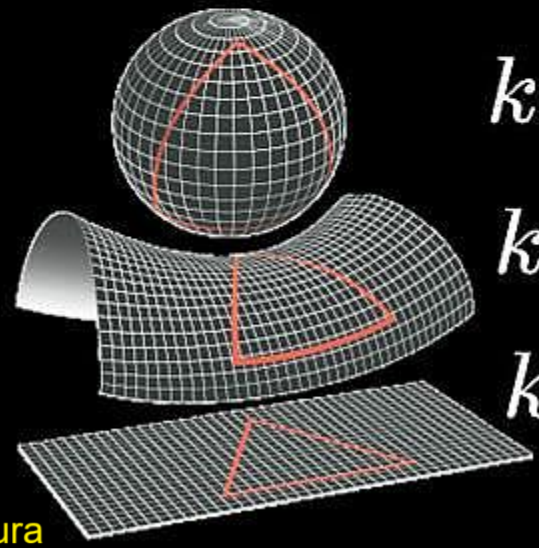
# Equazioni di Friedmann

$$\dot{R} = \left[ R^2 \frac{8\pi G \rho + \Lambda c^2}{3} - k c^2 \right]^{\frac{1}{2}}$$
$$\ddot{R} = -\frac{4\pi G}{3} \left( \rho + \frac{3p}{c^2} \right) R + \frac{\Lambda c^2}{3} R$$



Aleksandr Aleksandrovič Fridman  
(San Pietroburgo, 6 giugno 1888 –  
Pietrogrado, 16 settembre 1925)

- $R$  = Raggio dell'Universo
- $\dot{R}$  = Velocità di espansione
- $\ddot{R}$  = Accelerazione dell'espansione
- $\rho$  = Densità media della materia
- $p$  = Pressione
- $c$  = Velocità della luce
- $G$  = Costante di Gravitazione Universale
- $\Lambda$  = Costante cosmologica
- $k$  = Parametro di curvatura



$k=+1$   
 $k=-1$   
 $k=0$

← L'energia oscura agisce qui...

# Equazioni di Friedmann

$$\dot{R} = dR/dt \quad = \text{Velocità di espansione}$$

$$\ddot{R} = d^2R/dt^2 \quad = \text{Accelerazione dell'espansione}$$

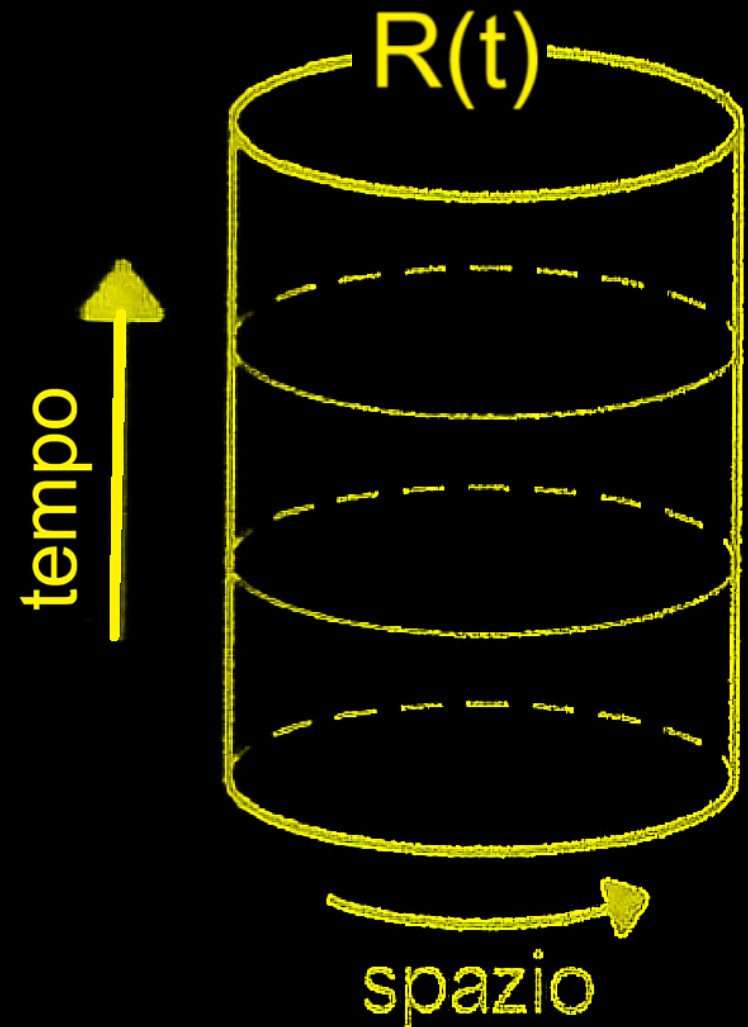
Le equazioni di Friedmann sono  
equazioni differenziali

...facili da integrare...

# Universo statico di Einstein

consideriamo solo  
una coordinata  
spaziale

$$R(t) = R_0 = \text{costante}$$



# Universo di De Sitter

Trascuriamo massa ed energia e consideriamo solo la costante cosmologica  $\Lambda$

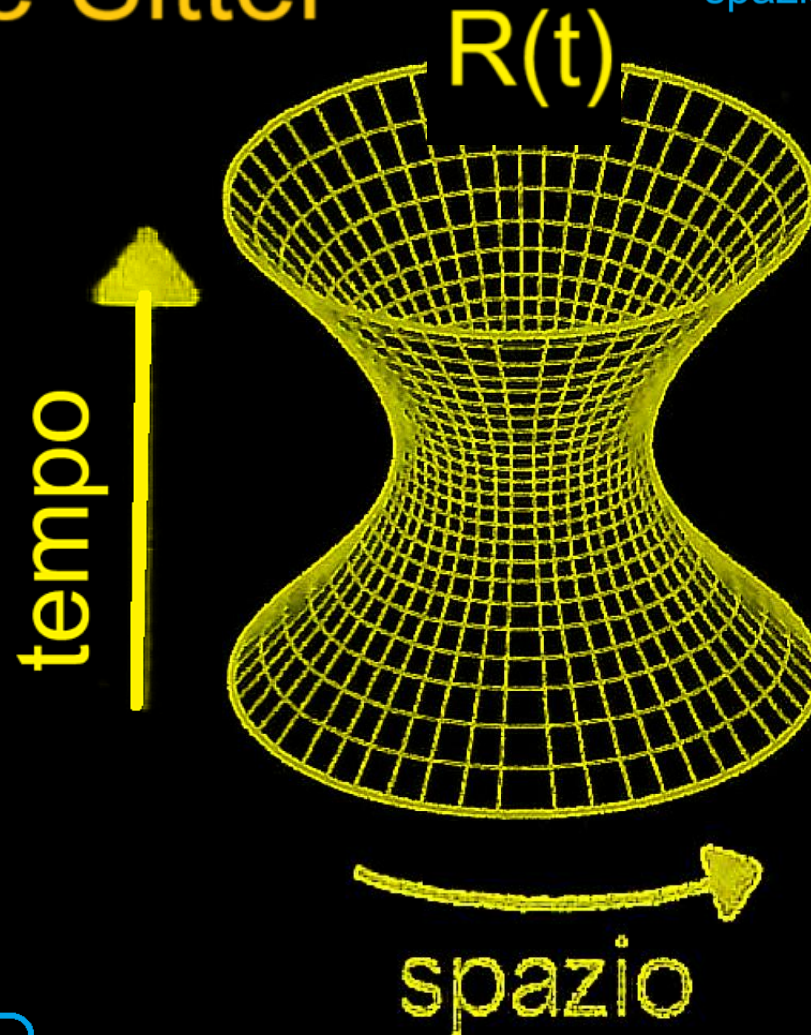
consideriamo solo una coordinata spaziale

l'eq. di Friedmann diventa:

$$\dot{R} = \sqrt{\Lambda/3} \cdot R$$

che integrata diventa:

$$R(t) = R_0 e^{\sqrt{\Lambda/3} \cdot t}$$



$R_0 = 13.8$  miliardi di anni luce

## Qualche interessante implicazione:

1) nel modello di De Sitter la velocità della luce diventa:

$$c = e^{-\sqrt{\Lambda/3} \cdot t}$$

$\Lambda$  = costante cosmologica



2)

Un raggio luminoso che parte da un'origine all'istante  $t$ , arriva dopo un tempo  $t \rightarrow +\infty$  ad una distanza  $R(\infty)$  pari a:

$$R_{\infty} = \sqrt{\Lambda/3} \cdot e^{-\sqrt{\Lambda/3} \cdot t}$$

che è un valore finito, quindi ci sono galassie che sono fuori dall'Universo osservabile.

Le galassie tendono al ... distanziamento sociale!

# **L'Universo è 38 volte più grande di quello che riusciamo a osservare**



**La totalità dell'Universo osservabile**  
**Estensione: 93,2 miliardi di anni luce**

# Espansione dell'Universo dominata dalla presenza di materia

L'Equazione di Friedmann diventa:

$$\frac{\dot{R}^2}{R^2} = \frac{8\pi G}{3} \cdot \frac{1}{R^3} \cdot \rho_{\text{materia}}$$

che integrata dà:

$$R(t) = R_0 \cdot t^{2/3}$$

# Espansione dell'Universo dominata dalla radiazione

L'Equazione di Friedmann diventa:

$$\frac{\dot{R}^2}{R^2} = \frac{8\pi G}{3} \cdot \frac{1}{R^3} \cdot \rho_{\text{radiazione}}$$

che integrata dà:

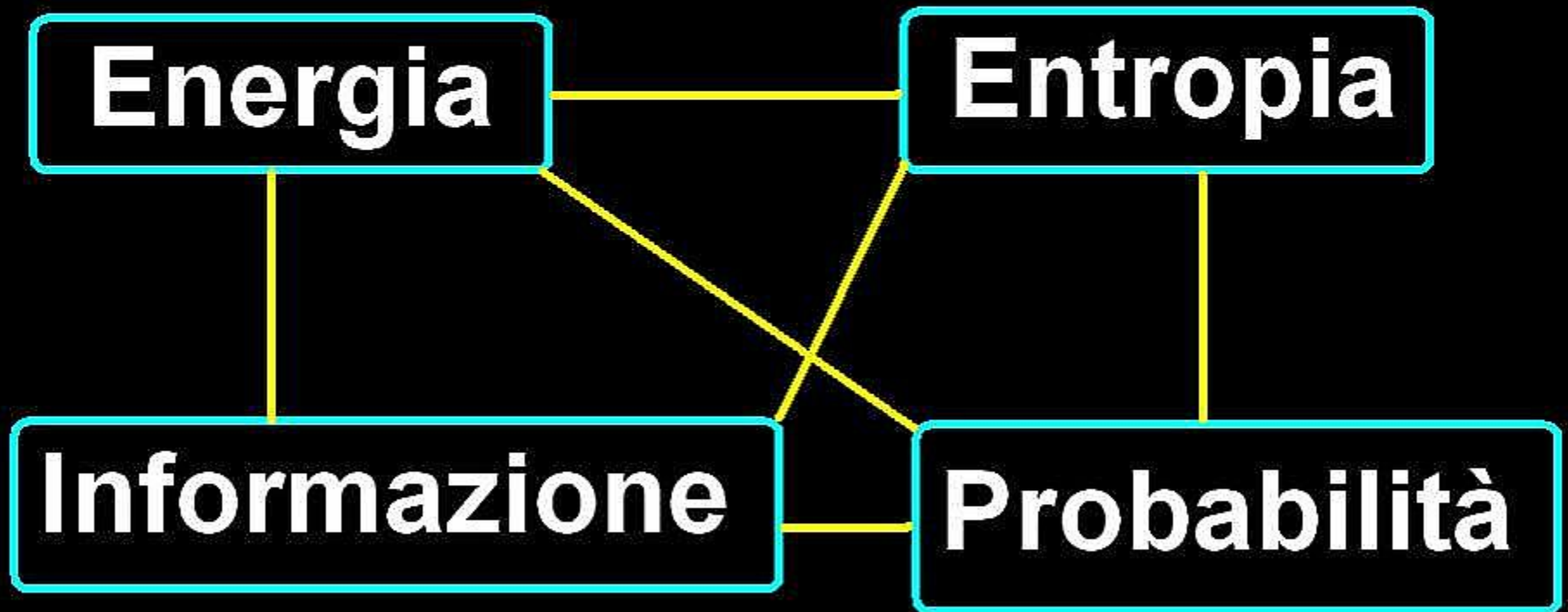
$$R(t) = R_0 \cdot \sqrt{t}$$

Ricordiamo che:

$$\frac{\dot{R}}{R} = H_0$$

$H_0$  = costante di Hubble

# Corrispondenze interessanti



**L'Entropia descrive  
l'Informazione contenuta  
in un sistema:**

$$I_{BH} = e^{\frac{S_{BH}}{k}}$$

**$I_{BH}$  = informazione**

**$S_{BH}$  = Entropia**

**$k$  = costante di Boltzmann**

# Entropia dell'Universo al tempo t

## Entropia di Beckenstein - Hawking

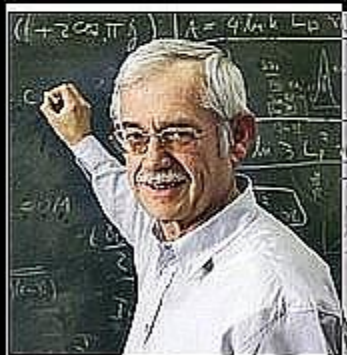


Hawking

$$S_u(t) = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{k_B \cdot c^3}{h \cdot G} \cdot A(t)$$

E' possibile applicare la definizione di Entropia di Beckenstein - Hawking all'intero Universo.

Essa sarà proporzionale all'area del suo involucro (orizzonte cosmologico) al tempo t



Beckenstein

$$S_u(t) = 2 \cdot \pi^2 \cdot \frac{k_B \cdot c^3}{h \cdot G} \cdot R(t)^2$$

h = costante di Plank

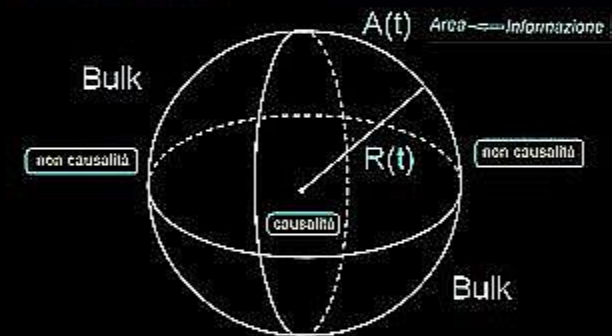
G = costante di gravitazione universale

$k_B$  = costante di Boltzmann

c = velocità della luce nel vuoto

Universo (k=1)

$$A(t) = 4 \cdot \pi \cdot R(t)^2$$



$R(t) = 13,7$  miliardi di AL



# ...il trascorrere del tempo.

$$(t - t_0) = \frac{3.17 \times 10^{-8}}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{h \cdot G}{2 \cdot k_B \cdot c^5}} \cdot \frac{1}{\sqrt{S_u(t)}} \cdot \left[ S_u(t) - S_u(t_0) \right] \quad (\text{anni})$$

ma anche:

$$(t - t_0) = 3.17 \times 10^{-8} \cdot \left[ R(t) - R(t_0) \right] \quad (\text{anni})$$

dove:

$S_u(t)$  = Entropia dell'Universo al tempo  $t$

$S_u(t_0)$  = Entropia dell'Universo al tempo  $t_0$

$R(t)$  = Raggio dell'Universo visibile al tempo  $t$  (anni luce)

$R(t_0)$  = Raggio dell'Universo visibile al tempo  $t_0$  (anni luce)

$h$  = costante di Plank  $6.626\,070\,040(81) \times 10^{-34} \quad \text{J s}$

$G$  = costante di gravitazione universale  $6.674\,08(31) \times 10^{-11} \quad \text{m}^3 \text{kg}^{-1} \text{s}^{-2}$

$k_B$  = costante di Boltzmann  $1.380\,648\,52(79) \times 10^{-23} \quad \text{J K}^{-1}$

$c$  = velocità della luce nel vuoto  $299\,792\,458 \quad \text{m s}^{-1}$

L'equazione differenziale:

$$dt = \frac{3.17 \times 10^{-8}}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{h \cdot G}{2 \cdot k_B \cdot c^5}} \cdot \frac{1}{\sqrt{S_u(t)}} \cdot dS_u \quad (\text{anni})$$

integrata dà:

$$t = 2 \cdot \frac{3.17 \times 10^{-8}}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{h \cdot G}{2 \cdot k_B \cdot c^5}} \cdot \sqrt{S_u(t)} \quad (\text{anni})$$

La velocità con cui il tempo scorre localmente dipende da come varia l'Entropia (e anche l'Informazione)

Parentesi archeoastronomica:  
come influisce questo sullo studio dei siti archeologici?



# Entropia

$$S = -\ln(I/I_0)$$

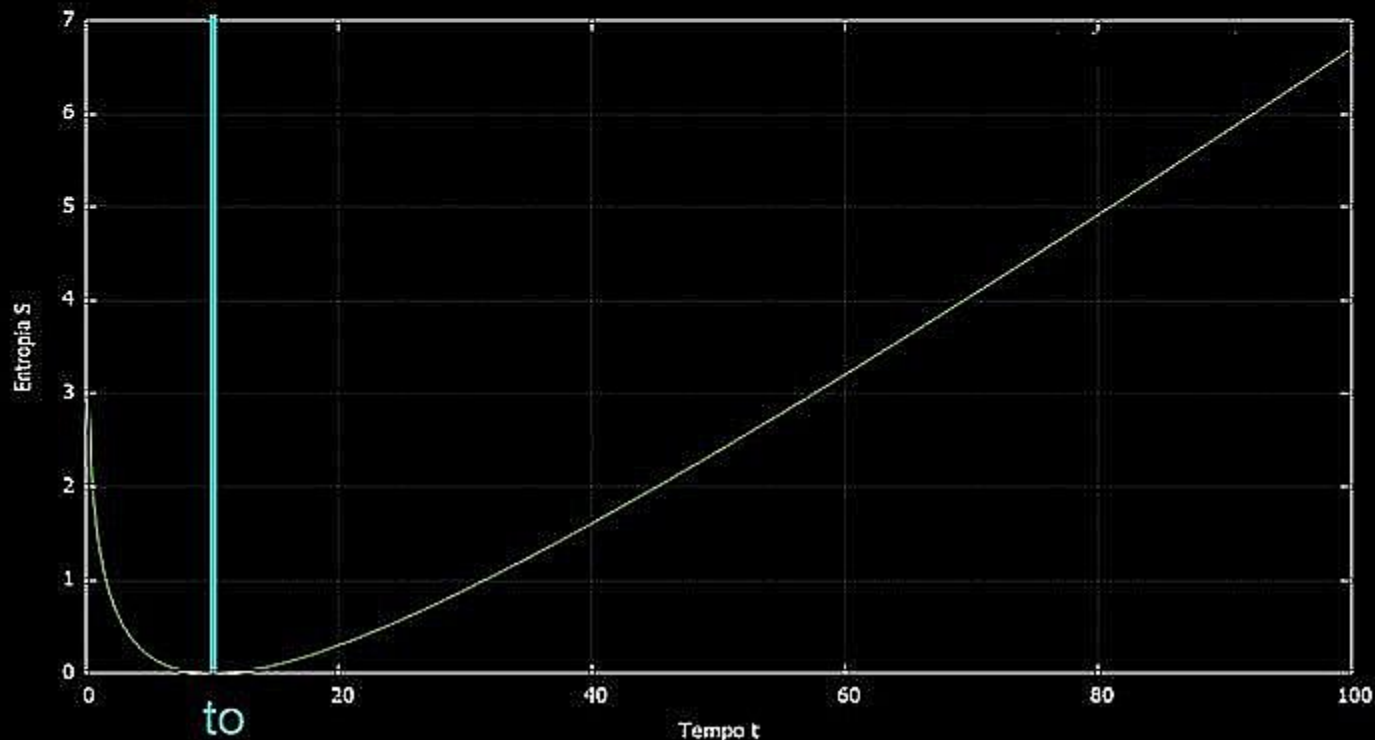
$$S = \ln(t_0) - \ln(t) + K \cdot (t - t_0)$$

$t = 0$  : il sito viene costruito. l'Entropia è altissima

$0 < t < t_0$  : il sito viene usato e l'Entropia diminuisce.

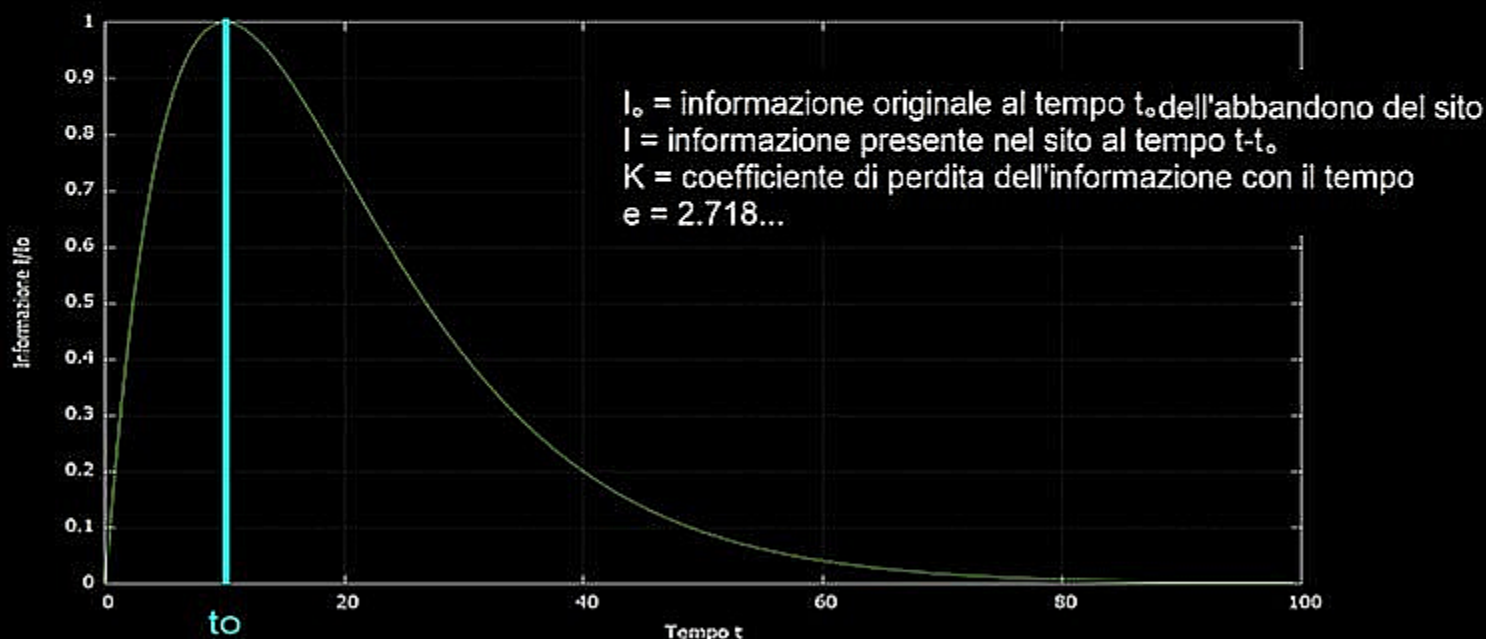
$t = t_0$  : il sito viene abbandonato e l'Entropia è al valore minimo.

$t > t_0$  : il sito si deteriora e l'Entropia aumenta linearmente con il tempo.



# Informazione codificata in un sito archeoastronomico

$$I = I_0 \cdot \frac{t}{t_0} \cdot e^{-K \cdot (t - t_0)}$$

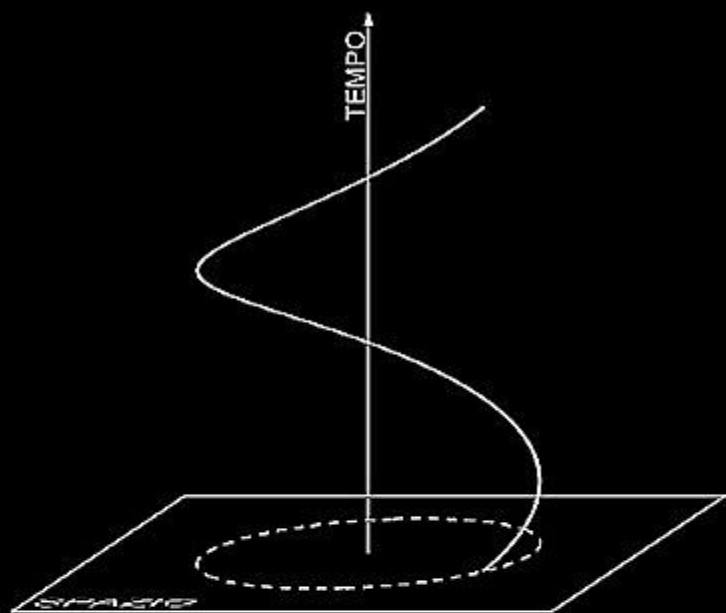


$t = 0$  : il sito viene costruito. L'Informazione è  $I = 0$

$0 < t < t_0$  : il sito viene usato e l'informazione codificata cresce nel tempo

$t = t_0$  : il sito viene abbandonato e contiene tutta l'informazione accumulata:  $I=I_0$

$t > t_0$  : il sito si deteriora e l'informazione viene gradualmente persa



*lo spaziotempo  
di  
Minkowski*

Hermann Minkowski



# Hermann Minkowsky



**Hermann Minkowski** (Aleksotas, 22 giugno 1864 – Gottinga, 12 gennaio 1909) è stato un matematico lituano. Egli sviluppò la teoria geometrica dei numeri ed utilizzò metodi geometrici per risolvere impegnativi problemi della teoria dei numeri, della fisica matematica e della teoria della relatività.

Nel 1907 Minkowski giunse al convincimento che la teoria della relatività speciale (conosciuta anche come relatività ristretta), introdotta da Einstein nel 1905 e basata su precedenti lavori di Lorentz e di Poincaré, potesse essere meglio compresa nell'ambito di uno spazio non euclideo, da allora noto come spazio di Minkowski, in cui il tempo e lo spazio non sono entità separate ma connesse fra loro in uno spazio-tempo quadridimensionale, e nel quale la geometria di Lorentz della relatività ristretta può essere opportunamente rappresentata. Tale rappresentazione risultò utile e senz'altro aiutò le indagini di Einstein in merito alla relatività generale.

La parte iniziale del suo discorso pronunciato in occasione dell'ottantesima Assemblea degli Scienziati della Natura e dei Medici Tedeschi (21 settembre, 1908) è divenuta famosa:

*« I concetti di spazio e di tempo che desidero esporvi traggono origine dal terreno della fisica sperimentale, e in ciò risiede la loro forza. Sono radicali. D'ora in avanti lo spazio singolarmente inteso, ed il tempo singolarmente inteso, sono destinati a svanire in nient'altro che ombre, e solo una connessione dei due potrà preservare una realtà indipendente. »*

## Spaziotempo di Minkowski

Minkowski, che era stato un insegnante di Einstein, si accorge che la Relatività dimostra che lo spazio ed il tempo sono uniti in uno *spaziotempo* quadridimensionale.

Un **evento** è qualunque cosa accada in un dato luogo e in un dato istante.

Possiamo caratterizzarlo con le tre coordinate spaziali che indicano *dove* ha avuto luogo, associate alla coordinata temporale che indica *quando* si è verificato.

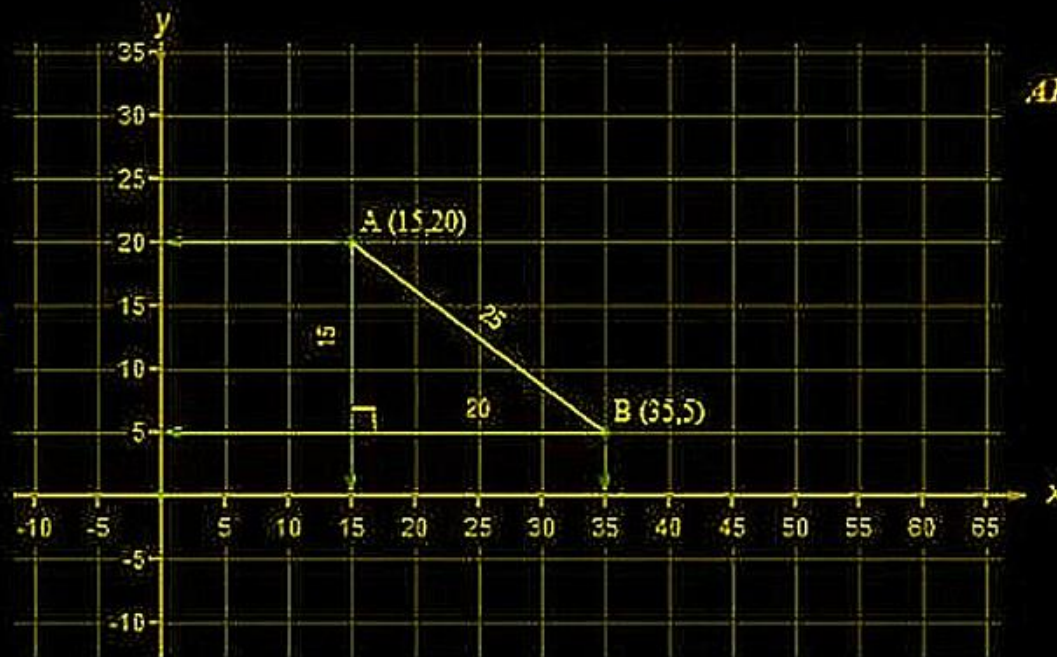
Usiamo i simboli  $x$ ,  $y$ ,  $z$  per indicare le tre coordinate spaziali e la variabile  $t$  per indicare quella temporale.

Un evento è univocamente determinato dalla quaterna  $(x, y, z, t)$ .



## Distanza tra due punti

La distanza tra i punti A e B è data dalla formula:



$$AB = \sqrt{20.0^2 + 15.0^2} \\ = 25.0$$

$$d = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} \quad (2 \text{ dimensioni})$$

$$d = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2 + (t_B - t_A)^2} \quad (4 \text{ dimensioni})$$

## Spaziotempo di Minkowski – Intervallo

Sappiamo che i punti della geometria quadridimensionale di Minkowski si chiamano eventi. La distanza tra due eventi A e B si chiama **intervallo** e qui lo indichiamo con  $d$ :

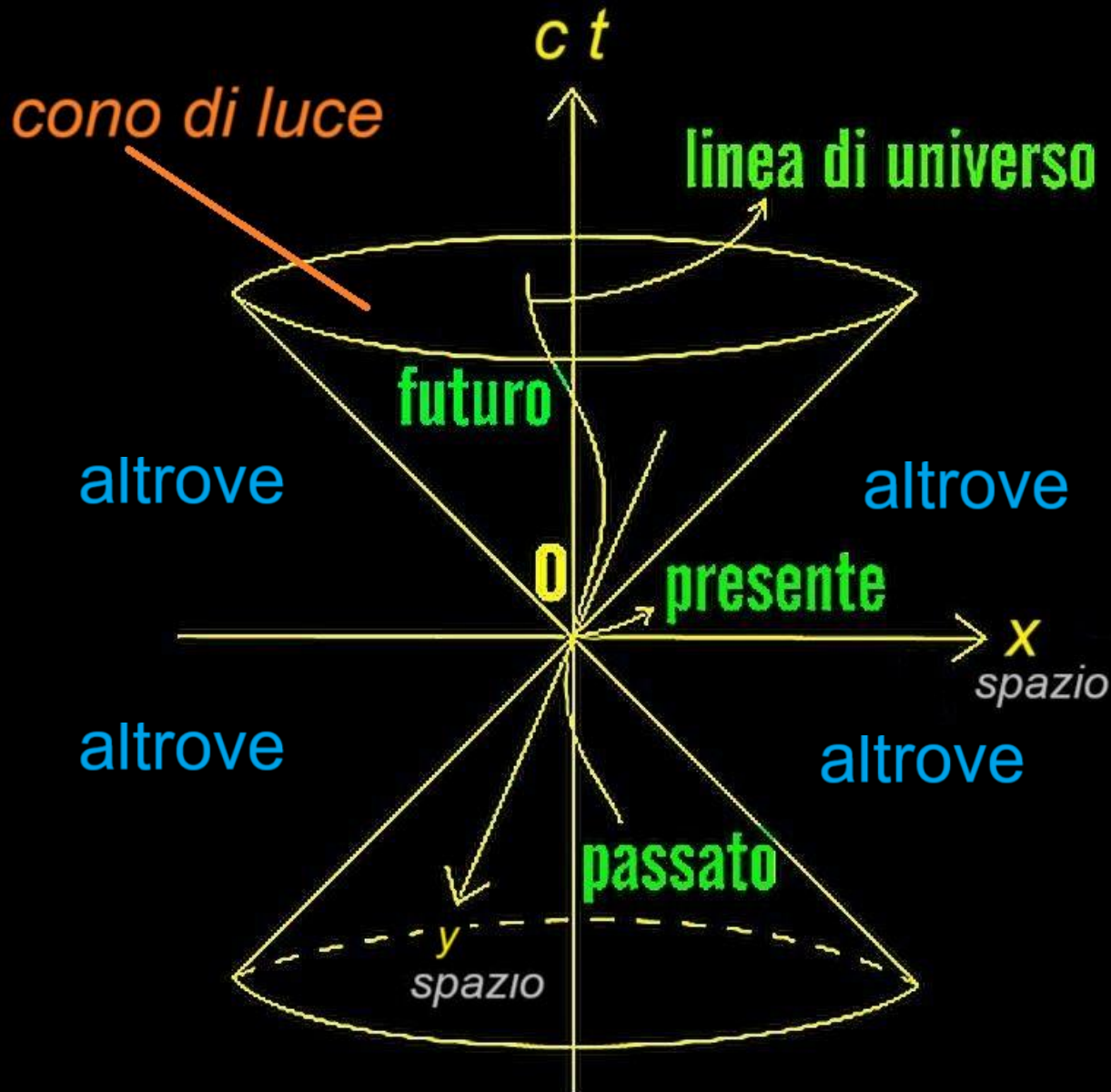
$$d^2 = c^2(t_B - t_A)^2 - (x_B - x_A)^2 - (y_B - y_A)^2 - (z_B - z_A)^2$$

Questo valore è una **invariante** per qualsiasi osservatore inerziale. E' l'analogo della distanza euclidea, ma confrontandolo con la diapositiva precedente, si vede che è diverso, a causa della comparsa del segno "-".

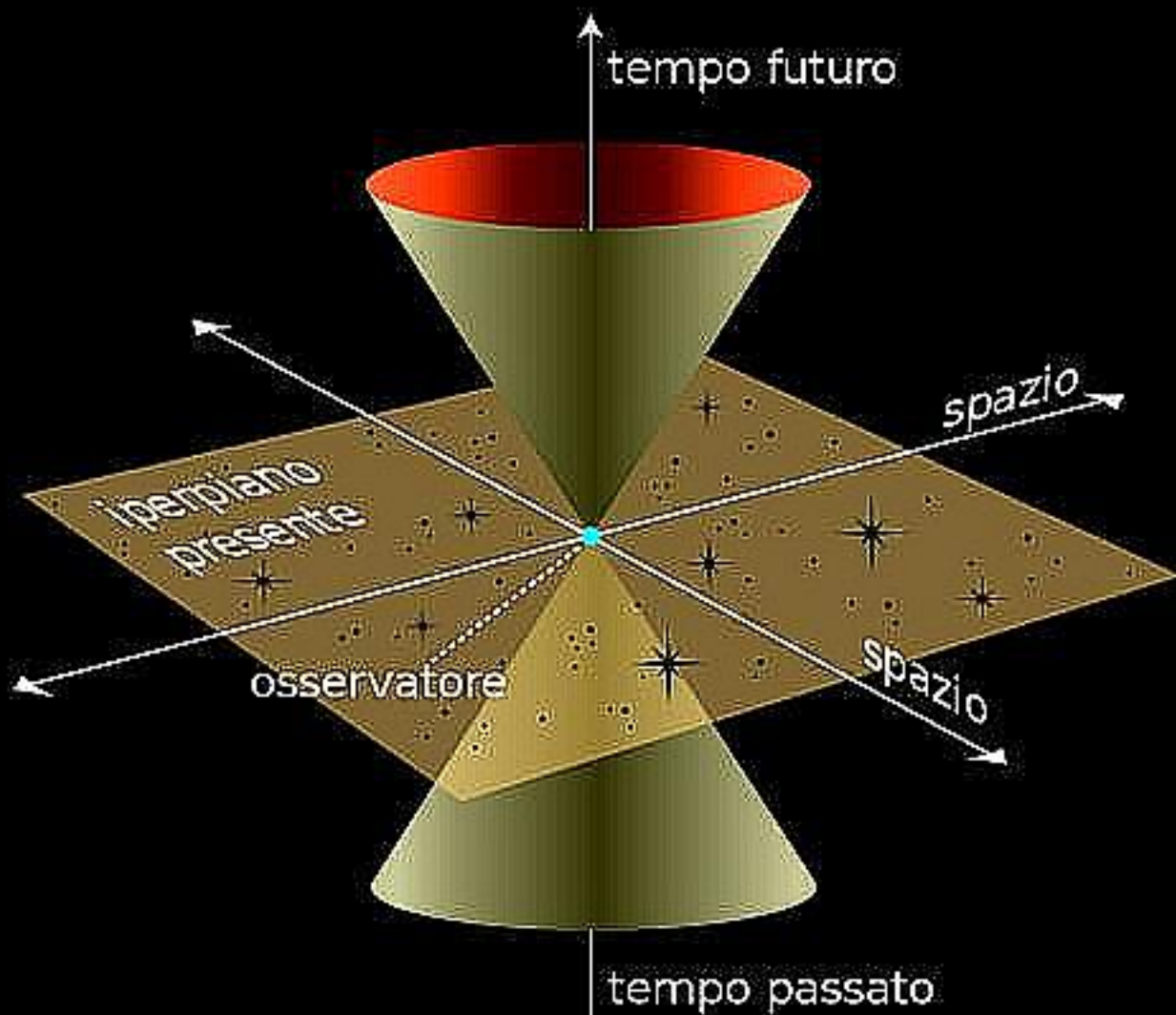
La geometria di Minkowski è *pseudo-euclidea*.

Non è uno spazio curvo

# lo spaziotempo di Minkowski



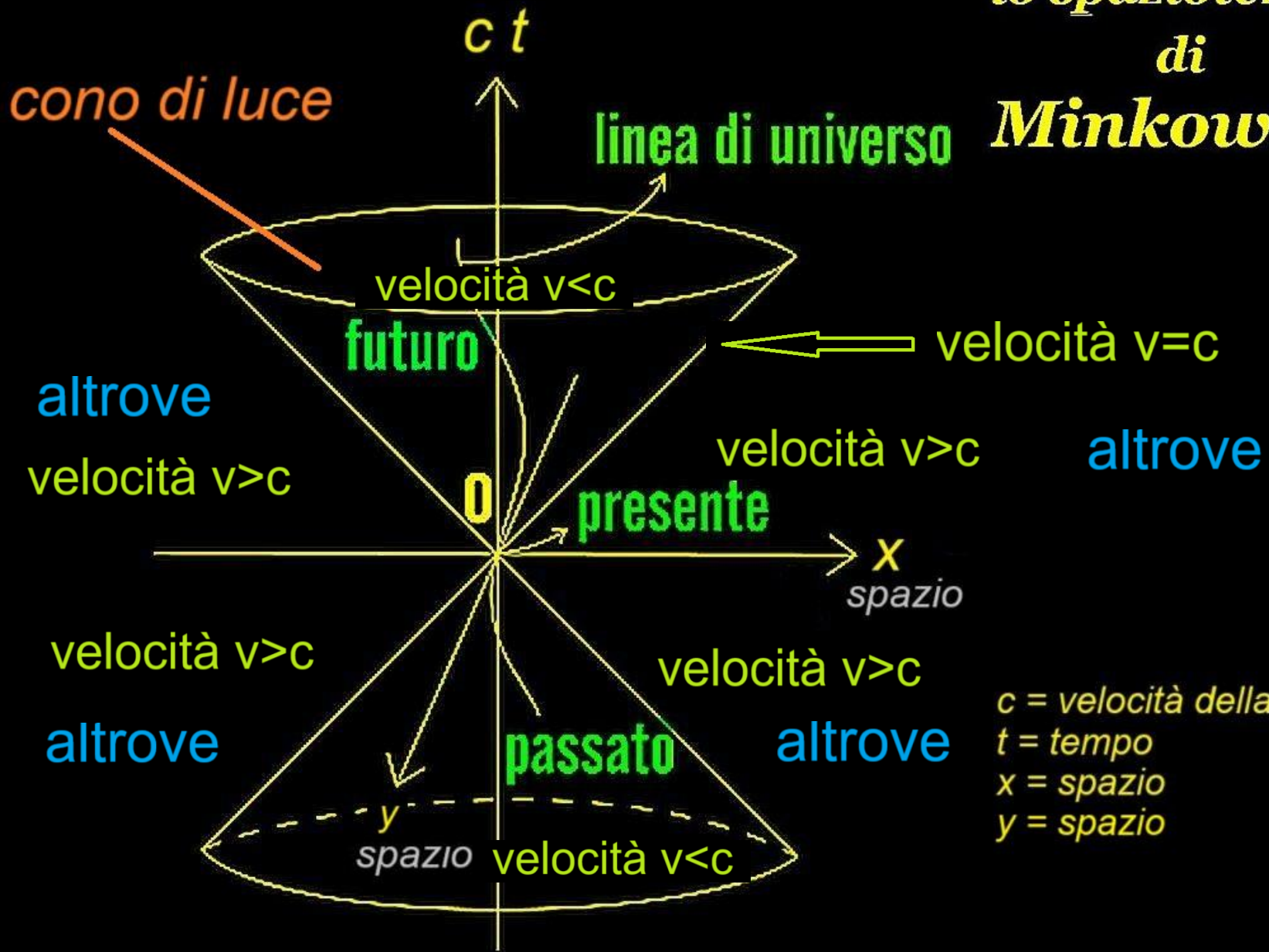
$c$  = velocità della luce  
 $t$  = tempo  
 $x$  = spazio  
 $y$  = spazio



**Un cono di luce rappresenta la storia di un qualunque oggetto nel nostro universo: il punto di incontro dei due coni è la posizione spazio temporale dell'istante presente. Il cono superiore rappresenta la gamma di possibili storie che l'oggetto avrà. Il cono inferiore rappresenta la gamma delle storie che la particella ha avuto per giungere in tale istante a tale posizione.**

I coni hanno un'inclinazione di  $45^\circ$  in quanto i fotoni, le particelle più veloci che si conoscano rappresentano il limite massimo entro il quale tutte le particelle possono muoversi. Preso un comodo sistema di riferimenti il moto dei fotoni viene rappresentato come una retta a  $45^\circ$ , quindi la gamma massima di possibili spostamenti deve risultare inferiore a tale angolazione.

*lo spaziotempo  
di  
Minkowski*



$c$  = velocità della luce  
 $t$  = tempo  
 $x$  = spazio  
 $y$  = spazio

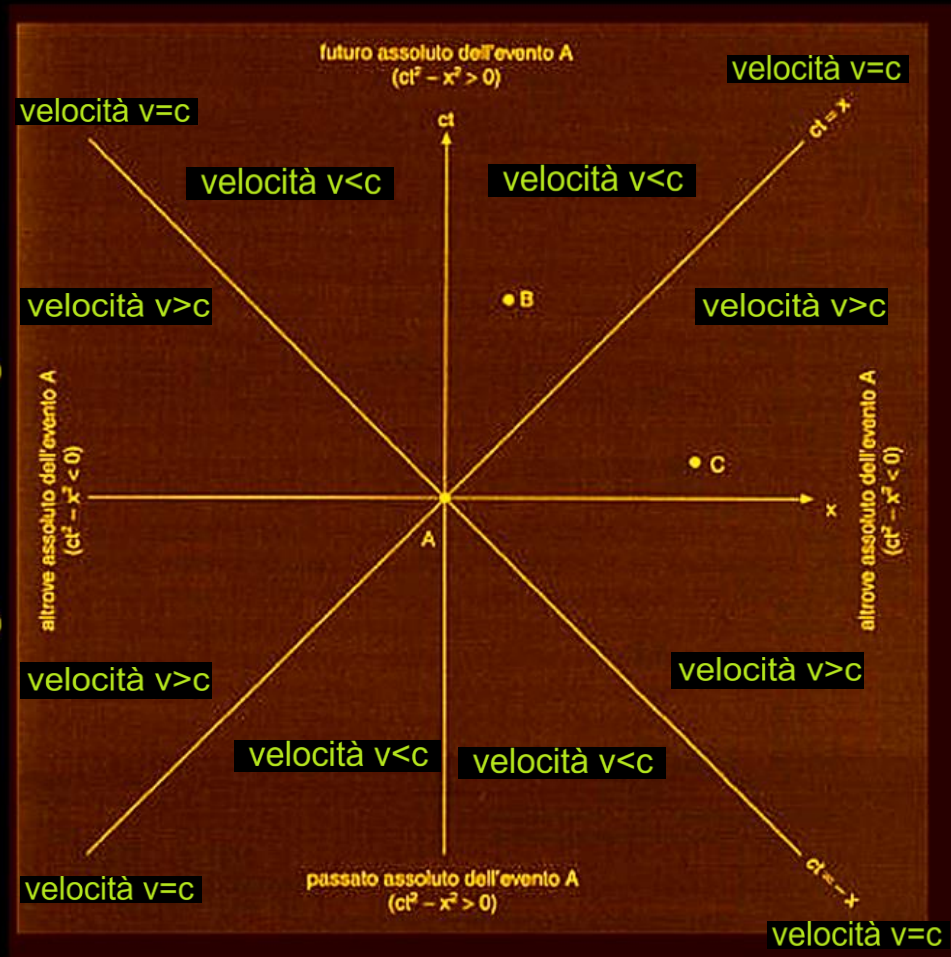
# Intervalli tra eventi

## Cono di Luce

Per comodità, è raffigurata una sola dimensione spaziale.

A e B sono eventi separati da un intervallo di genere tempo.

A e C sono eventi separati da un intervallo di genere spazio.



## Classificazione degli intervalli

Il quadrato dell'intervallo (che è indipendente dal sistema di riferimento) può essere:

- **Nullò:** l'intervallo è detto di **tipo luce**
- **Positivo:** l'intervallo è detto di **tipo tempo**.

E' il caso di due eventi separati spazialmente nel sistema  $S$ ; si trova che esiste un sistema  $S'$  in cui i due eventi occupano la stessa posizione nello spazio. Se i due eventi sono relativi alla stessa particella materiale, l'intervallo tra essi è sempre di tipo tempo.

- **Negativo:** l'intervallo è detto di **tipo spazio**.

E' il caso di due eventi che avvengono in istanti differenti nel sistema  $S$ ; si trova che esiste un sistema  $S'$  in cui i due eventi avvengono simultaneamente.

## Cono di Luce: commenti

- Tutti gli eventi *interni* al cono luce e corrispondenti a istanti successivi a quello di A costituiscono il **futuro assoluto** di A, qualsiasi sia il sistema di riferimento inerziale. Esiste però un sistema di riferimento in cui i due eventi occupano lo stesso punto dello *spazio*.
- Tutti gli eventi *esterni* al cono luce costituiscono l'**altrove assoluto** di A. Questi eventi rimangono, in qualsiasi sistema di riferimento, in punti dello spazio diversi da A. Non esiste alcun sistema nel quale uno di tali eventi coincida spazialmente con l'evento A. Però esistono dei sistemi nei quali esso è successivo ad A, oppure esso precede A, oppure esso accade simultaneamente ad A.
- Il confine del cono è costituito dai raggi di luce che partono da A o arrivano in A.



- Einstein sa che dalle equazioni di Maxwell si può ricavare la velocità della luce:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}.$$

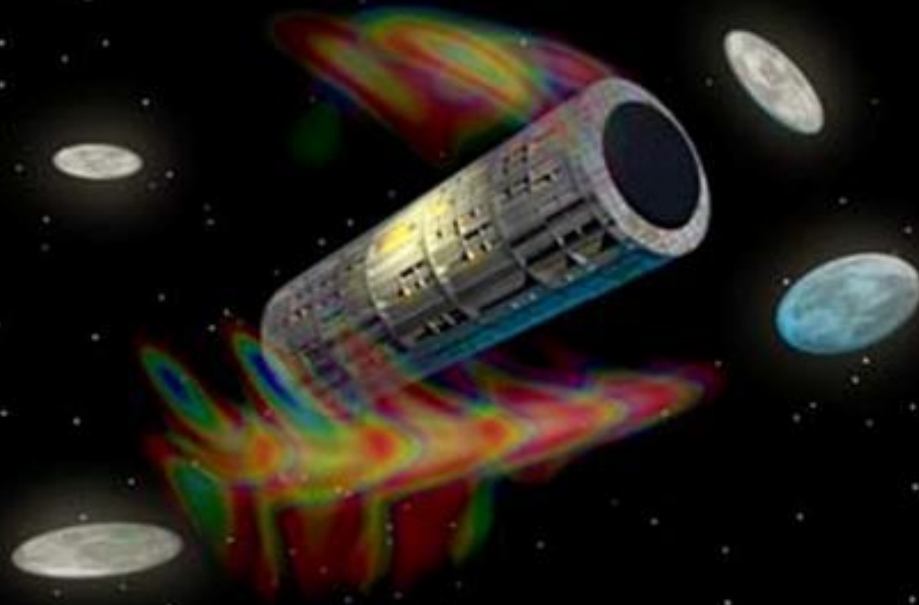
e che tale valore è una *costante*;  $\mu_0$  e  $\epsilon_0$  sono delle costanti che descrivono le proprietà elettromagnetiche del vuoto.

- Per il principio di relatività, tutti gli osservatori inerziali devono misurare questa stessa velocità per la luce, indipendentemente dalla loro velocità relativa.
- Pertanto le trasformazioni di Galileo, che consentono di sommare la velocità della luce a quella di un sistema di riferimento, sono *sbagliate*.

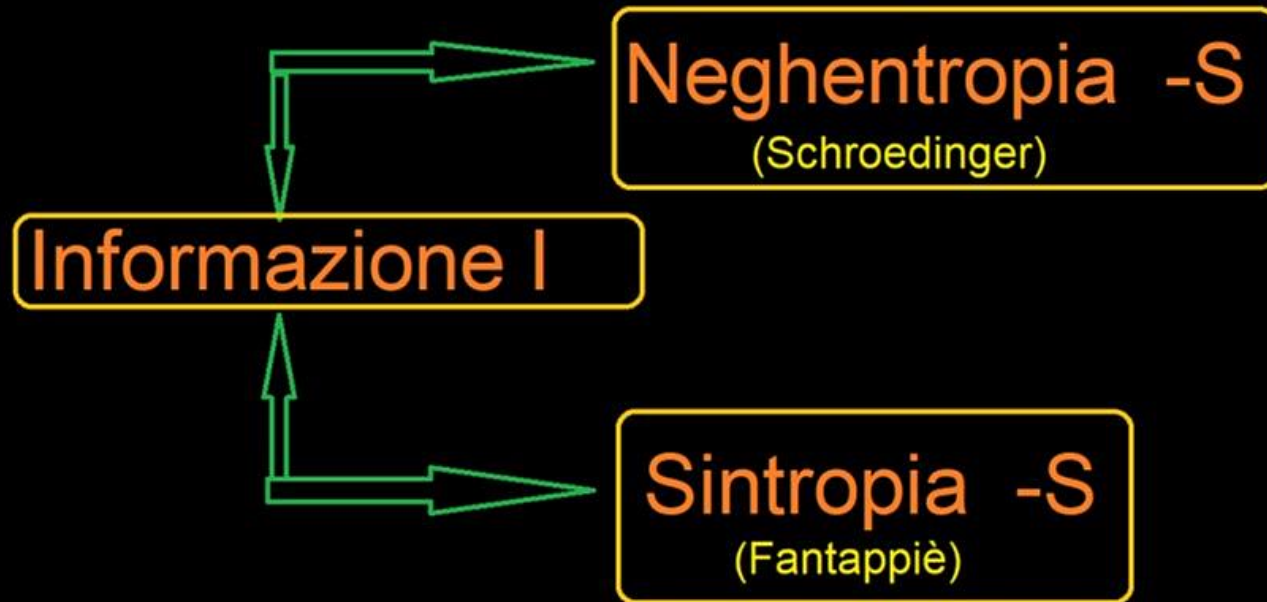
# Viaggiare avanti e indietro nel tempo

Introduciamo il concetto di cono di luce come premessa ad un'ultima teoria che renderebbe possibile il viaggio nel tempo. Tale teoria risulta la più realisticamente effettuabile e non presenta i problemi di velocità luminale o di attraversamento di buchi neri.

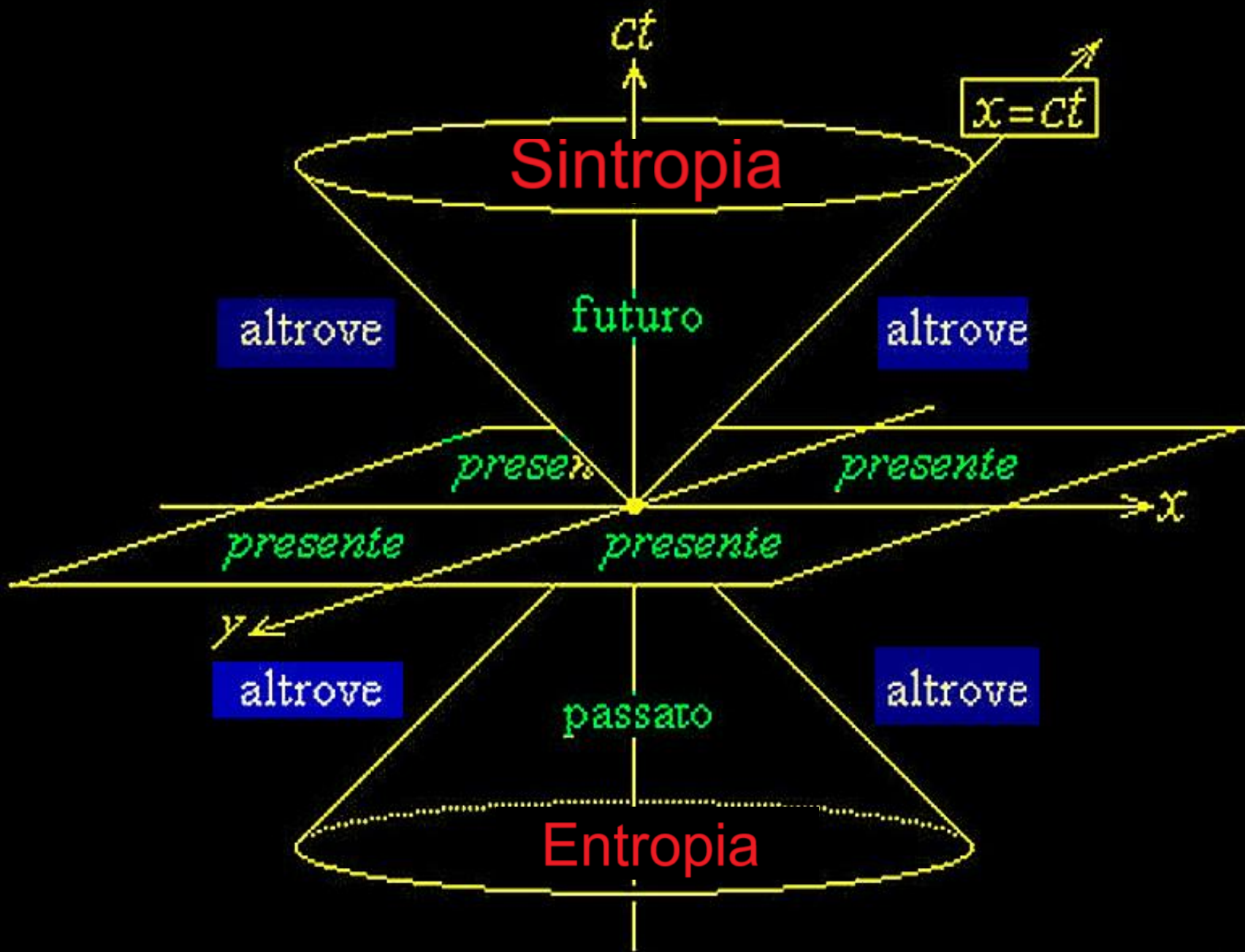
Tale teoria si conforma perfettamente alla relatività generale ed è rappresentata dal **cilindro di Tipler**. Un cilindro molto denso e di lunghezza infinita permetterebbe la formazione di cappi temporali in modo da poter collegare due eventi qualsiasi dello spazio tempo, a patto che la superficie del cilindro ruotasse a una velocità pari almeno a metà di quella della luce in modo che la velocità di rotazione fosse tale che le forze centrifughe bilanciassero l'attrazione gravitazionale.



# E se facessimo viaggiare l'Informazione? Noi siamo Informazione...



S = Entropia



L'**Entropia** agisce e condiziona il presente attraverso l'informazione proveniente dal passato

La **Sintropia** agisce e condiziona il presente attraverso l'Informazione che proviene dal futuro

# Se usassimo la Sintropia... (Neghentropia)

$$\Delta t = \frac{3.17 \times 10^8}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{h \cdot G}{2 \cdot k_B \cdot c^5}} \cdot \frac{1}{\sqrt{-S_u(t)}} \cdot \Delta N \quad (\text{anni})$$

ma anche:

$$\Delta t = 3.17 \times 10^8 \cdot \Delta R \quad (\text{anni})$$

dove:

$S_u(t)$  = Entropia dell'Universo al tempo  $t$

$S_u(t_0)$  = Entropia dell'Universo al tempo  $t_0$

$R(t)$  = Raggio dell'Universo visibile al tempo  $t$  (anni luce)

$R(t_0)$  = Raggio dell'Universo visibile al tempo  $t_0$  (anni luce)

$$\Delta t < 0 \Rightarrow$$

$$\Delta t \text{ virtuale}$$

Il tempo scorre all'indietro

fuori dal nostro universo...

$$\Delta R < 0$$

Universo in contrazione

$$N = \text{Sintropia} = -S$$

$$\Delta N = -S_u(t) + S_u(t_0) = -\Delta S_u$$

$h$  = costante di Plank  $6.626070040(81) \times 10^{-34} \text{ J s}$

$G$  = costante di gravitazione universale  $6.67408(31) \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$

$k_B$  = costante di Boltzmann  $1.38064852(79) \times 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$

$c$  = velocità della luce nel vuoto  $299792458 \text{ m s}^{-1}$

otteniamo:

$$t = 2 \cdot \frac{3.17 \times 10^{-8}}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{h \cdot G}{2 \cdot k_B \cdot c^5}} \cdot \sqrt{N(t)}$$

siccome:

$$N(t) = -S_u(t)$$

t non appartiene più al campo reale...

E' possibile andare nel futuro?

Si !!

basta andare veloci, molto veloci...



Il paradosso dei gemelli...



**(Teoria della Relatività Ristretta)**



$$\Delta t' = \gamma \Delta t$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$



Astronave a velocità  $v$   
vicina a quella della  
luce

Esempio:  $v = 0.8 c \rightarrow 1/\gamma = 0.6$

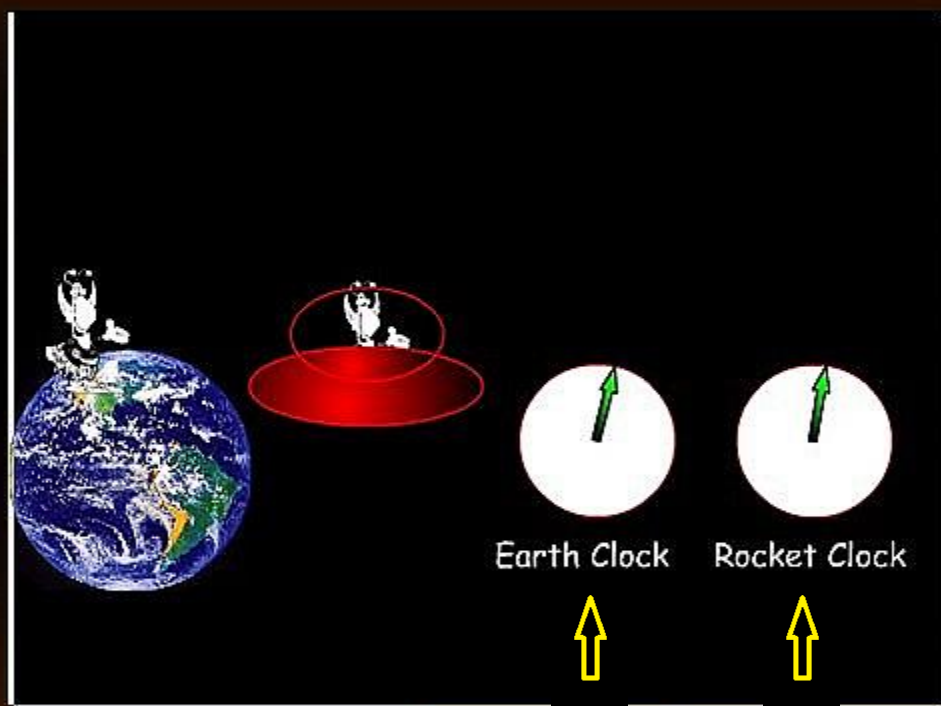


Sul sistema in movimento il tempo scorre al  
60% del tempo nel sistema in quiete

# DILATAZIONE DEL TEMPO

Con  $v \rightarrow 0$  abbiamo  $t \rightarrow t'$

Con  $v \rightarrow c$  abbiamo  $t' \rightarrow 0$



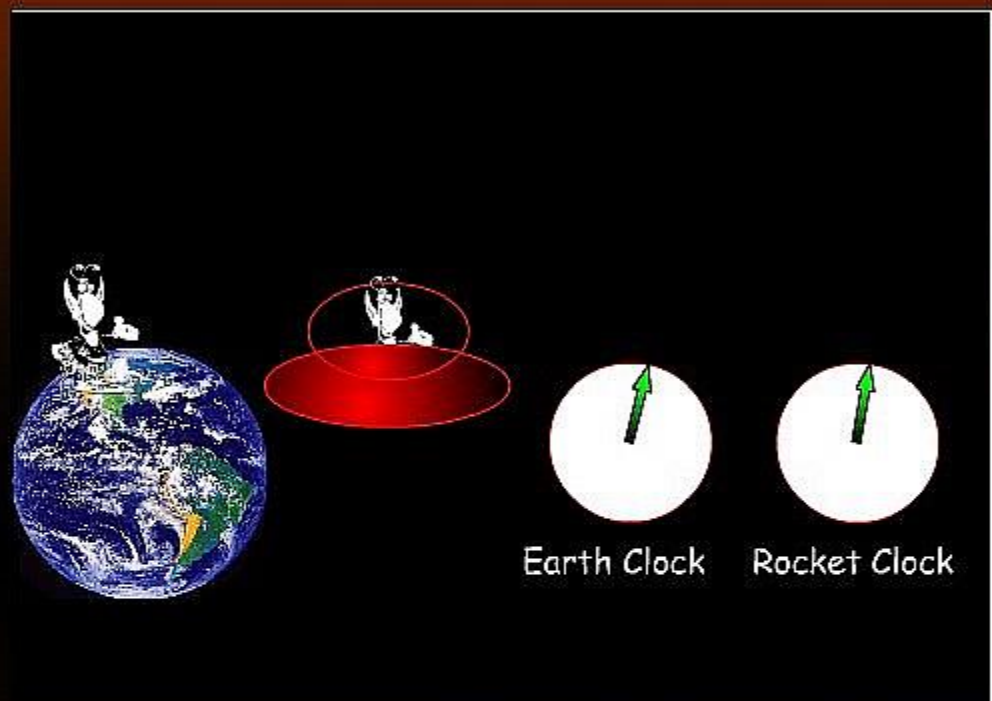
Orologio dell'osservatore a terra ( $t$ )

Orologio dell'osservatore sull'astronave ( $t'$ )

$$\frac{t}{t'} = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

| Rapporto $v/c$ | Velocità in (Km/s) | Orologio a terra (anni) | Orologio astronave (anni) |
|----------------|--------------------|-------------------------|---------------------------|
| 0              | -                  | 100,0                   | 100,0                     |
| 0,03448276     | 10.345             | 100,0                   | 99,9                      |
| 0,06896552     | 20.690             | 100,0                   | 99,8                      |
| 0,10344828     | 31.034             | 100,0                   | 99,5                      |
| 0,13793103     | 41.379             | 100,0                   | 99,0                      |
| 0,17241379     | 51.724             | 100,0                   | 98,5                      |
| 0,20689655     | 62.069             | 100,0                   | 97,8                      |
| 0,24137931     | 72.414             | 100,0                   | 97,0                      |
| 0,27586207     | 82.759             | 100,0                   | 96,1                      |
| 0,31034483     | 93.103             | 100,0                   | 95,1                      |
| 0,34482759     | 103.448            | 100,0                   | 93,9                      |
| 0,37931034     | 113.793            | 100,0                   | 92,5                      |
| 0,4137931      | 124.138            | 100,0                   | 91,0                      |
| 0,44827586     | 134.483            | 100,0                   | 89,4                      |
| 0,48275862     | 144.828            | 100,0                   | 87,6                      |
| 0,51724138     | 155.172            | 100,0                   | 85,6                      |
| 0,55172414     | 165.517            | 100,0                   | 83,4                      |
| 0,5862069      | 175.862            | 100,0                   | 81,0                      |
| 0,62068966     | 186.207            | 100,0                   | 78,4                      |
| 0,65517241     | 196.552            | 100,0                   | 75,5                      |
| 0,68965517     | 206.897            | 100,0                   | 72,4                      |
| 0,72413793     | 217.241            | 100,0                   | 69,0                      |
| 0,75862069     | 227.586            | 100,0                   | 65,2                      |
| 0,79310345     | 237.931            | 100,0                   | 60,9                      |
| 0,82758621     | 248.276            | 100,0                   | 56,1                      |
| 0,86206897     | 258.621            | 100,0                   | 50,7                      |
| 0,89655172     | 268.966            | 100,0                   | 44,3                      |
| 0,93103448     | 279.310            | 100,0                   | 36,5                      |
| 0,95103448     | 285.310            | 100,0                   | 30,9                      |
| 0,97103448     | 291.310            | 100,0                   | 23,9                      |
| 0,99103448     | 297.310            | 100,0                   | 13,4                      |

# DILATAZIONE DEL TEMPO



Orologio  
dell'osservatore  
a terra

Orologio  
dell'osservatore  
sull'astronave

L'orologio della stazione Russa MIR, che viaggiava alla Velocità di 7,7 km/s, in un anno ha ritardato di 0,01sec ..... valore molto piccolo perché il rapporto  $v/c$  era piccolo. ( $v/c = 2,566 \text{ E-}5$ )

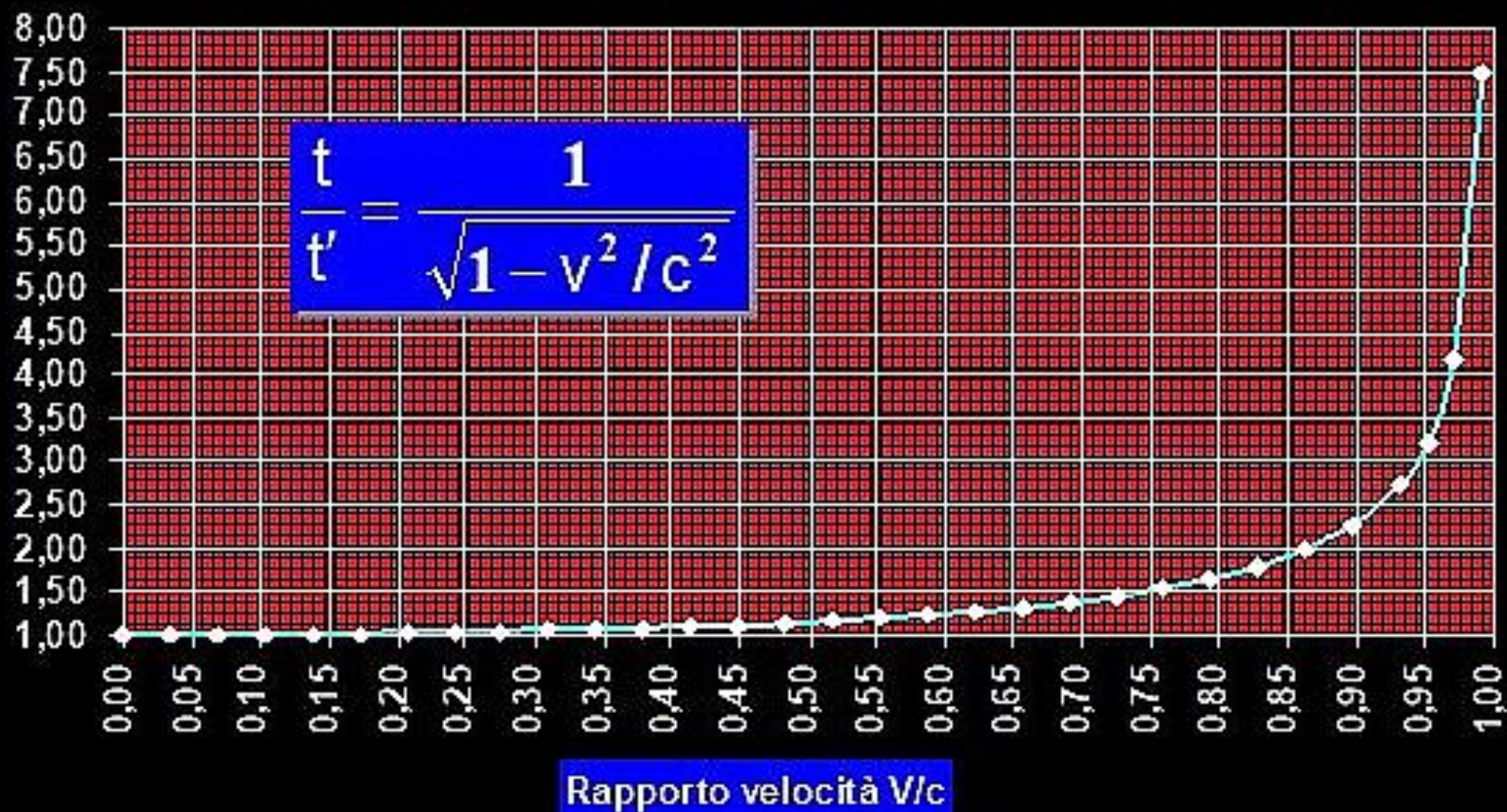
Con  $v/c=0,991$  avremmo avuto:

- Orologio a terra = 365 di (1di = 1 giorno)
- Orologio nella MIR = 48 di (ritardo= 317 di)

| Rapporto<br>$v/c$     | Velocità<br>in<br>(Km/s) | Orologio<br>a terra<br>(di) | Orologio<br>astronave<br>(di) |
|-----------------------|--------------------------|-----------------------------|-------------------------------|
| 0                     | -                        | 365,0                       | 365,0                         |
| 2,56667E-05           | 7,7                      | 365,0                       | 365,0                         |
| 0,068965517           | 20.690                   | 365,0                       | 364,1                         |
| 0,103448276           | 31.034                   | 365,0                       | 363,0                         |
| 0,137931034           | 41.379                   | 365,0                       | 361,5                         |
| 0,172413793           | 51.724                   | 365,0                       | 359,5                         |
| 0,206896552           | 62.069                   | 365,0                       | 357,1                         |
| 0,24137931            | 72.414                   | 365,0                       | 354,2                         |
| 0,275862069           | 82.759                   | 365,0                       | 350,8                         |
| 0,310344828           | 93.103                   | 365,0                       | 347,0                         |
| 0,344827586           | 103.448                  | 365,0                       | 342,6                         |
| 0,379310345           | 113.793                  | 365,0                       | 337,7                         |
| 0,413793103           | 124.138                  | 365,0                       | 332,3                         |
| 0,448275862           | 134.483                  | 365,0                       | 326,3                         |
| 0,482758621           | 144.828                  | 365,0                       | 319,7                         |
| 0,517241379           | 155.172                  | 365,0                       | 312,4                         |
| 0,551724138           | 165.517                  | 365,0                       | 304,4                         |
| 0,586206897           | 175.862                  | 365,0                       | 295,7                         |
| 0,620689655           | 186.207                  | 365,0                       | 286,2                         |
| 0,655172414           | 196.552                  | 365,0                       | 275,7                         |
| 0,689655172           | 206.897                  | 365,0                       | 264,3                         |
| 0,724137931           | 217.241                  | 365,0                       | 251,7                         |
| 0,75862069            | 227.586                  | 365,0                       | 237,8                         |
| 0,793103448           | 237.931                  | 365,0                       | 222,3                         |
| 0,827586207           | 248.276                  | 365,0                       | 204,9                         |
| 0,862068966           | 258.621                  | 365,0                       | 185,0                         |
| 0,896551724           | 268.966                  | 365,0                       | 161,7                         |
| 0,931034483           | 279.310                  | 365,0                       | 133,2                         |
| 0,951034483           | 285.310                  | 365,0                       | 112,8                         |
| 0,971034483           | 291.310                  | 365,0                       | 87,2                          |
| 0,991034483           | 297.310                  | 365,0                       | 48,8                          |
| MIR-Russa Diff.tempo= |                          | -0,01 sec.                  |                               |

# DILATAZIONE DEL TEMPO $t/t'$ IN FUNZIONE DEL RAPPORTO $V/c$

Dilatazione del tempo =  $t/t'$





# Il paradosso dei gemelli...



- ❖ Supponiamo che vi siano due gemelli, che chiameremo A e B, di cui uno, mettiamo B, un giorno, parte per un viaggio spaziale alla velocità  $V=9/10 \cdot C$ ;
- ❖ B, che viaggia a una velocità prossima a quella della luce, secondo i suoi orologi sull'astronave misura un tempo proprio, supponiamo, di **10 anni**.
- ❖ Per il fratello A, che è rimasto a terra, i suoi orologi misurano un tempo dilatato pari a  $DT' = DT / \sqrt{1-v^2/C^2}$ . A conti fatti gli orologi di A misurano un tempo pari a **23 anni**;

Tutto questo farebbe presagire che in un eventuale ritorno del fratello astronauta (B), troverebbe il fratello gemello (A) più vecchio di 13 anni.



*B ha viaggiato nel futuro, tornando a casa e trovandosi 13 anni più avanti...*

# CONTRAZIONE DELLE LUNGHEZZE

Analogamente per il tempo, le trasformazioni di Lorentz possono essere usate per vedere come varia la misura della distanza nei due sistemi di riferimento.

Soltanto le distanze lungo il verso del moto sono influenzate.

Infatti troviamo:

$$l = l' \sqrt{1 - v^2 / c^2}$$

Dove la  $l$  è una lunghezza di un oggetto nel senso del moto, misurata dall'osservatore fermo, ed  $l'$  è la lunghezza dello stesso oggetto misurata dall'osservatore che si muove alla velocità  $v$ .

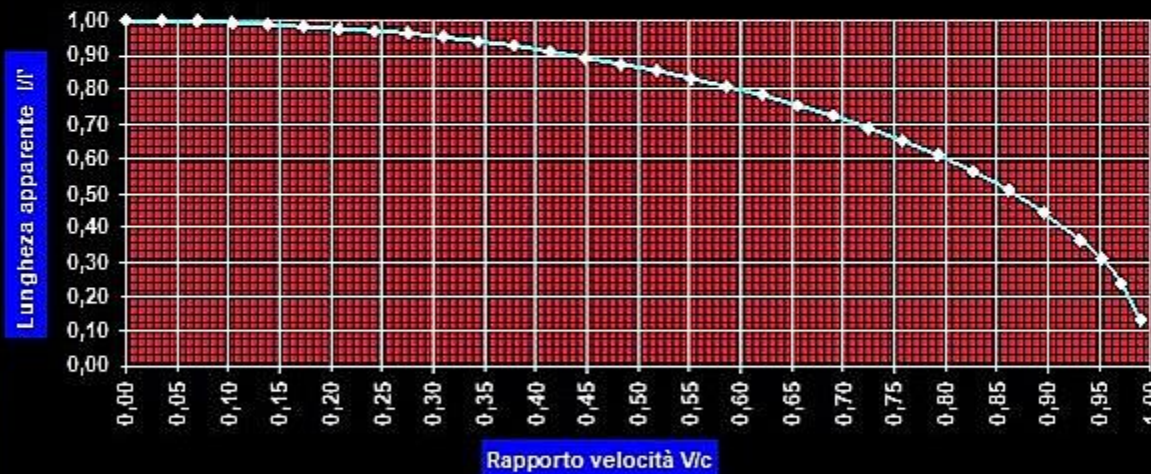
L'osservatore fermo vede quindi una contrazione nella lunghezza di un oggetto misurata lungo il verso del moto.

# CONTRAZIONE DELLE LUNGHEZZE

$$l = l' \sqrt{1 - v^2 / c^2}$$



LUNGEZZA RELATIVISTICA IN FUNZIONE  
DEL RAPPORTO v/c



| Velocità<br>v/c | lunghezza<br>apparente |
|-----------------|------------------------|
| 0               | 1.000                  |
| 0.2             | 0.980                  |
| 0.4             | 0.917                  |
| 0.6             | 0.800                  |
| 0.8             | 0.600                  |
| 0.9             | 0.436                  |
| 0.95            | 0.312                  |
| 0.99            | 0.141                  |
| 0.995           | 0.100                  |
| 0.999           | 0.045                  |
| 0.9999          | 0.014                  |

**NB:** Le trasformazioni di **Lorentz** sono simmetriche .... l'astronauta in moto vede la terra contrarsi, l'osservatore a terra vede l'astronave in moto contrarsi.

# LE TRASFORMAZIONI DI LORENTZ

Le equazioni di Lorentz che descrivono la dilatazione del tempo e la contrazione delle lunghezze, sono:

$$t = \frac{t'}{\sqrt{1 - v^2 / c^2}}$$

$$l = l' \sqrt{1 - v^2 / c^2}$$

Il peso delle equazioni di Lorentz si fa maggiormente sentire quando la velocità  $v$  si avvicina alla velocità  $c$  della luce.

Dove  $t$  ed  $l$  si riferiscono al sistema di riferimento fermo, mentre  $t'$  ed  $l'$  a quello in moto.

NB: - La lunghezza è influenzata solo nel verso del moto.

- Per la luce in se il tempo e la distanza non hanno significato. La luce esiste in un universo dove il tempo è istantaneo e tutte le distanze sono infinitamente piccole.



# MASSA RELATIVISTICA

Possiamo viaggiare alla **velocità della luce**?

La **teoria della Relatività** dice no!

Infatti la **massa relativistica** di un corpo in movimento è data dalla seguente relazione:

$$m = \frac{m'}{\sqrt{1 - v^2 / c^2}}$$

Dove: **m'** è la **massa a riposo**, ovvero la massa del corpo con  $v = 0$ .

**m** è la **massa relativistica** che varia con la **velocità v**.

ovvero la massa del corpo alla **velocità v**.

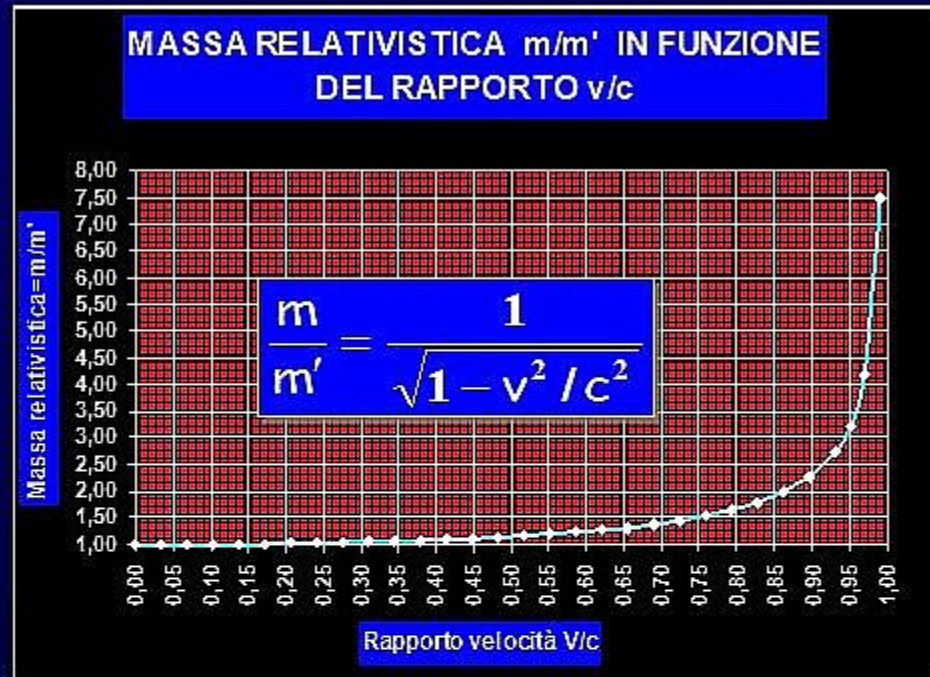
Quando la **velocità v** si avvicina a **c** la massa tende ad infinito.

E per questo motivo **che non possiamo viaggiare alla velocità della luce e tanto meno oltre!!**

# RAPPORTO = $m/m'$

Il rapporto tra  $m/m'$  è dato dalla seguente relazione:

$$\frac{m}{m'} = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$



Dove:  $m'$  è la **massa a riposo**, ovvero la massa del corpo con  $v = 0$ .

$m$  è la **massa relativistica** che varia con la velocità  $v$ .  
ovvero la massa del corpo alla velocità  $v$ .

Quando la velocità  $v$  si avvicina a  $c$  il rapporto  $m/m'$  tende ad infinito.  
E per questo motivo che non possiamo viaggiare alla velocità della luce e tanto meno oltre!!

# DINAMICA RELATIVISTICA

Anche se la Teoria della Relatività ristretta si interessa solo di oggetti che si muovono a **velocità costante** e utile conoscere come varia l'**accelerazione** al variare della **forza**.

Dalla fisica classica sappiamo che:

$$\text{Forza} = \text{massa} \times \text{accelerazione}$$


**Newton** calcola **a** con la relazione:

$$a = \frac{F}{m}$$

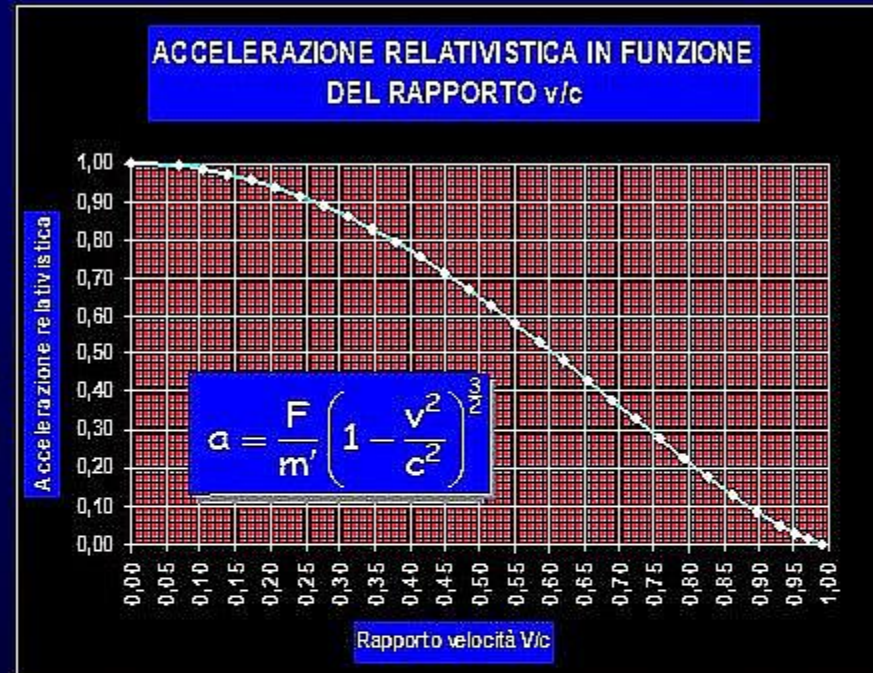
**Einstein**, calcola **a** con la seguente relazione:

$$a = \frac{F}{m'} \left( 1 - \frac{v^2}{c^2} \right)^{\frac{3}{2}}$$

# DINAMICA RELATIVISTICA

$$a = \frac{F}{m'} \left( 1 - \frac{v^2}{c^2} \right)^{\frac{3}{2}}$$

L'equazione di **Einstein** ci dice che se applichiamo una forza costante su un oggetto esso inizia ad accelerare, nel campo delle basse velocità, seguendo la legge di **Newton**.



Con l'aumento della velocità l'accelerazione **a** diventa **sempre più piccola**.

Si osserva che quando la **velocità** tende a **c** la massa aumenta in modo che l'accelerazione tende a **0**.

**La velocità della luce è irraggiungibile !!!!.... con  $m > 0$**

# ENERGIA RELATIVISTICA

Secondo **Newton**, l'energia cinetica  $E_k$  si calcola con la relazione:

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2$$

Non è idonea per calcolo del moto ad alta velocità, con  $E_k$  tendente a  $\infty$ ,  $V$  tende a  $\infty$  !!!! **Assurdo**.

Secondo **Einstein**, l'energia cinetica relativistica si calcola con la relazione:

The diagram illustrates the relativistic energy equation:  $E_k = \frac{m'c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - m'c^2$ . The terms are labeled as follows:

- $E_k$ : Energia cinetica relativistica
- $\frac{m'c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$ : Energia totale relativistica
- $m'c^2$ : Energia a riposo

È idonea per il moto delle particelle ad alta velocità.  
Infatti, con  $E_k$  tendente a  $\infty$ ,  $V$  tende a  $c$ , come nella realtà.

# I LIMITI DELLA FISICA CLASSICA

...moto alle alte velocità.

## MECCANICA



Newton 1686

$$F = m a$$

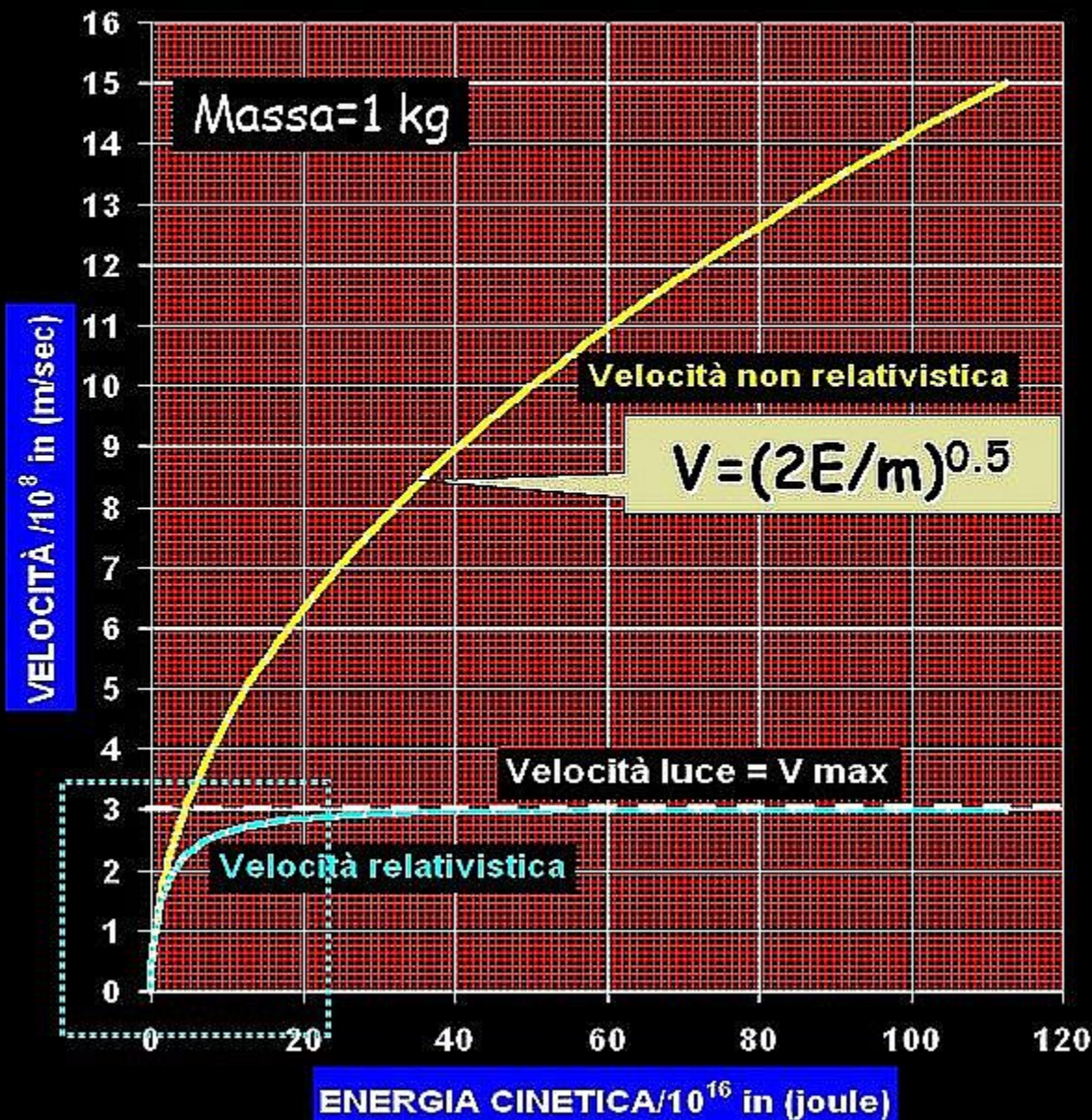
Equazione  
del moto

$$E = \frac{1}{2} * m * v^2$$

ovvero

$$v = (2E/m)^{0.5}$$

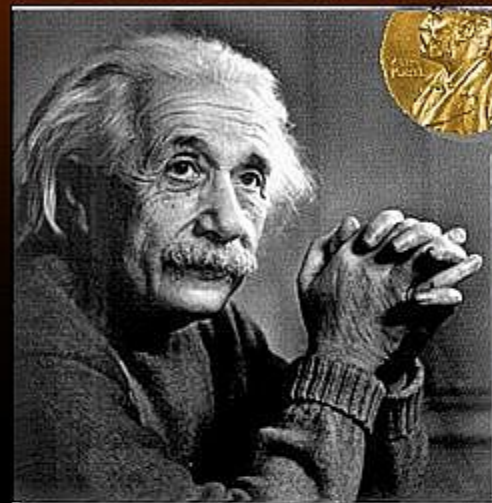
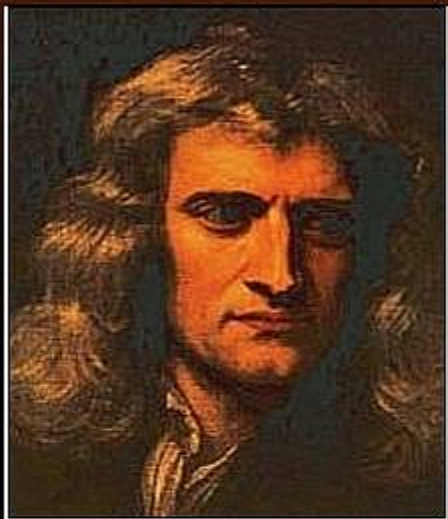
## ANDAMENTO DELLA VELOCITÀ RELATIVISTICA IN FUNZIONE DELL'ENERGIA CINETICA



# FISICA CLASSICA

# FISICA MODERNA

... cos'è in conflitto e che cosa cambia?



**Newton** dice:

Gli intervalli di tempo e dello spazio sono assoluti ed indipendenti dal movimento dell'osservatore ....  
La velocità della luce è relativa.

**Einstein** dice:

La velocità della luce è assoluta ed indipendente dal movimento dell'osservatore ....  
Gli intervalli di tempo e dello spazio sono relativi.

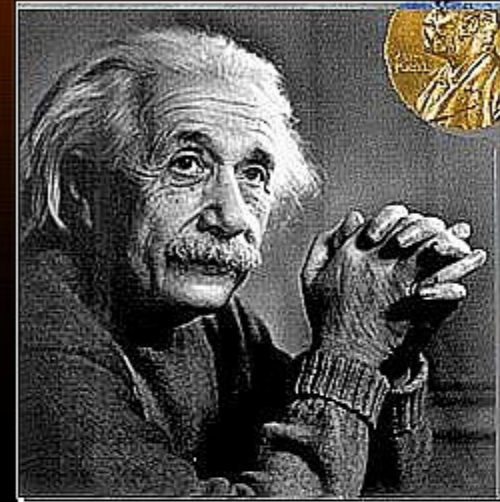
# Questa è la Teoria della relatività!



**Newton** dice: (1°teoria)

Gli intervalli di tempo e dello spazio sono assoluti ed indipendenti dal movimento dell'osservatore ....

La velocità della luce è relativa.



**Einstein** dice: (2°Teoria)

La velocità della luce è assoluta ed indipendente dal movimento dell'osservatore ....

Gli intervalli di tempo e dello spazio sono relativi.

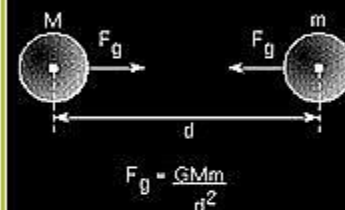


# Newton e Einstein

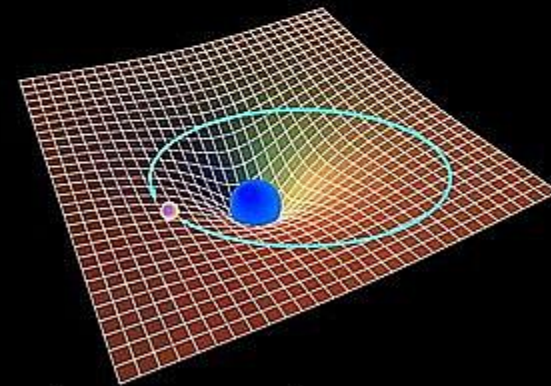
**Newton: gravità è una forza**

La Terra si muove su orbita curva intorno al Sole perché la gravità solare la costringe ad allontanarsi dal suo cammino rettilineo naturale

## GRAVITAZIONE UNIVERSALE



**Einstein: gravità è curvatura**



**CONTRAZIONE DELLE LUNGHEZZE  
+  
DILATAZIONE DEI TEMPI**

=

**SPAZIO-TEMPO  
SONO  
ELASTICI**

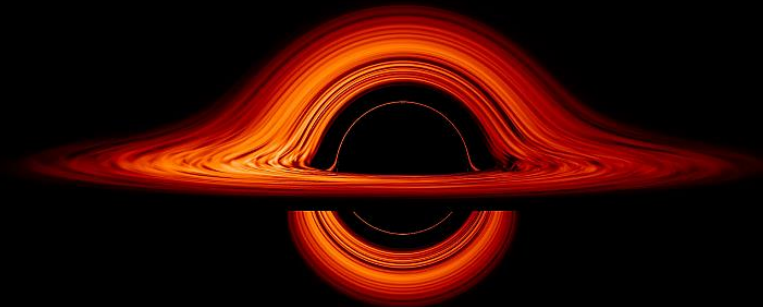
=

**TESSUTO  
IN  
GOMMA**

E' possibile andare nel futuro?

Si !!

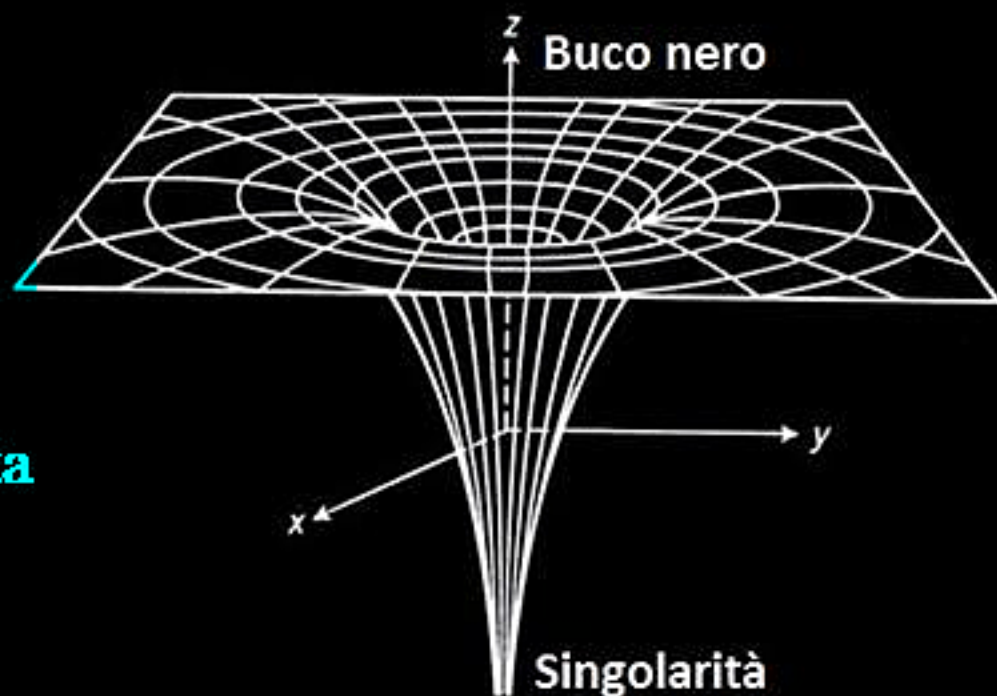
basta andare a visitare un buco nero...  
e poi tornare a casa...



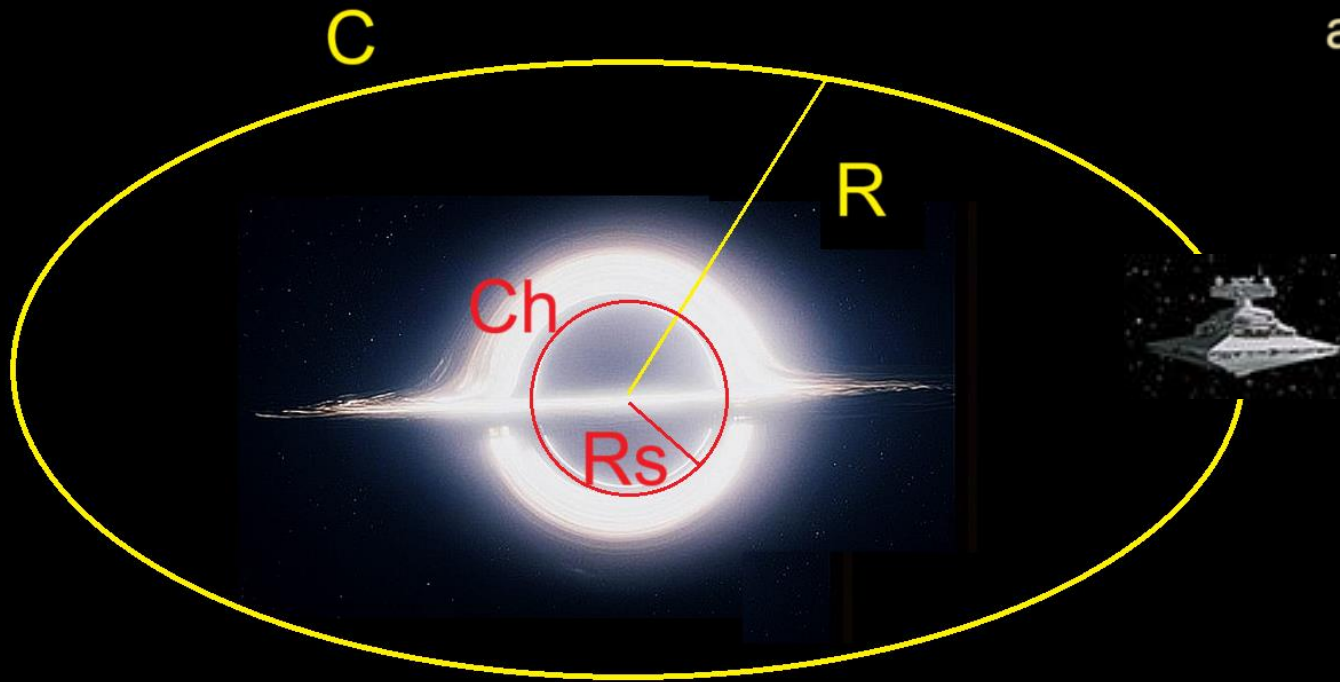


**Particolarmente interessanti in chiave viaggio temporale sono dei corpi celesti chiamati buchi neri. Tali corpi sorgono dalla morte delle stelle più grandi in seguito al collasso delle stesse quando non hanno più idrogeno o elio da fondere per bilanciare la loro stessa forza gravitazionale.**

**I buchi neri sono interessanti in quanto generano la deformazione del tessuto spazio-temporale più accentuata mai vista, infatti essi al loro centro hanno un punto di massa pressochè infinita chiamato singolarità. Tale singolarità esercita un'attrazione gravitazionale tale che neanche la luce riesce a fuggire, da ciò il loro nome.**



Viaggio intorno  
ad un Buco Nero



$$R_s = \frac{2GM}{c^2}$$

$$C = 2 \pi R$$

Lunghezza dell'orbita  
dell'astronave

$$R_s (km) \approx 3 \times \frac{M_{stella}}{M_{Sole}}$$

$$Ch = 2 \pi R_s$$

Lunghezza dell'Orizzonte  
degli eventi del BH

$$T_o = \frac{2c}{g} \sinh \left[ \frac{g}{2c} T_a \right]$$

$T_o$  = Tempo trascorso sulla Terra

$T_a$  = Tempo trascorso sull'astronave

$c$  = velocità della luce

$g = 9.81 \text{ m/sec}^2$  (accelerazione di gravità sull'astronave)

$\sinh(x)$  = funzione seno iperbolico di  $x$

**Dove Ch è la circonferenza dell'orizzonte degli eventi e C è l'orbita che stiamo percorrendo (leggermente più grande dell'orizzonte)**

| C/Ch     | T1 (giorni) vicino al buco nero | T2 (giorni) lontano dal buco nero |
|----------|---------------------------------|-----------------------------------|
| 2        | 1                               | 1,414214                          |
| 1,5      | 1                               | 1,732051                          |
| 1,25     | 1                               | 2,236068                          |
| 1,125    | 1                               | 3                                 |
| 1,0625   | 1                               | 4,123106                          |
| 1,03125  | 1                               | 5,744563                          |
| 1,015625 | 1                               | 8,062258                          |
| 1,007813 | 1                               | 11,357456                         |
| 1,003907 | 1                               | 16,029687                         |
| 1,001954 | 1                               | 22,644441                         |
| 1,000977 | 1                               | 32,008459                         |
| 1,000489 | 1                               | 45,232618                         |
| 1,000245 | 1                               | 63,895482                         |
| 1,000123 | 1                               | 90,172509                         |
| 1,000062 | 1                               | 127,004064                        |
| 1,000031 | 1                               | 179,608086                        |
| 1,000016 | 1                               | 250,002                           |
| 1,000008 | 1                               | 353,554805                        |
| 1,000004 | 1                               | 500,001                           |
| 1,000002 | 1                               | 707,107488                        |
| 1,000001 | 1                               | 1000,0005                         |

**Ta = 1 giorno**

**Grazie alla deformazione che i campi gravitazionali imprimono al continuum, il viaggio nel tempo risulta sempre più realistico e non necessiterebbe più di viaggi a velocità pressochè luminali; basterebbe viaggiare per un po' intorno a un buco nero per veder scorrere il tempo molto più lentamente che sulla Terra.**

**Cosa succederebbe se attraversassimo l'orizzonte degli eventi? Oltre tale orbita niente può più tornare indietro, ma è proprio tale estrema regione che potrebbe nascondere una nuova possibilità per il viaggio nel tempo. Infatti secondo alcune teorie sarebbe possibile evitare di cadere necessariamente sulla singolarità o di venire stirati dalla grande differenza di forze tra il capo e i piedi.**

Se decidete di cadere in un Buco Nero,  
sceglietelo mooolto grande.



Più il Buco Nero è grande e massivo  
e meno è pericoloso...

A black and white photograph of Albert Einstein, looking towards the camera with a questioning expression. He is pointing his right hand towards a chalkboard. A blue speech bubble with a white outline is positioned above his hand, containing the text "Tutto chiaro fin qui?".

Tutto chiaro  
fin qui?

*Il bello deve  
ancora venire...*





**Grazie per l'attenzione!!**