



Università della Terza Età "Cardinale Giovanni Colombo" – Milano

A.A. 2023 - 2024

Corso di Archeoastronomia

Docente : **Adriano Gaspani**

Lezione 10

Considerazioni filosofiche ed  
epistemologiche sui risultati  
dell'Archeoastronomia

**Archeoastronomia:  
scienza multidisciplinare che  
si occupa di ricostruire  
l'idea del Cielo, del Cosmo e  
del Tempo delle antiche  
popolazioni**

L'Archeoastronomia trae le sue  
conclusioni dallo studio dei siti  
archeologici, dei reperti, dei  
documenti antichi, etc.  
che si pensa siano  
astronomicamente significativi

**l'Analisi Archeoastronomica  
deve essere consistente  
rispettando tre criteri:**

- o) Consistenza Astronomica**
- o) Consistenza Archeologica**
- o) Consistenza Etnografica**

**...criterio di Schaefer**

# Criterio Archeologico

Il sito o il reperto deve essere cronologicamente consistente e essere stato prodotto da una cultura interessata al Cielo e all'Astronomia

# Criterio Astronomico

Il sito archeologico o il  
reperito deve chiaramente  
mostrare una possibile  
significatività astronomica

# Criterio Etnografico

Nell'area geografica dove il sito archeologico è posto, oppure da dove proviene il reperto, deve esistere (o è documentato) un insieme di usanze e tradizioni connesse con il Cielo e i suoi fenomeni

Dopo aver concluso l'analisi  
archeoastronomica di un sito  
archeologico, ci si deve porre  
una fondamentale domanda:

**...sarà vero?**

Il sito è veramente astronomicamente  
significativo?



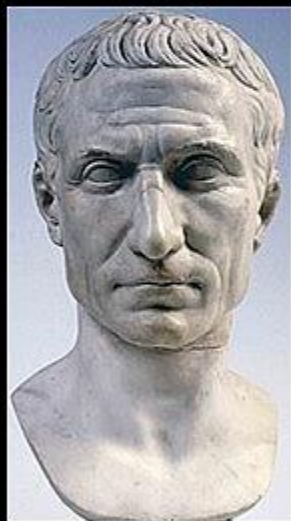
**Il cielo antico che è stato ricostruito  
è quello giusto?**

**E' pertinente alla collocazione  
cronologica e alle caratteristiche  
della cultura a cui dobbiamo i  
manufatti studiati?**

**Abbiamo inconsciamente  
riflesso nelle presunte  
conoscenze astronomiche  
della antica civiltà le  
nostre conoscenze  
astronomiche attuali?**

**Abbiamo operato rigorosamente  
o in maniera euristica, trovando  
quello che volevamo trovare?**

Molti autori trovano quello che desiderano....



*Gli uomini credono volentieri a quello che desiderano...*

*Caio Giulio Cesare  
(Commentarii de Bello Gallico)*

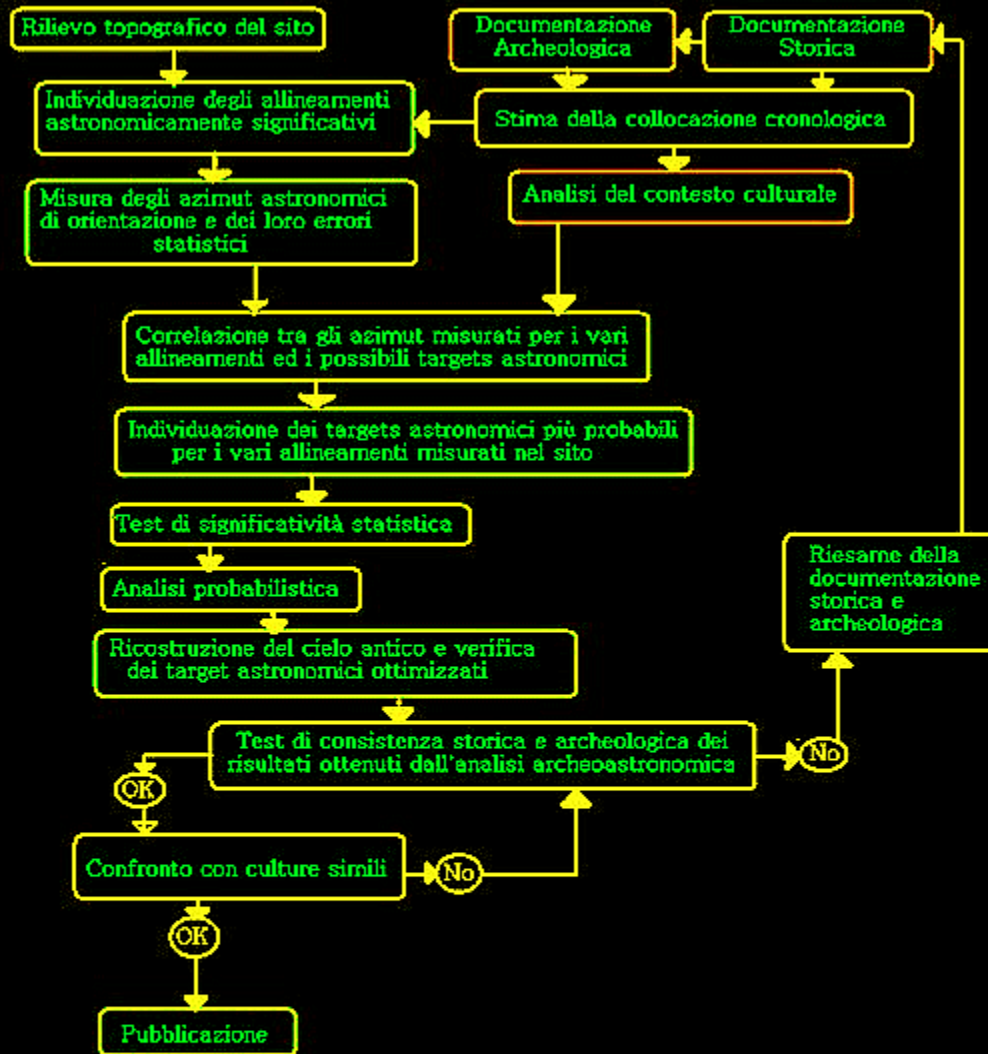
# Archeoastronomia e Informazione

Studiare un sito archeologico  
archeoastronomicamente significativo  
equivale a tentare di recuperare  
l'informazione residua codificata in esso  
secondo qualche schema che non  
conosciamo a priori

L'informazione si deteriora con il tempo

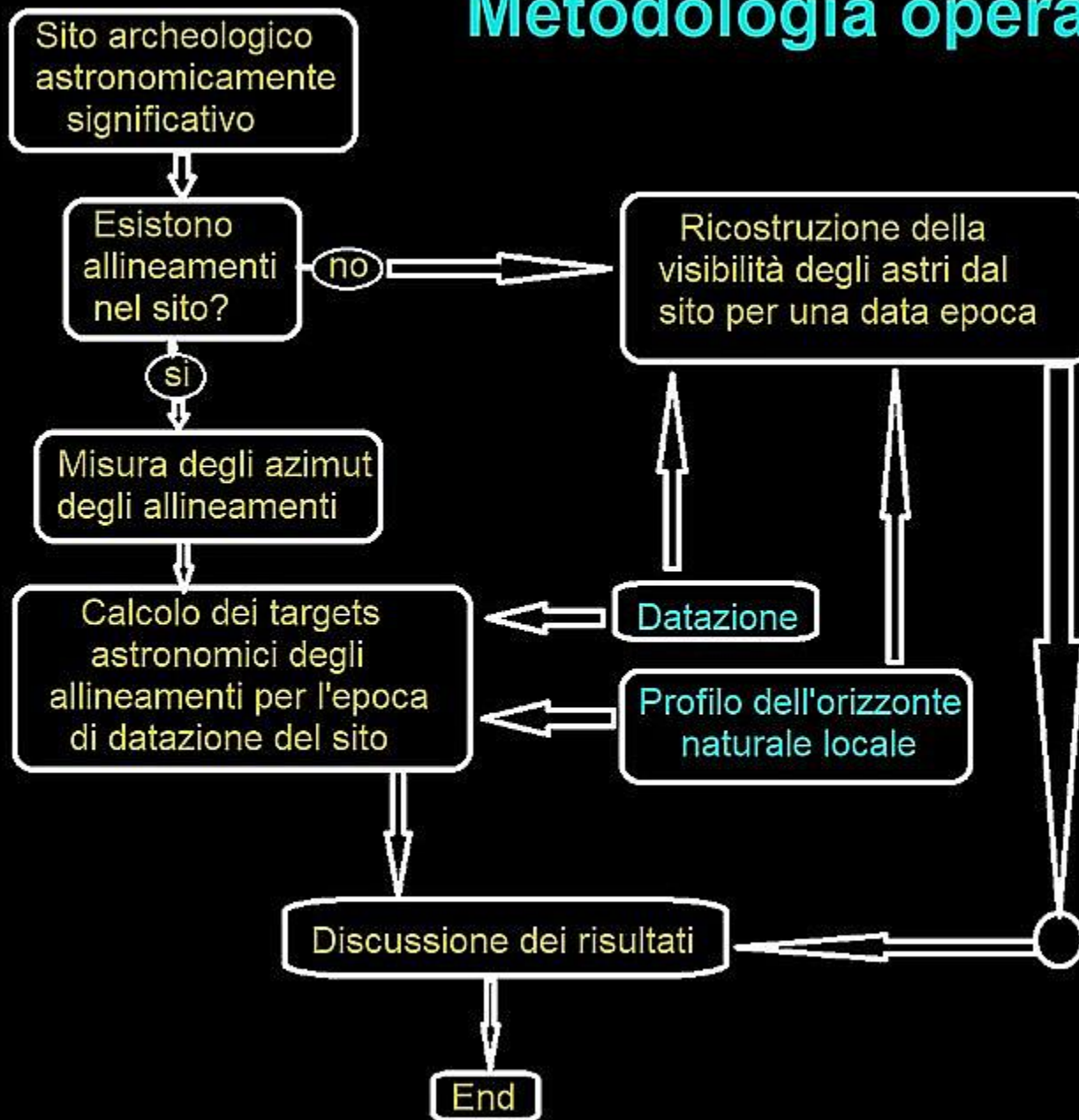
Eseguire lo studio di un sito archeoastronomico corrisponde a recuperare una parte dell'informazione contenuta in esso

# Metodologia operativa



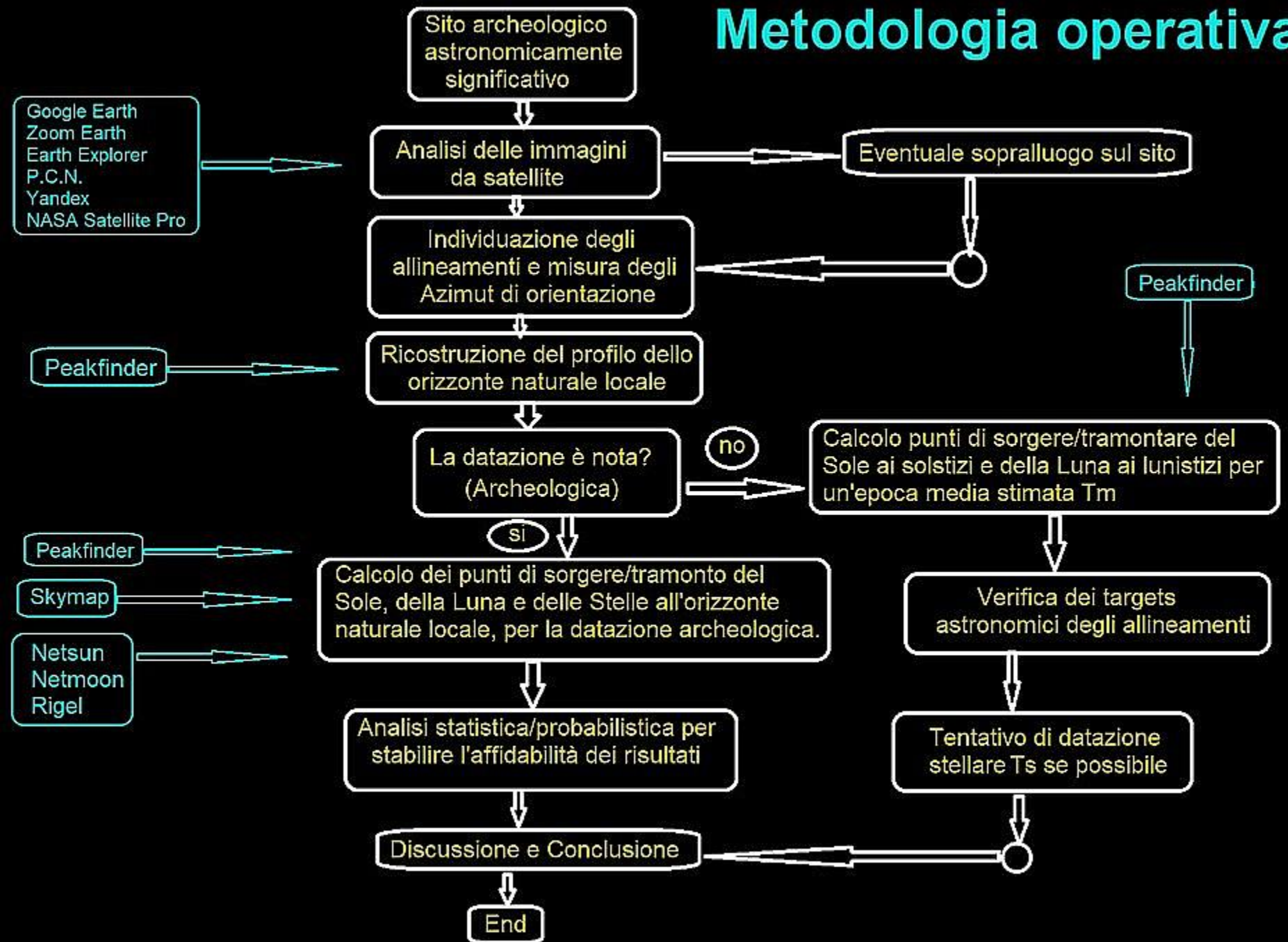
Linee guida per l'analisi archeoastronomica di un sito archeologico potenzialmente astronomicamente significativo

# Metodologia operativa





# Metodologia operativa



# **Visione Zen dell'Archeoastronomia**

**Bisogna eseguire  
correttamente e  
rigorosamente la  
procedura completa di  
analisi archeoastronomica  
senza preoccuparsi  
dei risultati.**

**Se ci sono, verranno da sè**

# Impostazione Assiomatica dell'Archeoastronomia:

Le conoscenze astronomiche degli antichi sono codificate negli allineamenti diretti verso punti di sorgere e di tramontare degli astri visibili ad occhio nudo all'epoca in cui gli allineamenti furono materializzati

Non è detto che sia vero...

# Allineamento Archeoastronomico

Un allineamento astronomico è una semiretta orientata che parte da un punto di stazione, passa per il punto di collimazione e interseca l'orizzonte locale in un punto dove, in taluni periodi dell'anno sorge o tramonta un particolare astro

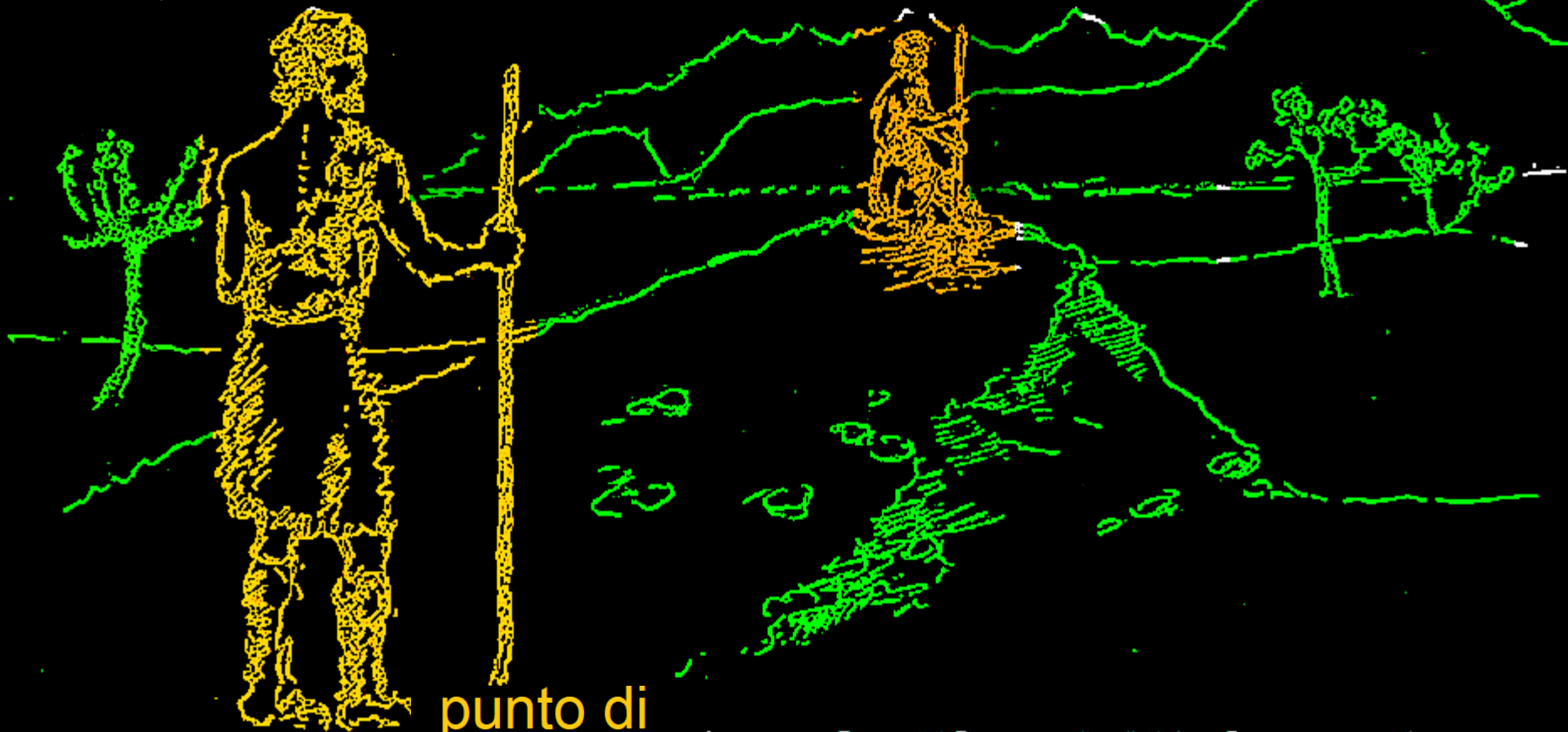
target  
astronomico

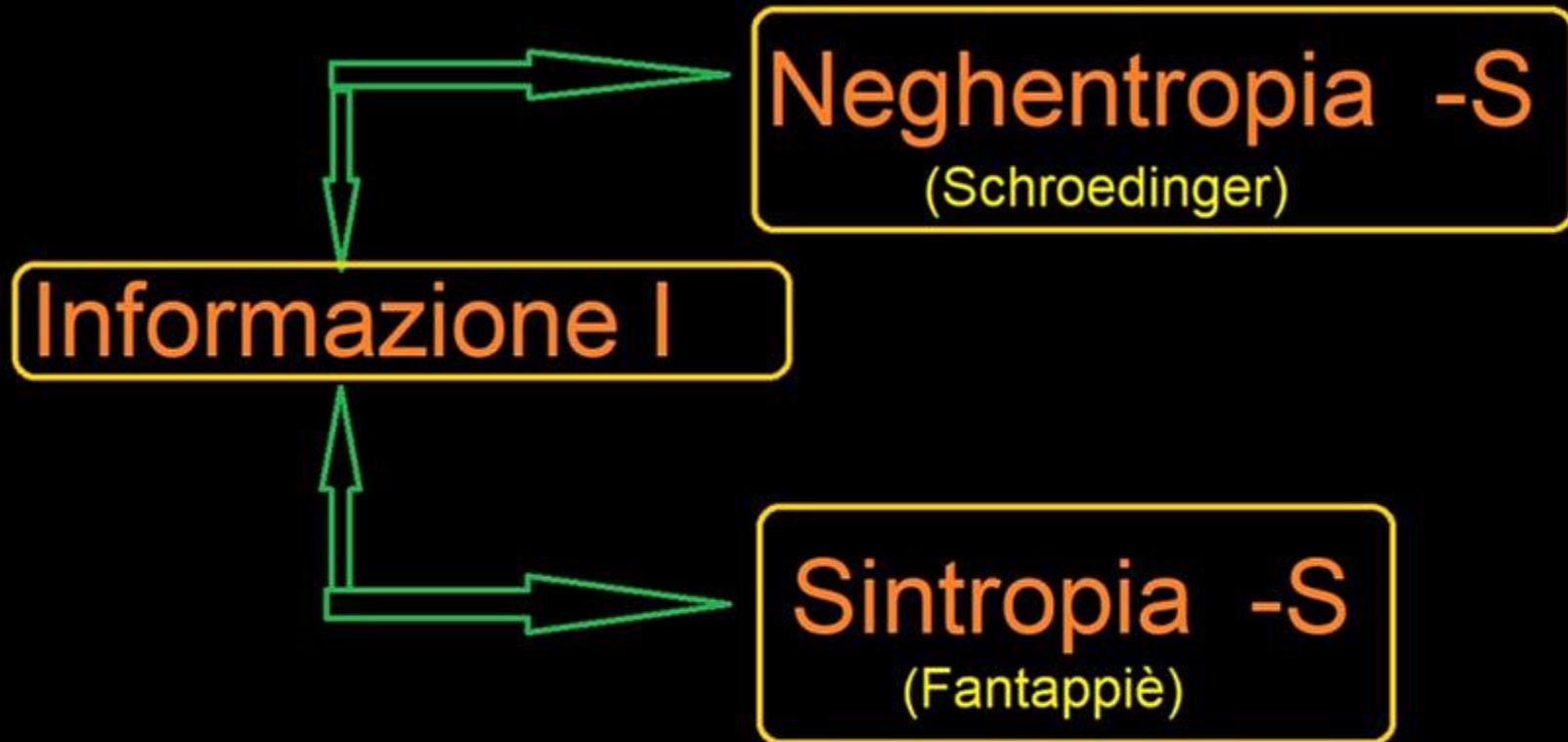
punto di  
collimazione



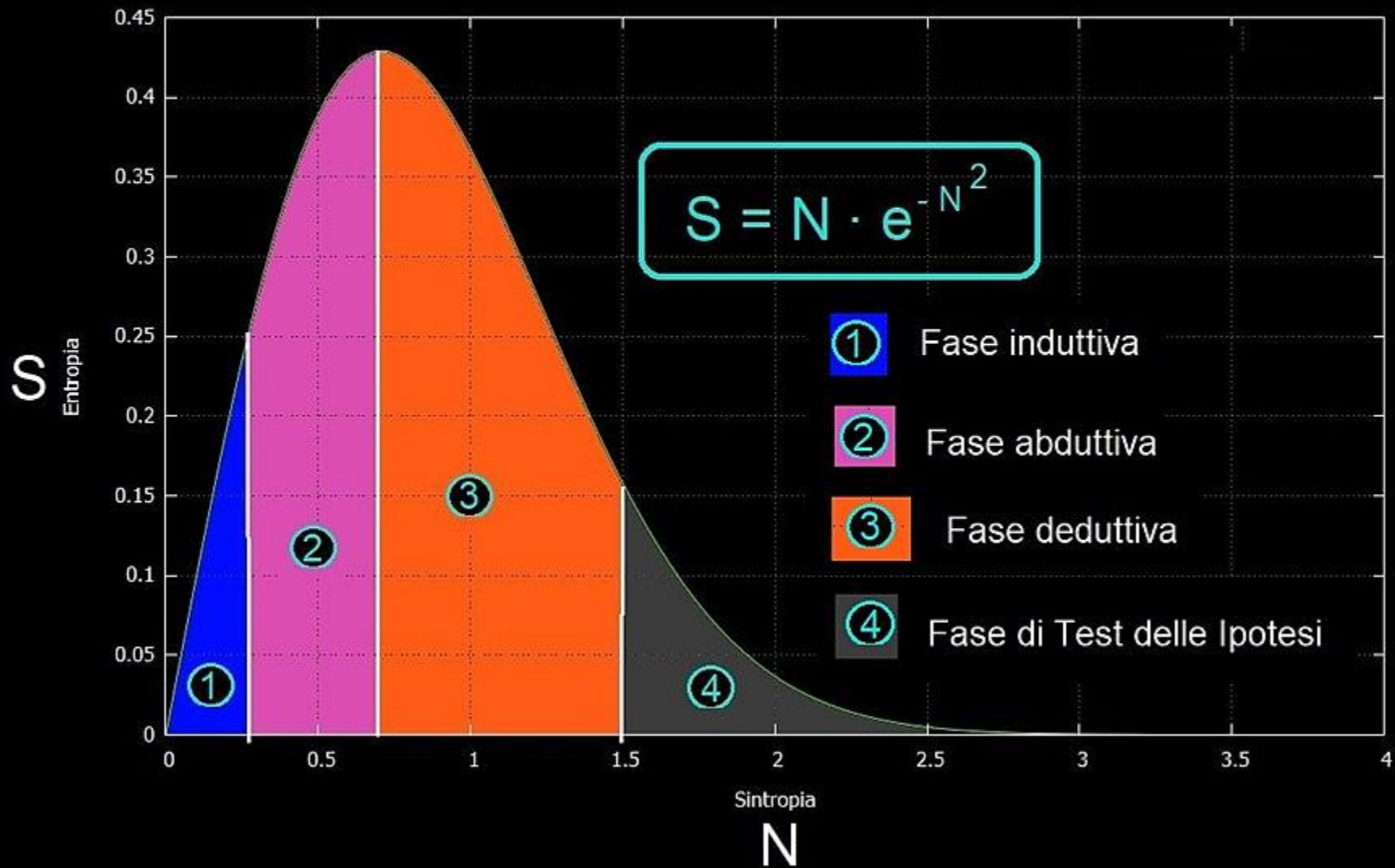
punto di  
stazione

Codifica dell'Informazione





$S = \text{Entropia}$



① Fase induttiva

Esame consapevole del problema da risolvere

② Fase abduttiva

Processi inconsci che conducono ad intuire la soluzione del problema (*brainstorming*)

3

Fase deduttiva

Raccolta delle informazioni ed esecuzione delle misure, esecuzione dei calcoli e sviluppo delle soluzioni possibili,

4

Fase di Test delle Ipotesi

Test statistici della soluzione determinata, analisi della sua consistenza e della sua affidabilità.  
Nel caso: accettazione o rigetto di essa.



# il principio di Brillouin

Brillouin (1964) ha enunciato il suo famoso principio:

$$\Delta I = \Delta S + C$$

$$\Delta I > 0$$

$$C \ll 1$$

dove:

$$C = K_B \cdot \ln(2)$$

$K_B$  = costante di Boltzmann  $1.380\,648\,52(79) \times 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$

$\Delta S$  = aumento di entropia

$\Delta I$  = informazione acquisita studiando un sistema

Leon Brillouin (Sèvres, 7 agosto 1899 – New York, 1969) è stato un fisico francese

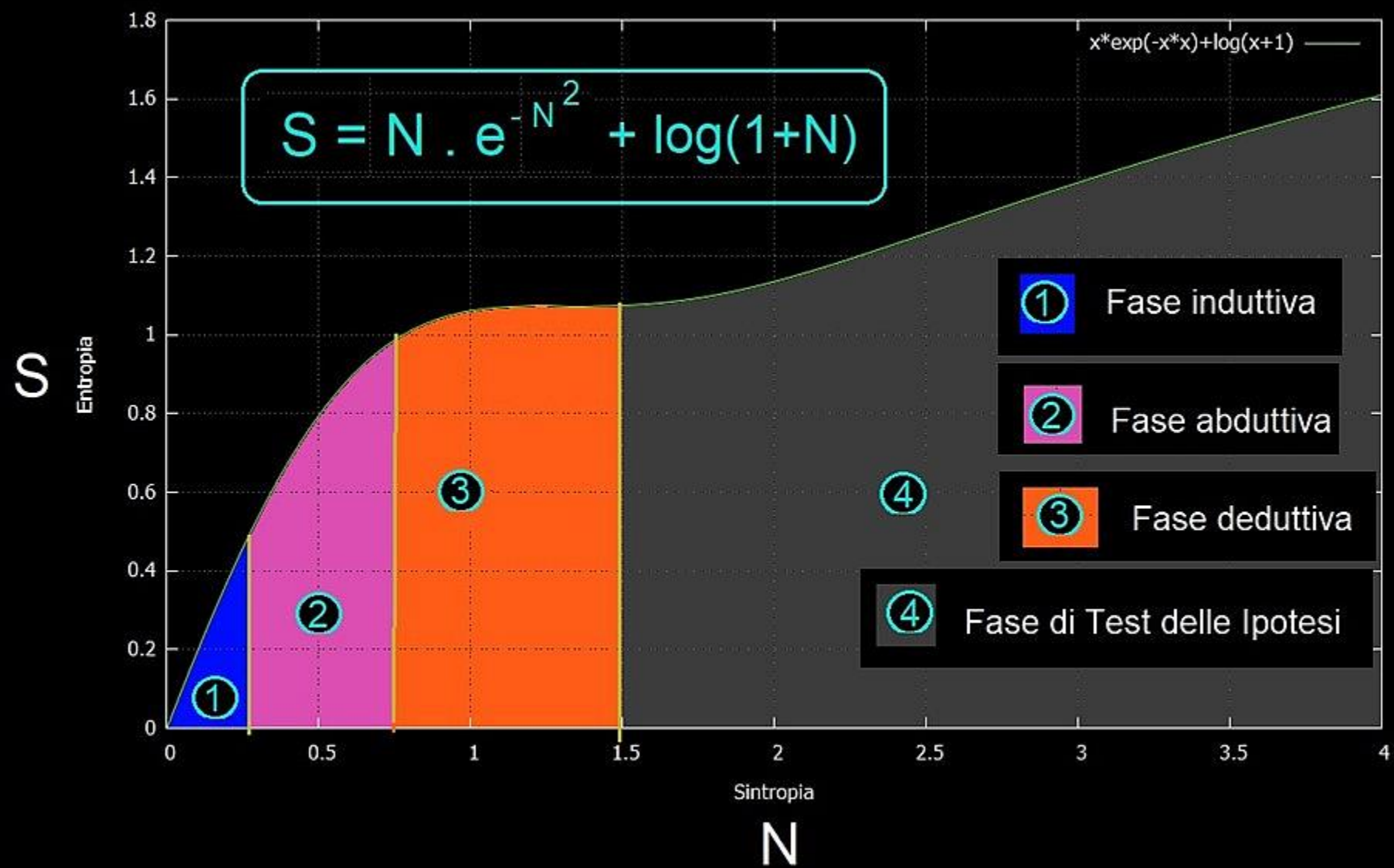


$$\Delta I = \Delta S$$

L'osservazione di un sistema fisico (= studio di un sito archeoastronomico) permette di guadagnare una quantità di informazione  $\Delta I$ , ma questo si paga con un aumento  $\Delta S$  di entropia del sistema. Quindi:

Quando si studia un sito archeoastronomico, lo si modifica aumentando la sua entropia. Lo studio archeoastronomico di un sito agisce su di esso...

...ma anche sull'Entropia dell'Universo.

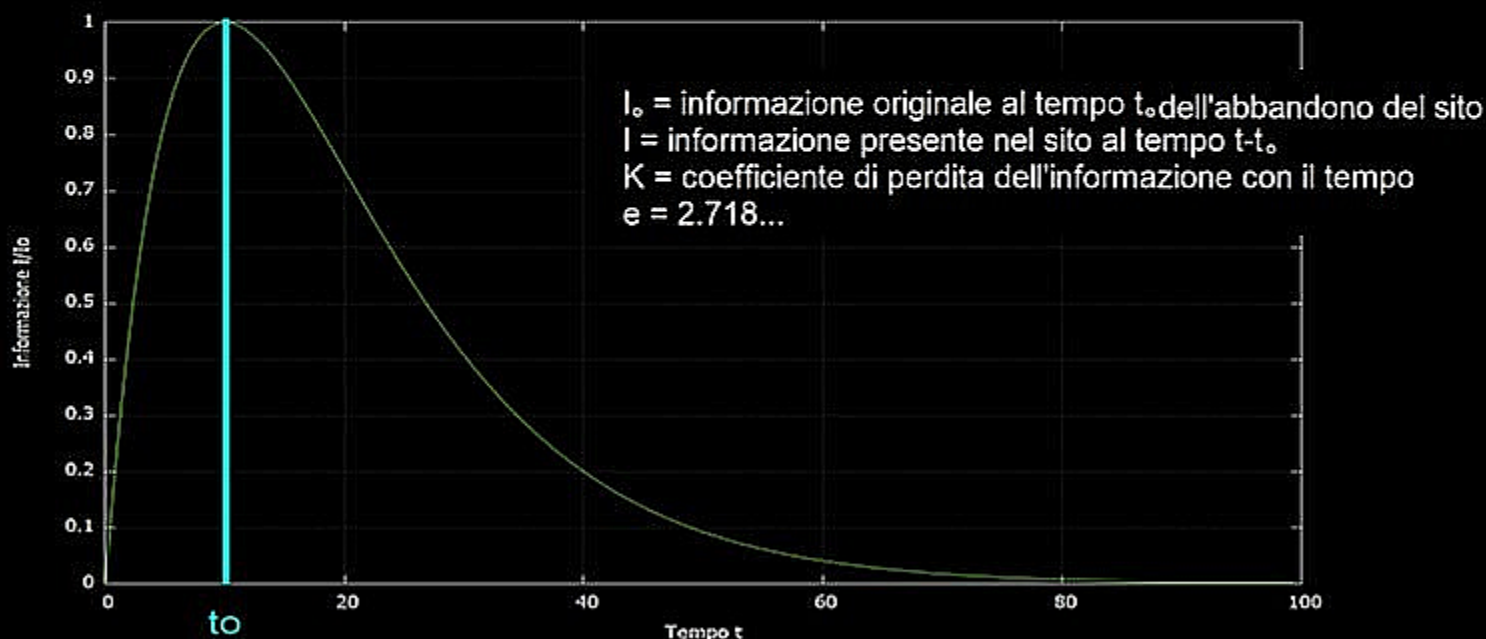


**In generale:**

**Più il sito archeologico è  
antico e maggiore è  
l'incertezza sui risultati  
dell'analisi  
archeoastronomica.**

# Informazione codificata in un sito archeoastronomico

$$I = I_0 \cdot \frac{t}{t_0} \cdot e^{-K \cdot (t - t_0)}$$



$t = 0$  : il sito viene costruito. L'Informazione è  $I = 0$

$0 < t < t_0$  : il sito viene usato e l'informazione codificata cresce nel tempo

$t = t_0$  : il sito viene abbandonato e contiene tutta l'informazione accumulata:  $I=I_0$

$t > t_0$  : il sito si deteriora e l'informazione viene gradualmente persa

# Entropia

$$S = -\ln(I/I_0)$$

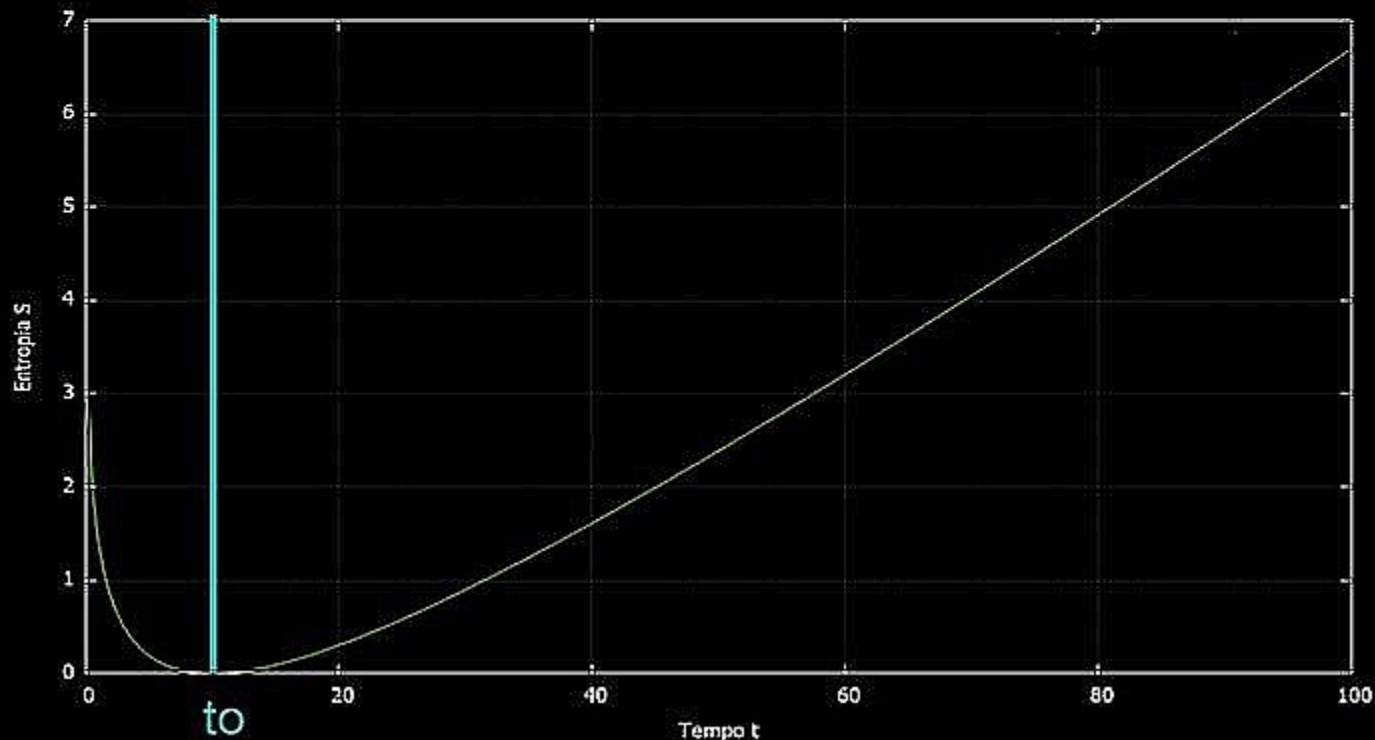
$$S = \ln(t_0) - \ln(t) + K \cdot (t - t_0)$$

$t = 0$  : il sito viene costruito. l'Entropia è altissima

$0 < t < t_0$  : il sito viene usato e l'Entropia diminuisce.

$t = t_0$  : il sito viene abbandonato e l'Entropia è al valore minimo.

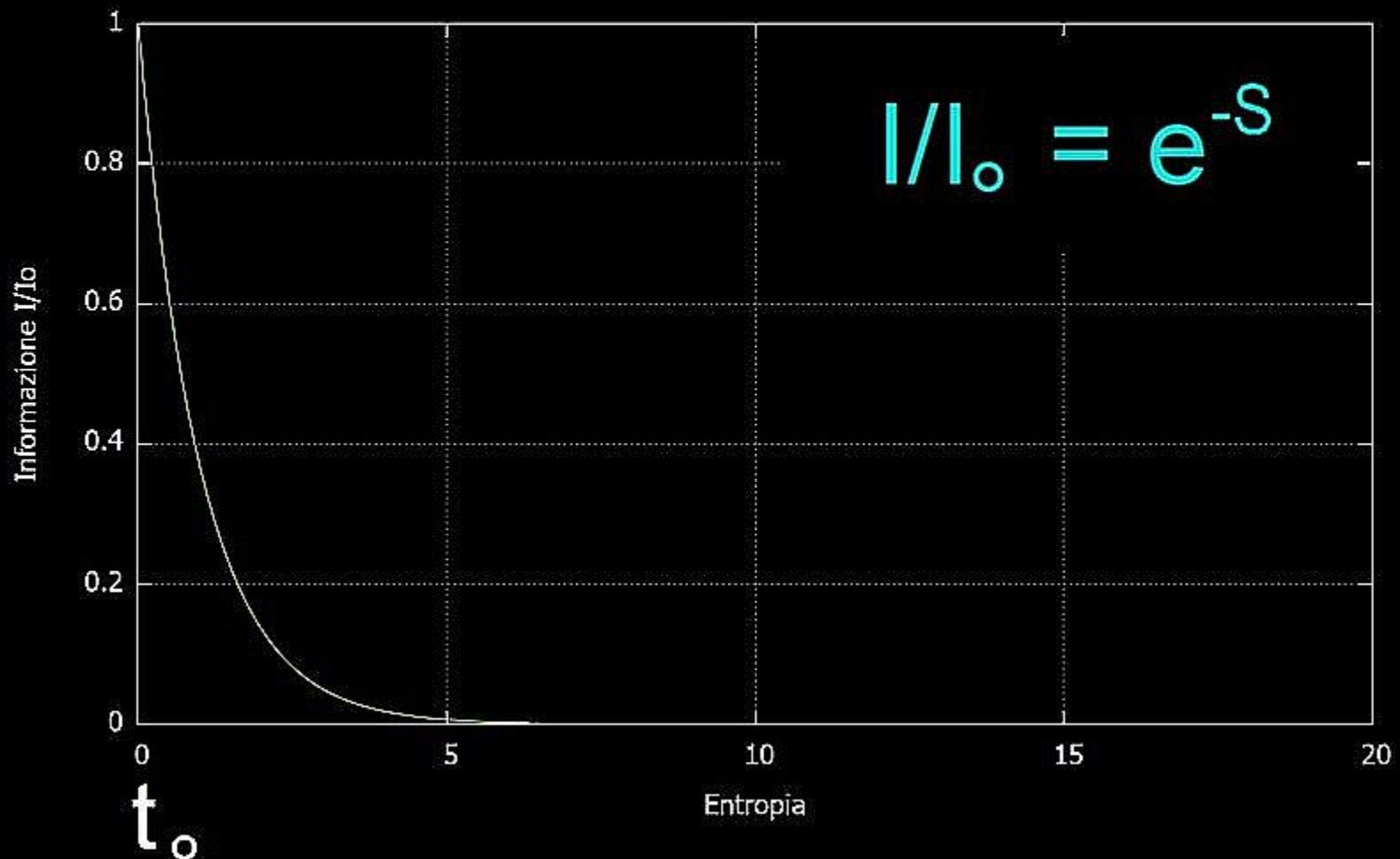
$t > t_0$  : il sito si deteriora e l'Entropia aumenta linearmente con il tempo.



A noi interessa sapere cosa succede al sito  
archeoastronomico dopo il suo abbandono,  
quindi per  $t > t_0$ .

- |                 |            |
|-----------------|------------|
| a) Energia      | $E(t)$     |
| b) Entropia     | $S(t)$     |
| c) Informazione | $I(t)/I_0$ |
| d) Probabilità  | $P(t)$     |

Perdita di informazione codificata in un sito  
archeoastronomico a causa del graduale  
aumento di Entropia (=Tempo...)

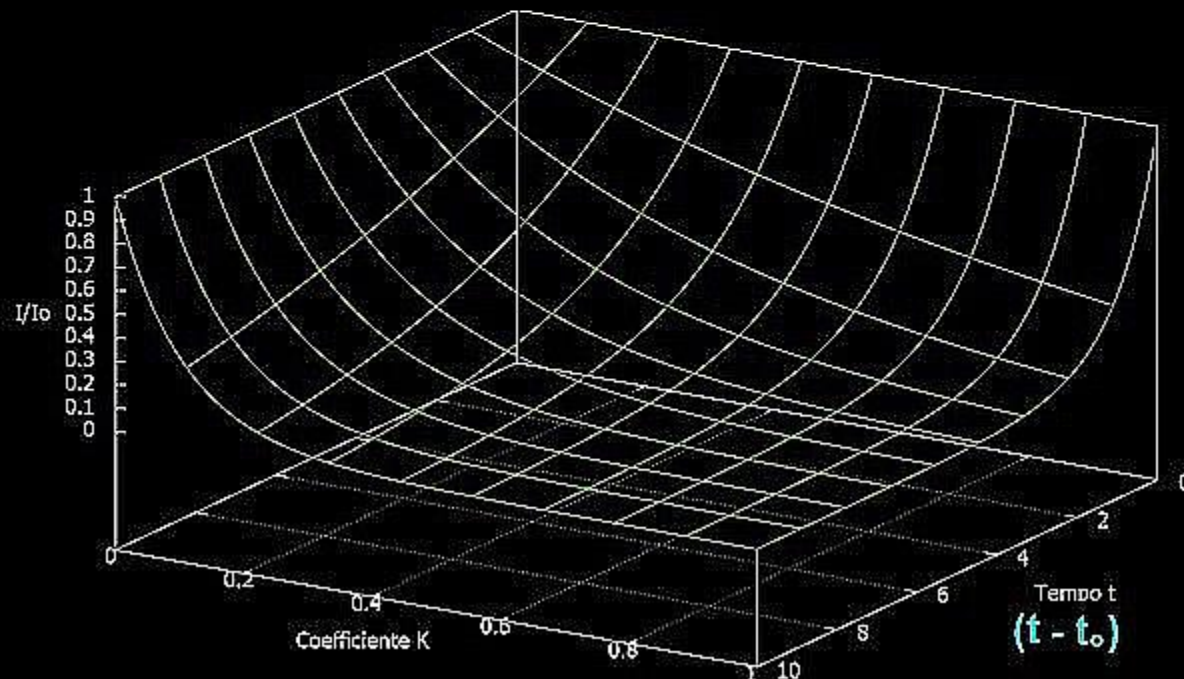




# Deterioramento dell'informazione in un sito archeoastronomico

$$I = I_0 \cdot e^{-K \cdot (t - t_0)}$$

$I_0$  = informazione originale al tempo  $t_0$  dell'abbandono del sito  
 $I$  = informazione presente nel sito al tempo  $t$   
 $K$  = coefficiente di perdita dell'informazione con il tempo  
 $e = 2.718...$

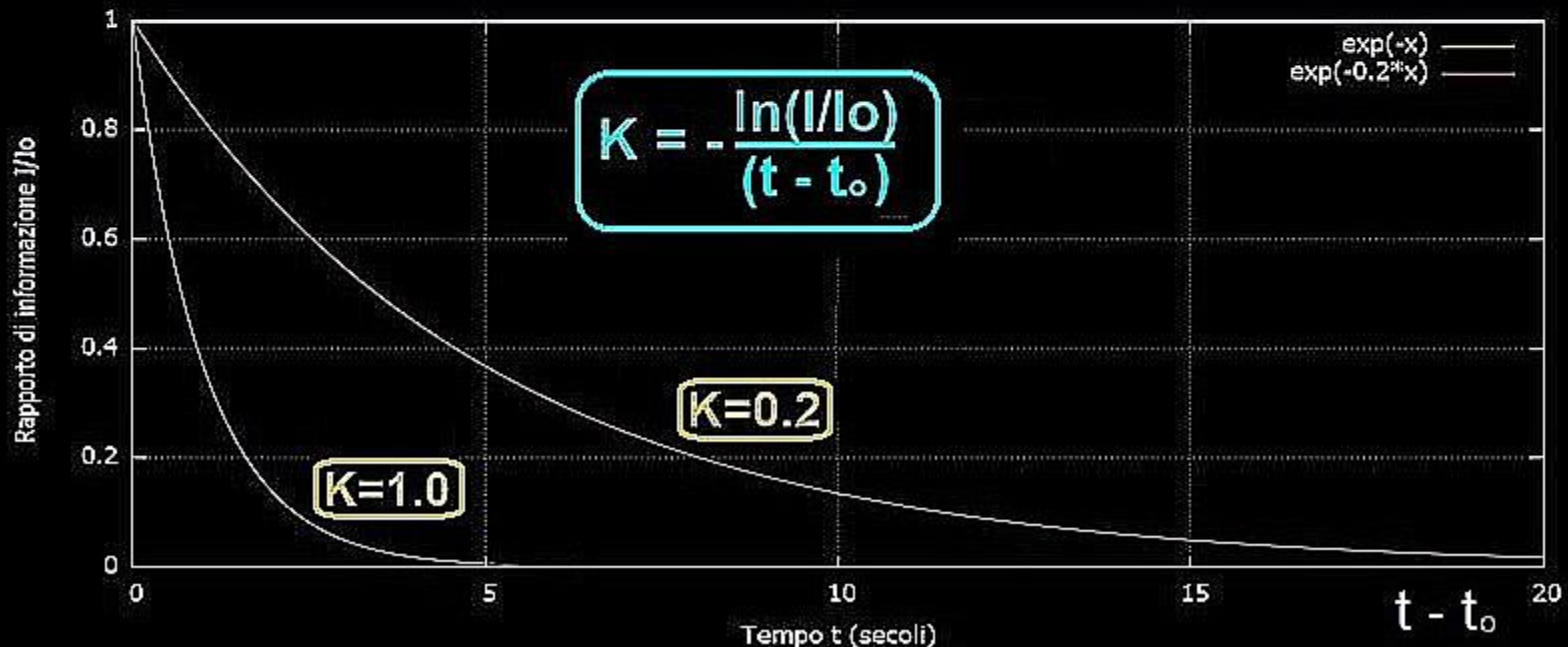


$$\frac{I}{I_0} = \frac{\text{Informazione recuperata}}{\text{informazione originale}} < 1$$

$$\frac{I}{I_0} = \frac{\text{Informazione recuperata}}{\text{informazione originale}} = e^{-K \cdot (t - t_0)}$$

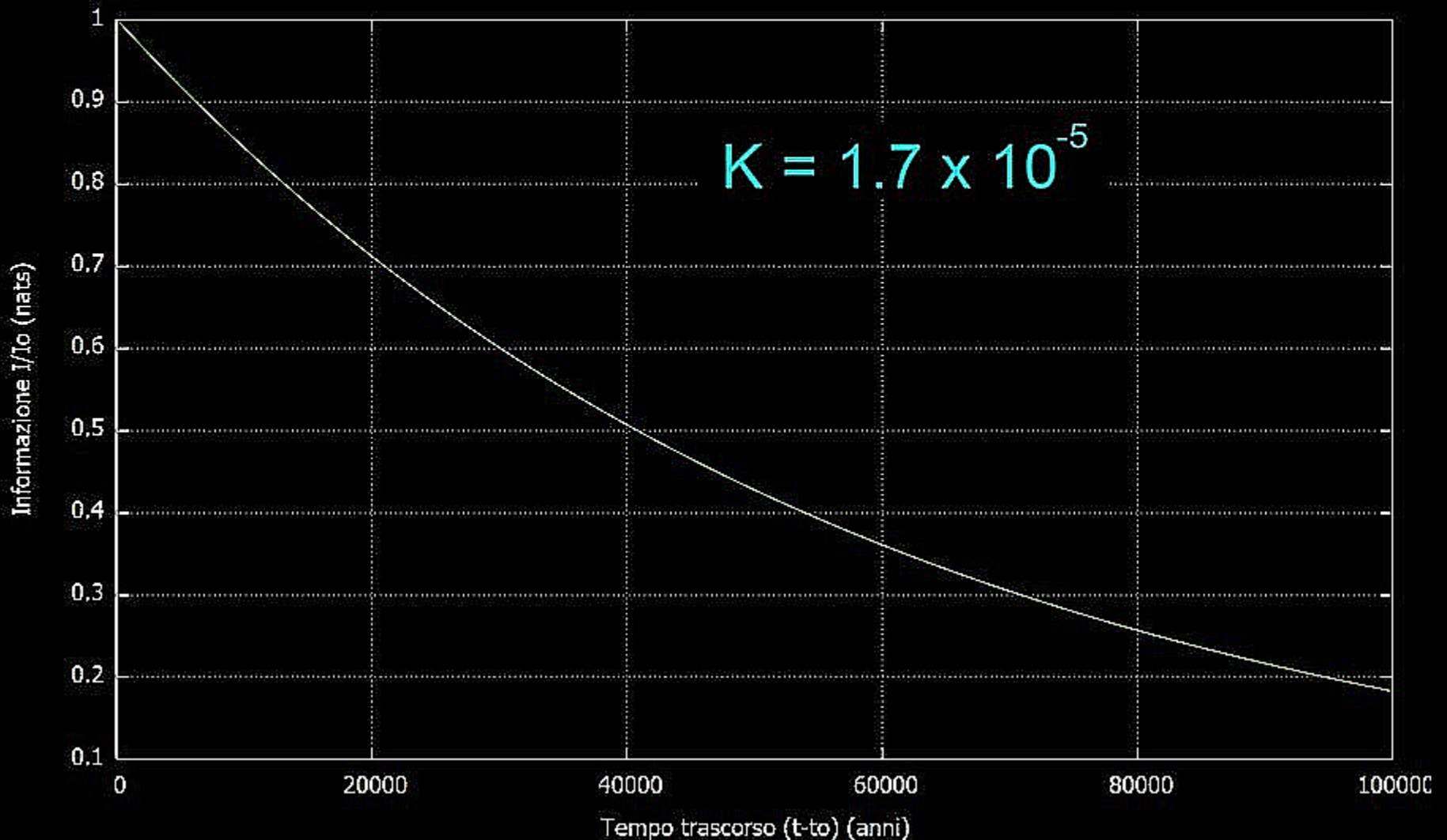
$t$  = tempo trascorso

$K$  = coeff. di perdita dell'informazione



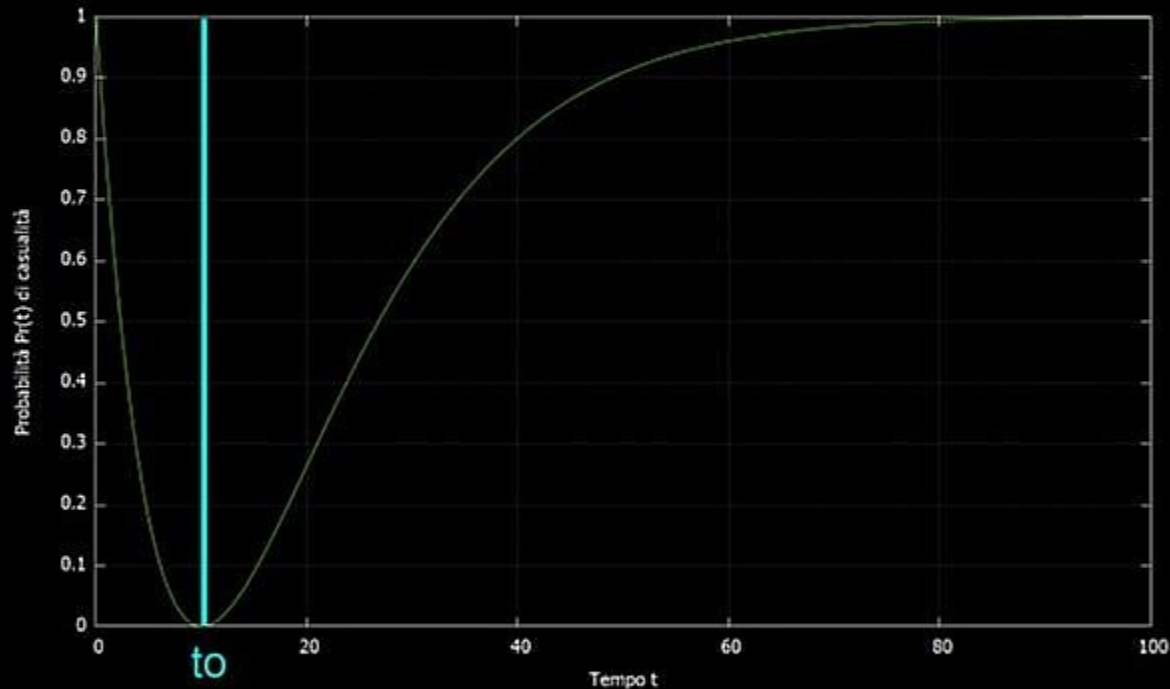
# Perdita di Informazione

$$I = I_0 \cdot e^{-K \cdot (t - t_0)}$$



# Probabilità di casualità dei risultati dello studio archeoastronomico del sito dopo un certo tempo $t$ dal suo abbandono

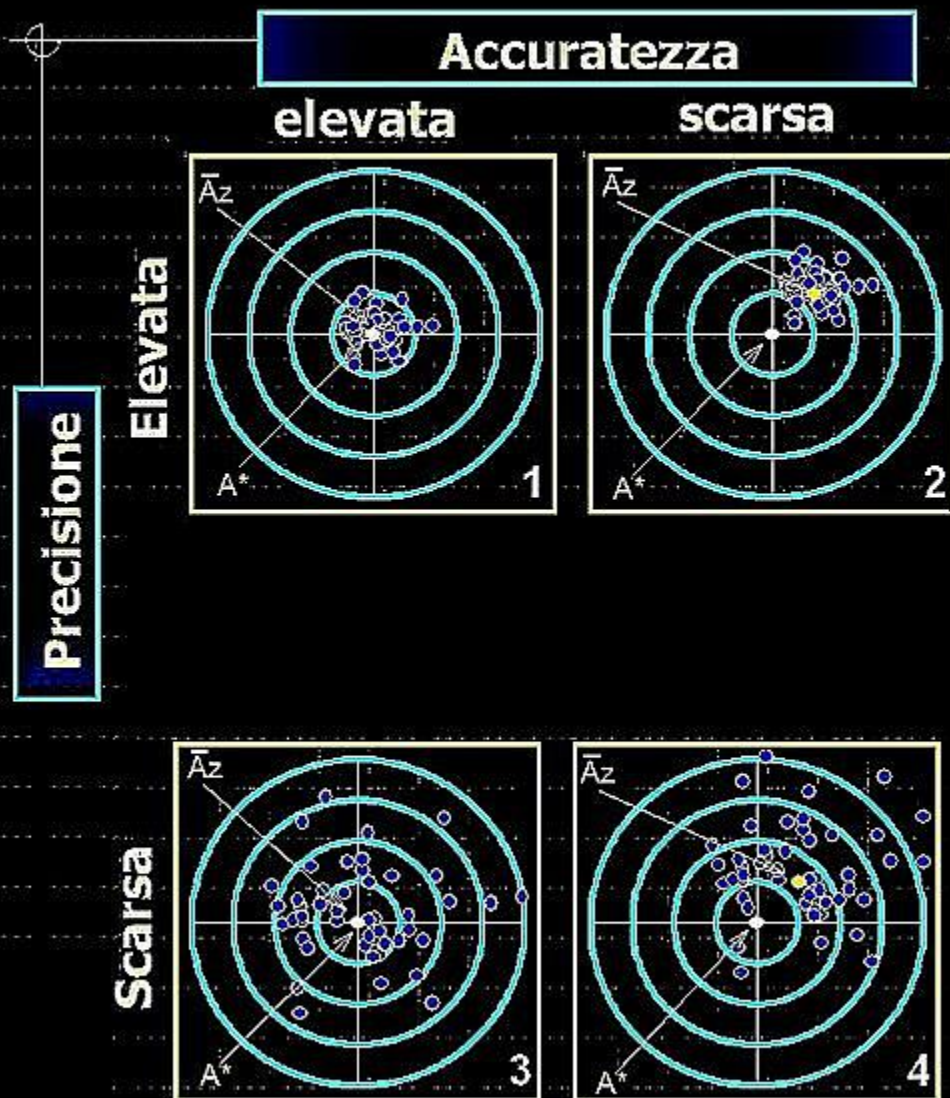
$$\text{Pr}(t) = 1 - \frac{t}{t_0} \cdot e^{-K \cdot (t - t_0)}$$



- $t = 0$  : il sito viene costruito ; la probabilità di casualità è 1 (100%).
- $0 < t < t_0$  : il sito viene usato ; la probabilità di casualità diminuisce.
- $t = t_0$  : il sito viene abbandonato ; la probabilità di casualità è zero.
- $t > t_0$  : il sito si deteriora e la probabilità di casualità aumenta con il tempo.

Lo studio di un sito archeologico astronomicamente significativo viene, di norma, eseguito rilevando e misurando gli allineamenti che si suppone possano essere stati astronomici...

# PRECISIONE E ACCURATEZZA



Risultati di 50 determinazioni analitiche di un medesimo valore  $A_z$

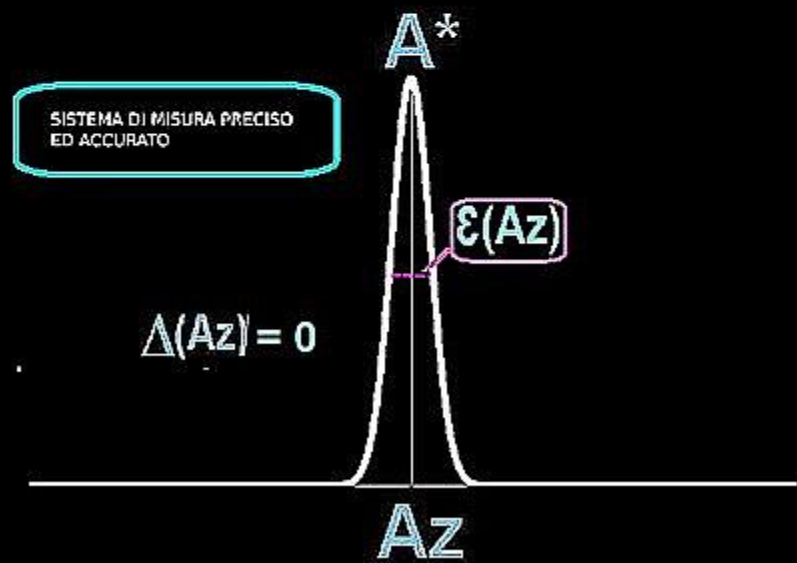
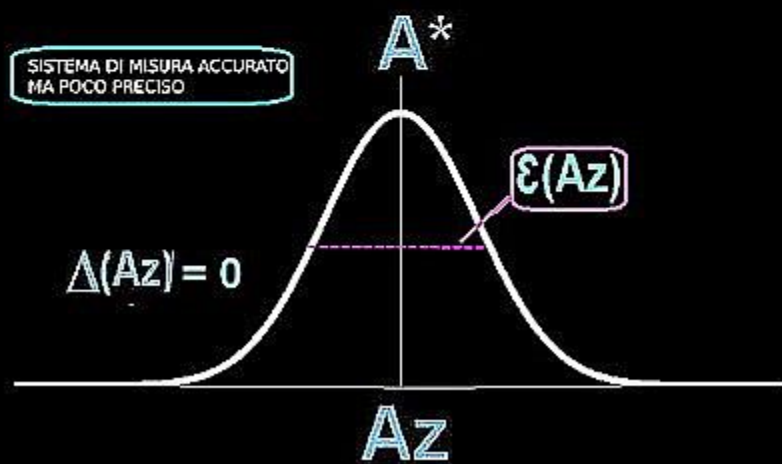
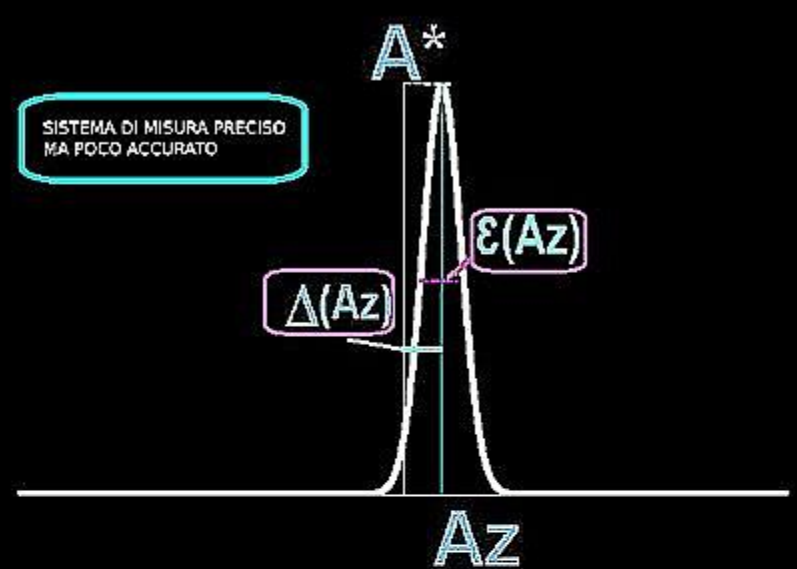
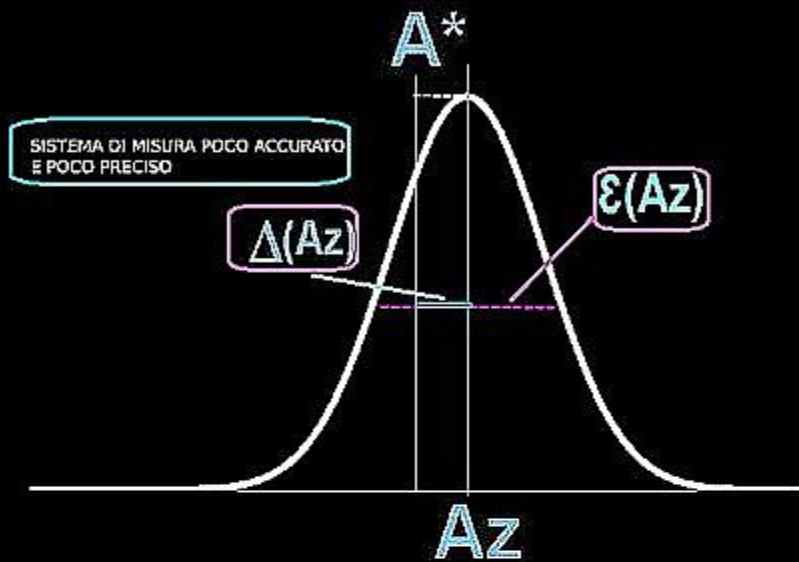
$A^*$  = Azimut del target

$A_z$  = Azimut di un allineamento

$\bar{A}_z$  = valore medio di  $A_z$

$\varepsilon(A_z)$  = errore sull'Azimut  $\bar{A}_z$

- 1- preciso ed accurato
- 2- preciso ed inaccurato
- 3- impreciso ed accurato
- 4- impreciso ed inaccurato



Il rilievo archeoastronomico  
di un sito archeologico  
viene sempre eseguito nel  
sistema di coordinate altazimutali.

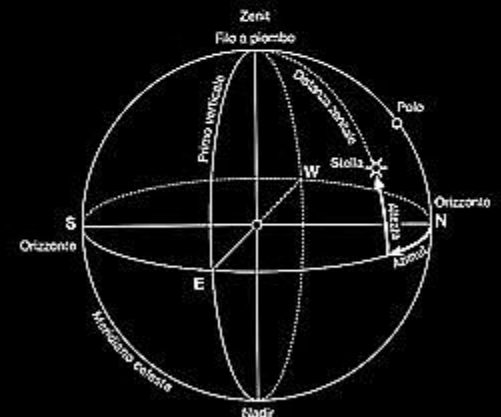
Si misurano:

Azimut (Az)

Altezze Angolari (ho)

per ogni singolo allineamento

Coordinate Altazimutali

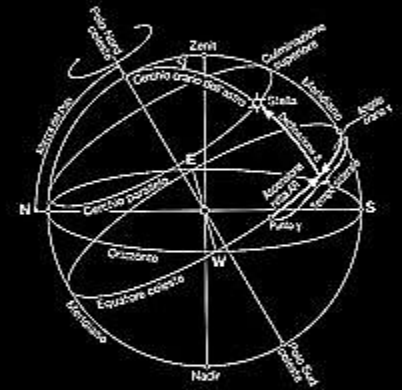




I calcoli astronomici vanno invece eseguiti nel Sistema Equatoriale

Ascensione Retta ( $\alpha$ )  
Declinazione ( $\delta$ )

Coordinate Equatoriali



per ogni singolo allineamento

# Allineamento

Un allineamento è una semiretta uscente da un punto che interseca la Sfera Celeste in un punto di Azimut Astronomico  $Az$  e di Altezza angolare  $ho$ .

Entrambi  $Az$  e  $ho$  sono soggetti ad errori:

$$Az \pm \varepsilon(Az) \quad ; \quad ho \pm \varepsilon(ho)$$

La Teoria dell'Informazione ha obbligato gli archeoastronomi a riesaminare il ruolo giocato dagli errori sperimentali (di misura) e ha richiesto di riconsiderare il loro effettivo ruolo

Formalmente gli errori di misura erano considerati di secondaria importanza nelle analisi archeoastronomiche tanto da poter essere trascurati nella teoria e nei calcoli, con l'idea che le misure di Azimut e Altezza potessero essere eseguite con una precisione arbitrariamente alta.

**Questo non è vero!**

## Come misuriamo?

per ogni allineamento presente nel sito archeologico eseguiamo  $n$  misure di Azimut astronomico le quali hanno un errore  $\varepsilon(Az)$  che dipende da chi misura e dallo strumento utilizzato per misurare.

$$\varepsilon(Az) = \sqrt{\varepsilon_o^2 + \varepsilon_o^2(Az)}$$

con

$\varepsilon(Az)$  = errore sul singolo azimut  $Az$  misurato

$\varepsilon_o$  = errore strumentale (in genere costante)

$\varepsilon_o(Az)$  = errore di misura (dipende dall'osservatore)

...e per ogni allineamento otteniamo:

$$Az \pm \varepsilon(Az)$$

Eseguendo N misurazioni di ogni singolo allineamento abbiamo:

$A_z$  = media delle N misurazioni.

$\varepsilon(A_z)$  = scarto quadratico medio (rms, sd)

...e per ogni allineamento otteniamo:

$$A_z \pm \varepsilon(A_z)$$

# Cause di errore:

- a) errore originale dell'allineamento:
- b) deterioramento nel tempo:
- c) manomissione dei marcatori:
- d) errori di misura durante il rilievo:

$$\text{Errore globale} = \sqrt{\sum_1^n (\text{errori})^2}$$

noi conosciamo a malapena l'errore d)

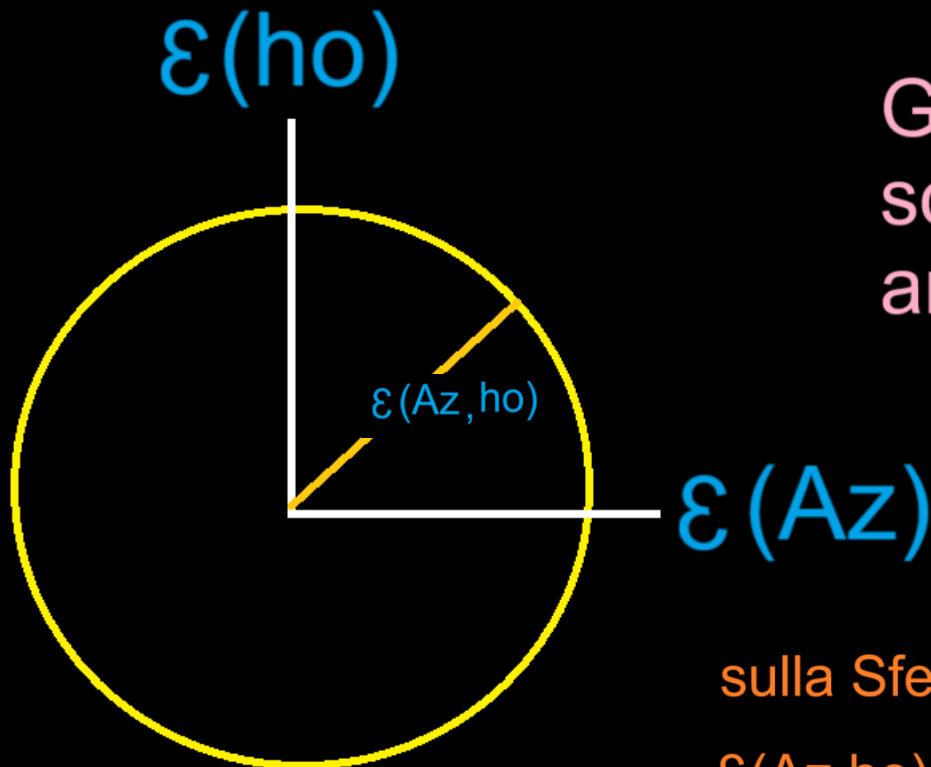
$$\pm \varepsilon(Az)$$

$$\pm \varepsilon(ho)$$

# Come si combinano gli errori $\varepsilon(Az)$ e $\varepsilon(ho)$ ?

Sul piano tangente  
la Sfera Celeste

$$\varepsilon(Az, ho) = \sqrt{\varepsilon(Az)^2 + \varepsilon(ho)^2}$$



Gli errori  $\varepsilon(Az)$  e  $\varepsilon(ho)$   
sono, per definizione,  
angoli piccoli

sulla Sfera Celeste:

$$\varepsilon(Az, ho) = \arccos[\cos(\varepsilon(Az)) \cdot \cos(\varepsilon(ho))]$$

# Tipi di allineamento misurabili

## Allineamenti "esatti"

Diretti "esattamente" verso un punto dell'orizzonte dove era visto sorgere un particolare astro

## Allineamenti simbolici

Diretti approssimativamente verso un segmento di orizzonte dove era visto sorgere un particolare astro



# Livelli di errore:

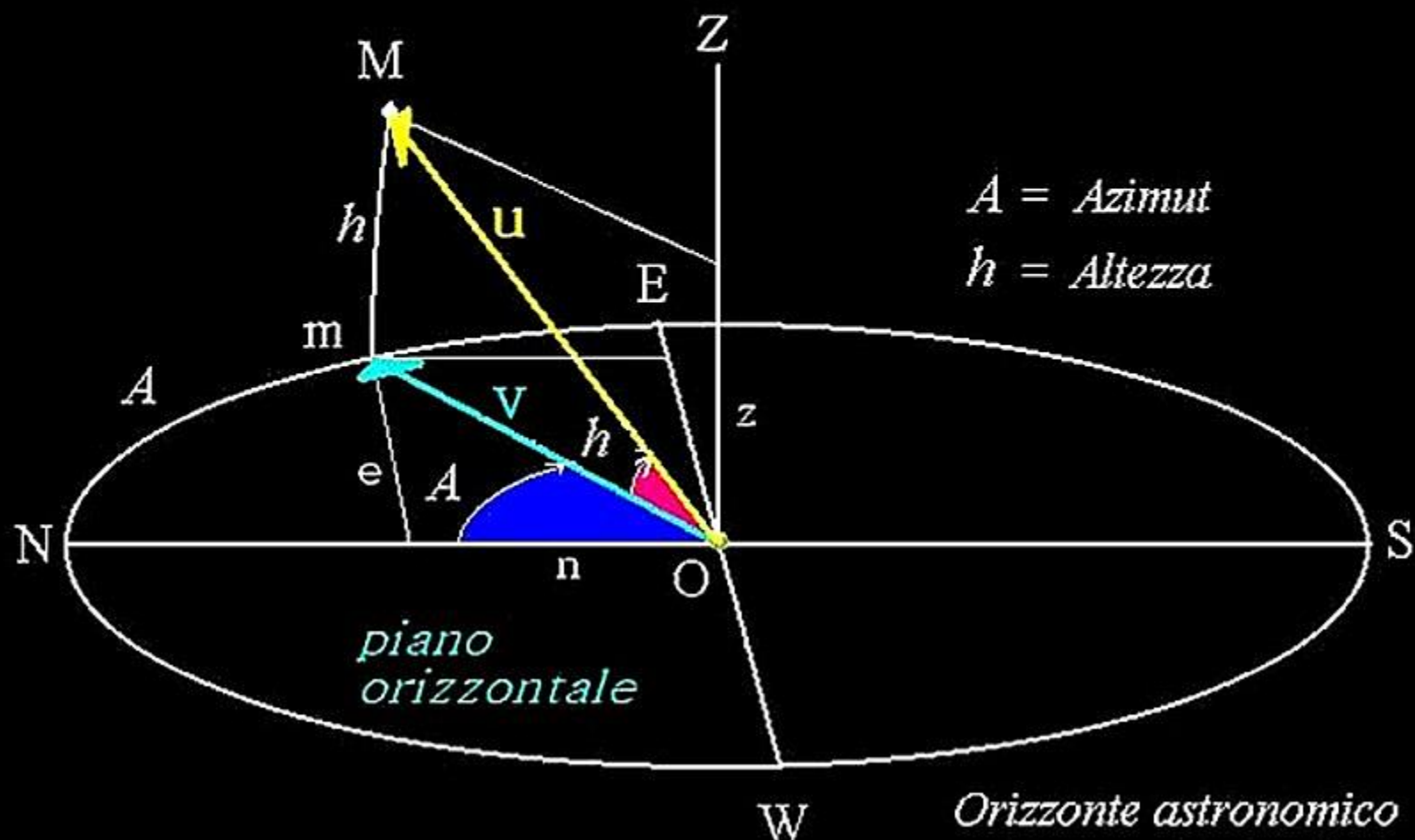
Allineamenti esatti:  $\varepsilon(Az) = \varepsilon_0$

Allineamenti simbolici  $\varepsilon(Az) = \pi \cdot \varepsilon_0$

Un allineamento simbolico ha un margine d'errore 3 volte più grande di un allineamento "esatto"

# Definizione di Allineamento

Un allineamento  $\vec{u}$  (OM) è un vettore definito da tre coordinate ortogonali  $n, e, z$  : ( $n = \text{northing}$ ;  $e = \text{easting}$ ;  $z = \text{elevation}$ ) oppure da una coppia di coordinate angolari  $Az, h$  ( $Az = \text{Azimut astronomico}$ ;  $h = \text{altezza angolare}$ ), poichè  $\|\vec{u}\| = 1$ .



## Ellisse d'errore di un allineamento misurato

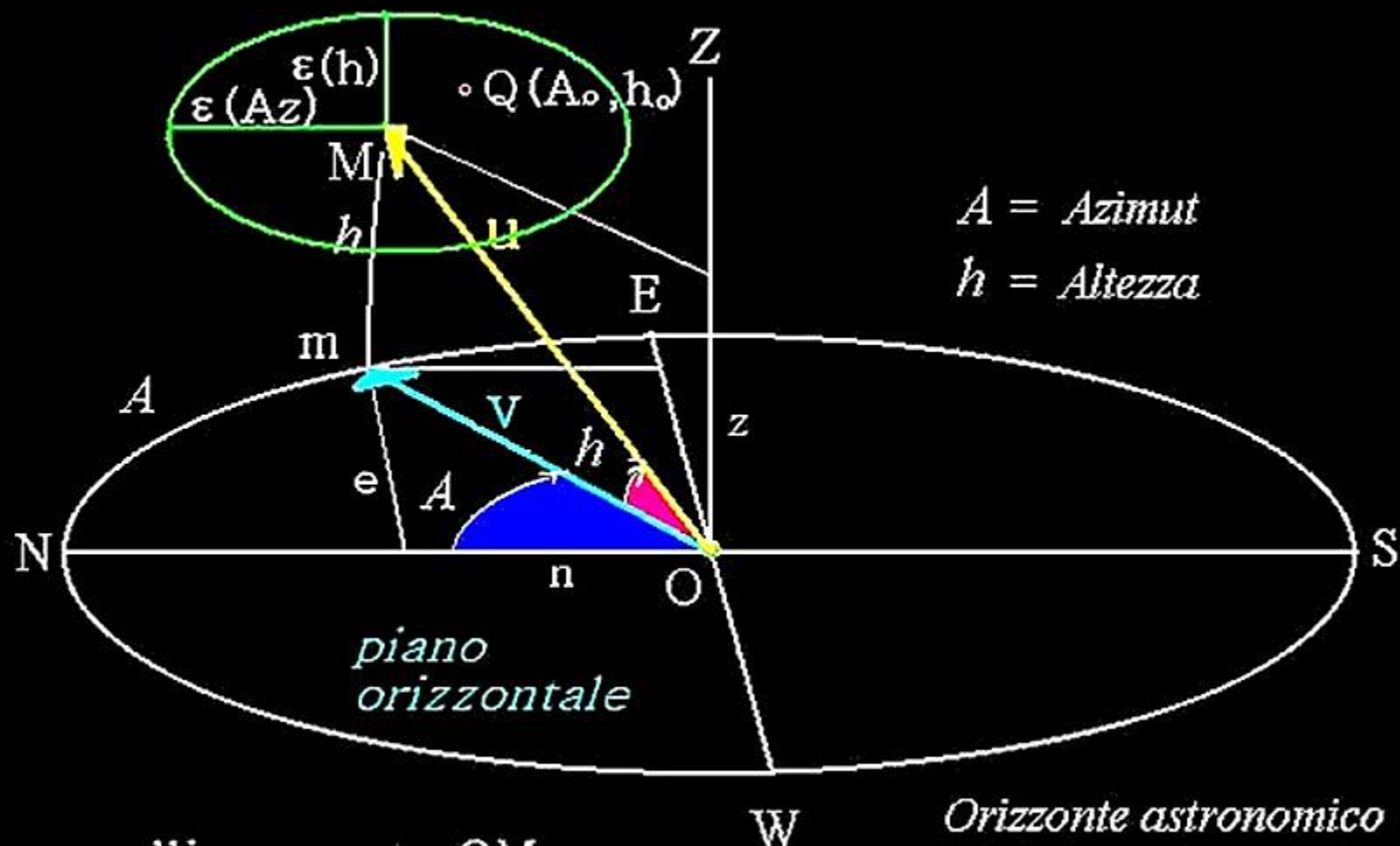
Il rilievo di un allineamento produce una coppia di coordinate altazimutali  $Az$  (Azimut) e  $h$  (Altezza angolare) riferite alla direzione nord del meridiano astronomico locale ( $Az$ ) e alla linea dell'orizzonte astronomico ( $h$ ). Ciascuna delle due coordinate è misurata con una barra d'errore  $\pm \varepsilon(Az)$  e  $\pm \varepsilon(h)$  rispettivamente.

Queste due quantità rappresentano i semiassi di un'ellisse d'errore centrata nel punto  $M$  le cui coordinate sono  $Az$  e  $h$  lka quale definisce sulla Sfera Celeste uno spot di incertezza relativo al quel particolare allineamento misurato.

Da notare che  $\pm \varepsilon(Az)$  e  $\pm \varepsilon(h)$  dipendono anche dalla strumentazione con cui i rilievi sono stati eseguiti.



# Distribuzione di probabilità associata all'ellisse d'errore su un allineamento

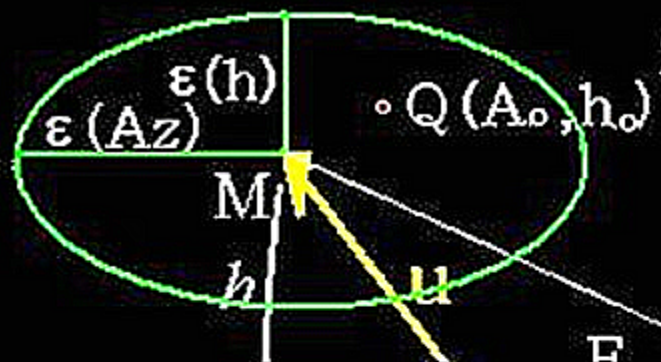


- $u$  = allineamento OM
- $v$  = proiezione dell'allineamento OM sul piano orizzontale
- $Az$  = Azimut astronomico
- $h$  = altezza angolare dell'orizzonte naturale locale

e la Funzione Densità di Probabilità (PDF) è:

$$f(Az, h) = \frac{1}{2\pi \varepsilon(Az) \varepsilon(h)} e^{-\frac{1}{2} \left[ \left( \frac{(Az - A_M)}{\varepsilon(Az)} \right)^2 + \left( \frac{(h - h_M)}{\varepsilon(h)} \right)^2 \right]}$$

dove  $A_M$  è l'azimut astronomico dell'allineamento  $u$  che interseca la Sfera celeste nel punto  $M$ .

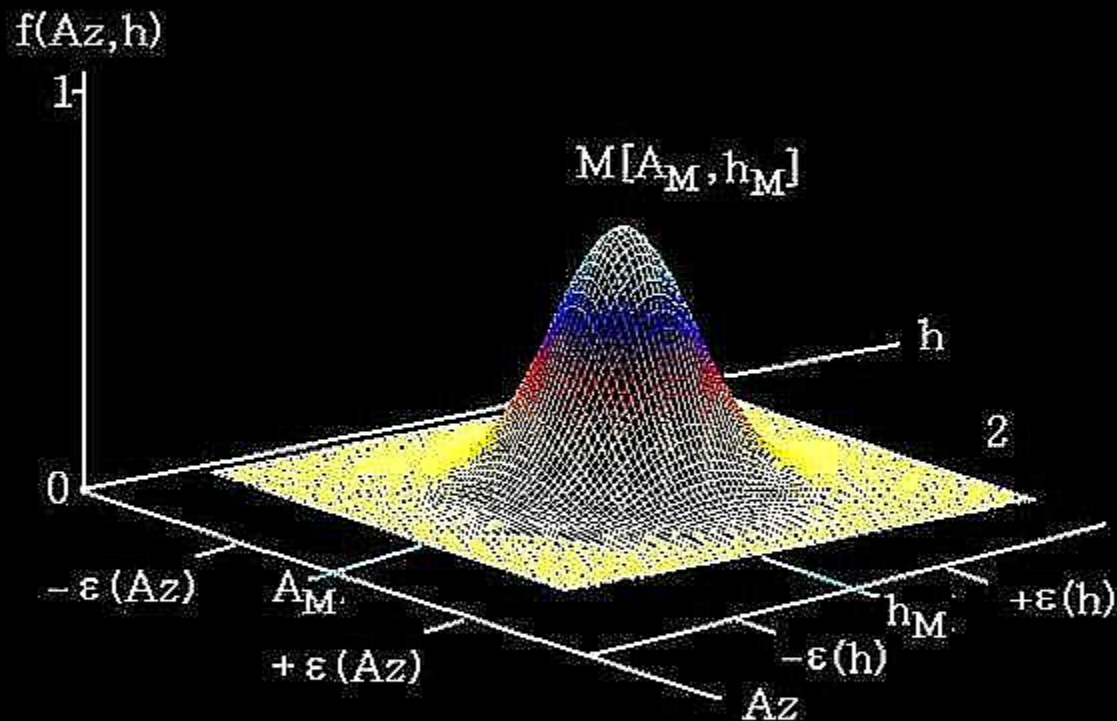


La probabilità  $P(A_0, h_0)$  che un punto della Sfera Celeste capiti a caso in un preciso punto le cui coordinate altazimutali sono  $A_0$  e  $h_0$  è data da:

$$P(A_0, h_0) = 1 - e^{-\frac{1}{2} \left[ \left( \frac{(A_0 - A_M)}{\epsilon(Az)} \right)^2 + \left( \frac{(h_0 - h_M)}{\epsilon(h)} \right)^2 \right]}$$

dove  $A_M$  è l'azimut a tronomico dell'allineamento  $u$  che interseca la Sfera celeste nel punto  $M$ .

# Funzione Densità di Probabilità di un allineamento sperimentalmente misurato

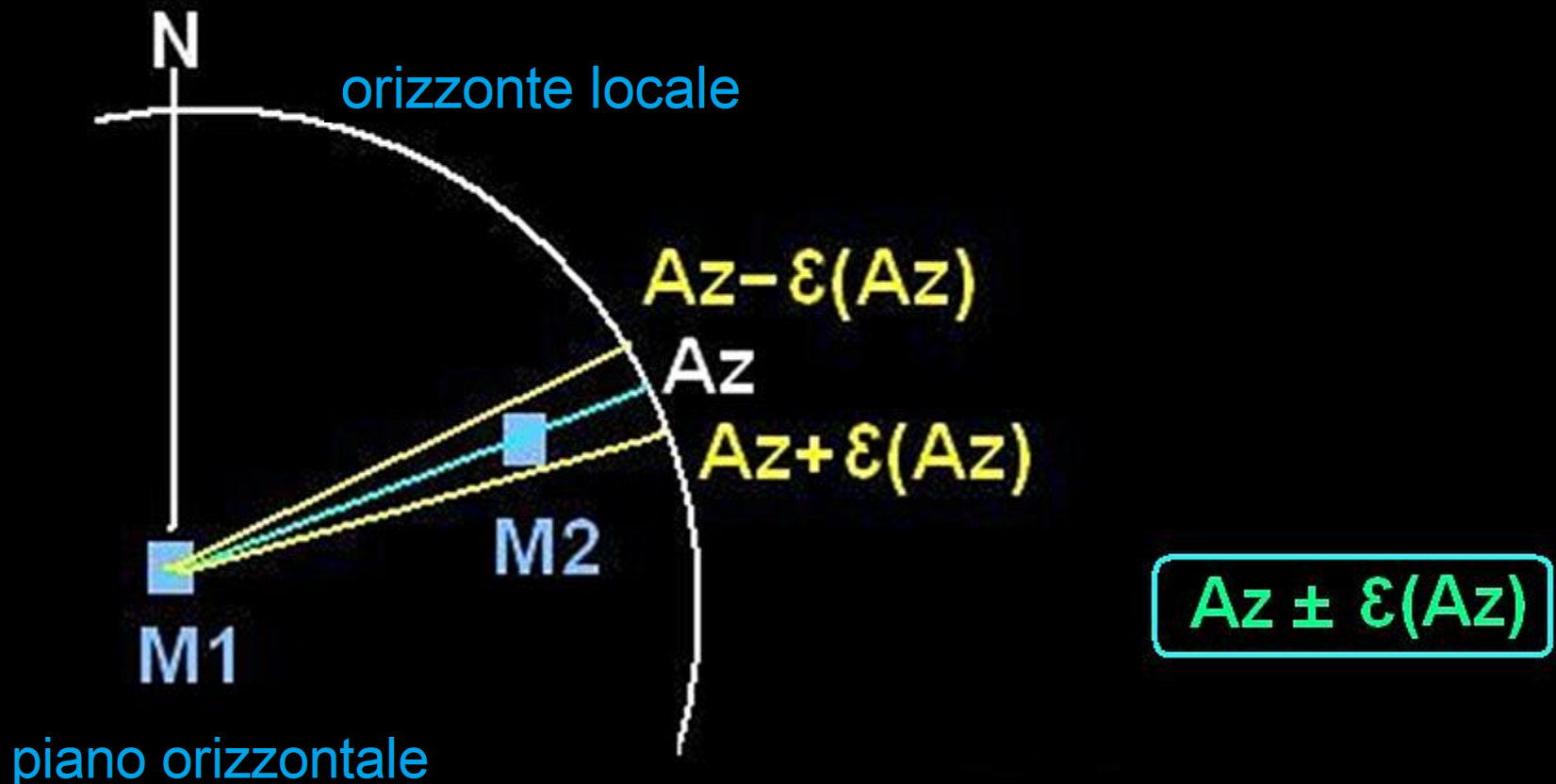


$$f(Az, h) = \frac{1}{2\pi \epsilon(Az) \epsilon(h)} e^{-\frac{1}{2} \left[ \left( \frac{(Az - A_M)}{\epsilon(Az)} \right)^2 + \left( \frac{(h - h_M)}{\epsilon(h)} \right)^2 \right]}$$



# Margini di incertezza

Un allineamento definito da 2 marcatori M1 e M2 è definito dal suo azimut astronomico di orientazione  $Az$  il quale è generalmente noto con un margine di incertezza  $\pm \varepsilon(Az)$



**La valutazione dell'errore  $\varepsilon(Az)$   
sull'azimut astronomico misurato  
è di fondamentale importanza!**

**$\varepsilon(Az)$  non è il "*pointing error*"  $\Delta(Az)$**

$$\Delta(Az) = Az - A^*$$

# Errore di misura

L'errore di misura  $\varepsilon(Az)$  è una variabile casuale che deve essere trattata con metodi statistici perché sottointende una particolare Funzione Densità di Probabilità (P.D.F.)

## Pointing Error

Il "pointing error"  $\Delta(Az)$  è la differenza tra l'Azimut astronomico misurato per un allineamento e quello dell'astro a cui potrebbe riferirsi. Esso non è una variabile casuale, ma è una quantità deterministica, tendenzialmente funzione del tempo, a causa della variazione delle coordinate dell'astro a causa della Precessione o della variazione dell'Obliquità dell'Eclittica.

...richiedono differenti trattamenti matematici

## Errore di misura $\varepsilon(Az)$

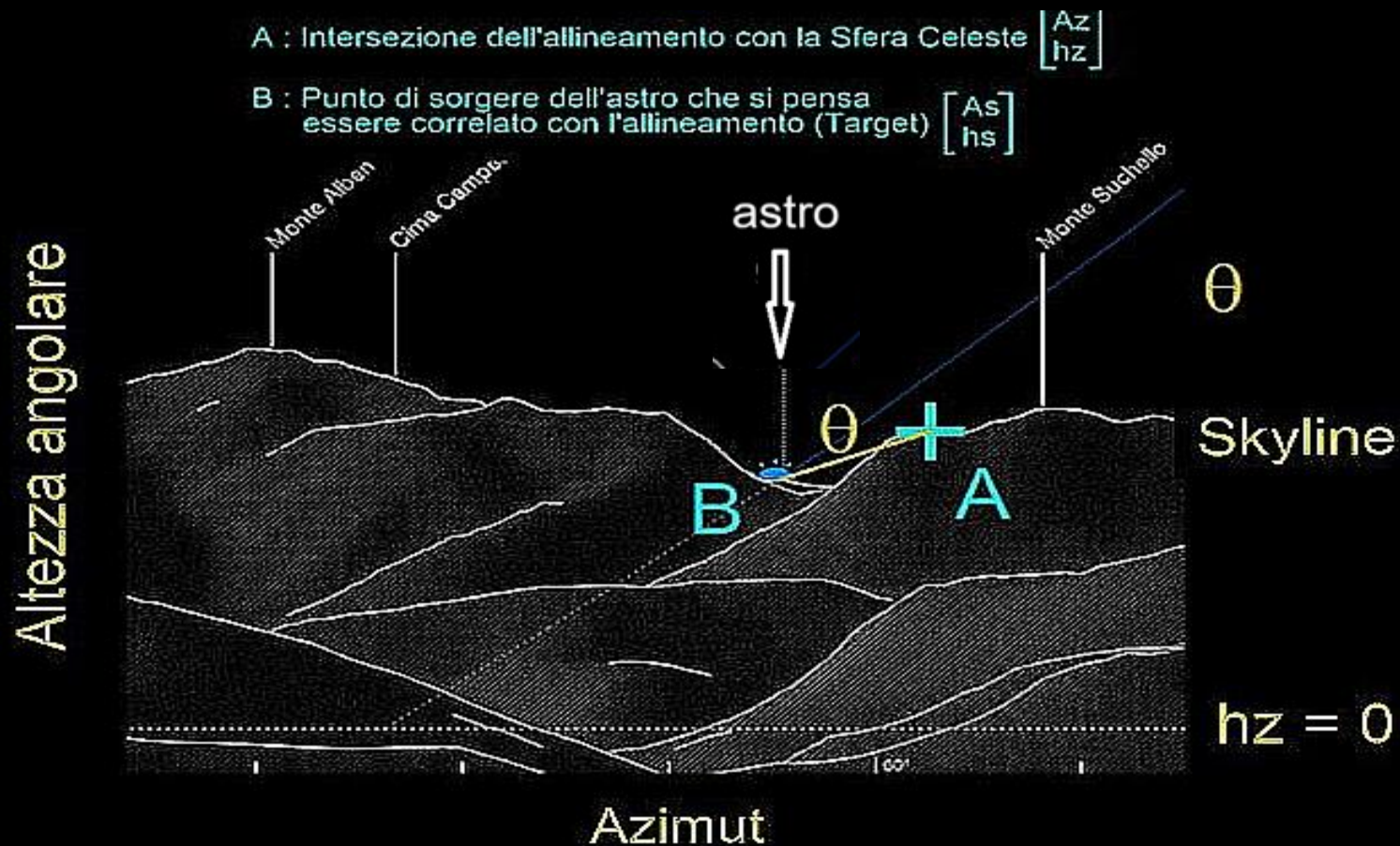
si tratta con i metodi statistici usuali (gaussiani)

## Pointing Error $\Delta(Az)$

richiede metodi statistici particolari detti  
"per dati circolari e assiali"

...ma non è così semplice!

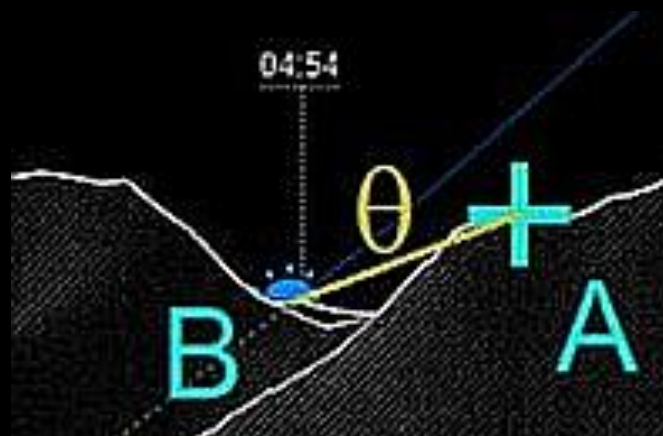
il "pointing error" è obliquo!



$\theta = \text{Pointing Error}$

La Trigonometria Sferica (...che non è geometria euclidea)  
ci dice che il pointing error:

$$\theta = \text{Pointing Error} = \Delta(\text{Az}, \text{ho})$$



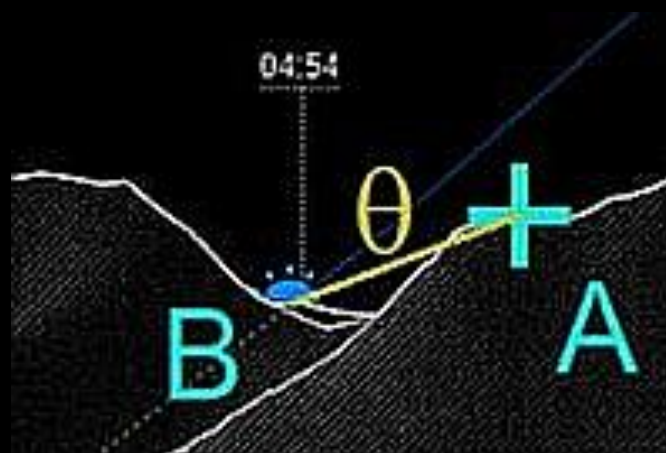
A : Intersezione dell'allineamento con la Sfera Celeste  $\begin{bmatrix} \text{Az} \\ \text{hz} \end{bmatrix}$

B : Punto di sorgere dell'astro che si pensa  
essere correlato con l'allineamento (Target)  $\begin{bmatrix} \text{As} \\ \text{hs} \end{bmatrix}$

$$\theta = \arccos(\cos(\text{Az}-\text{As}) \cdot \cos(\text{hz}-\text{hs}))$$

Siccome  $\theta$  è un arco piccolo sulla Sfera Celeste possiamo approssimare  $\theta$  con:

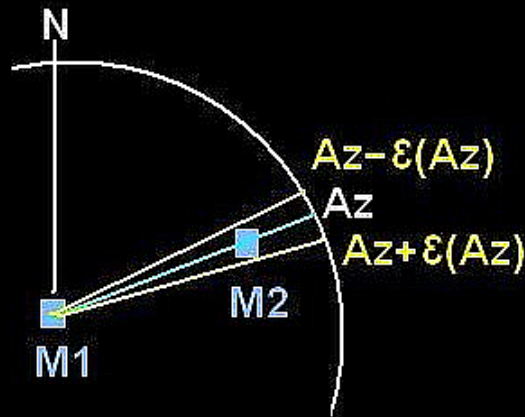
$$\theta = \sqrt{(Az - As)^2 + (hz - hs)^2}$$



senza perdere precisione.

# Errore di misura

Supponiamo che in un sito sia stato identificato un singolo allineamento astronomicamente significativo di azimuth  $Az$  e margine d'errore  $\pm \varepsilon(Az)$  in gradi



$$\Pr(Az) = \frac{2 \varepsilon(Az)}{360^\circ} = \frac{\varepsilon(Az)}{180^\circ}$$

(principio del "Blind Marksman")

$\Pr(AZ)$  è la probabilità geometrica che in un sito esista casualmente un allineamento di azimuth  $Az$  con un margine di incertezza  $\varepsilon(Az)$

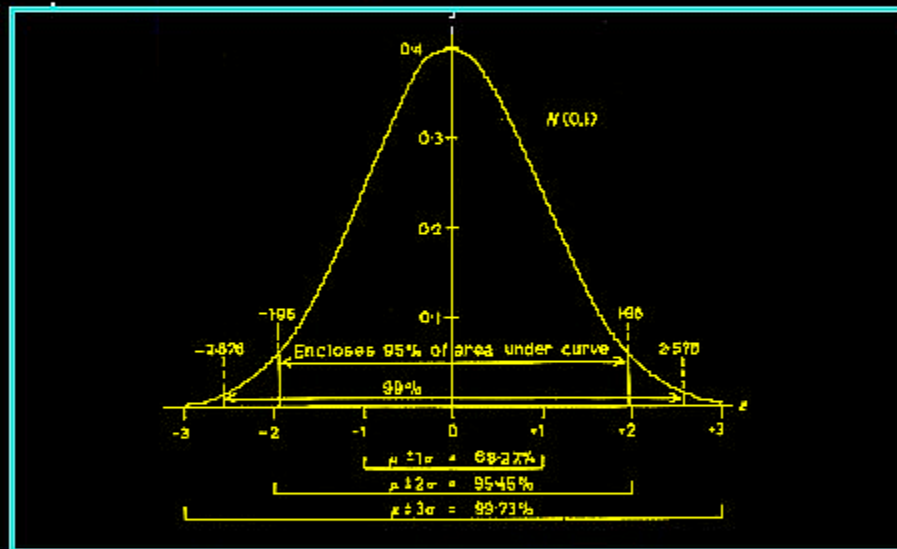


**La misura sperimentale dell'errore sull'Azimut dovuto all'osservatore potrebbe essere eseguita mediando più misure dello stesso allineamento e determinando la deviazione standard della media.**

# Quante misure eseguire?

Il maggior numero possibile .... (in teoria)

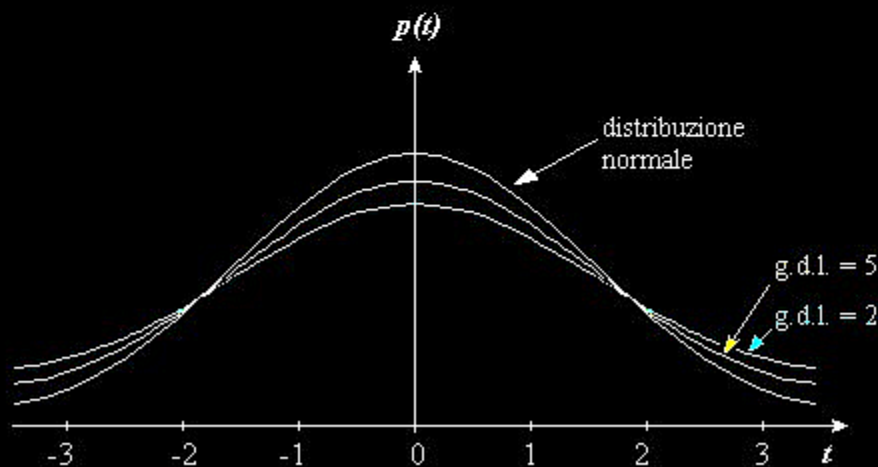
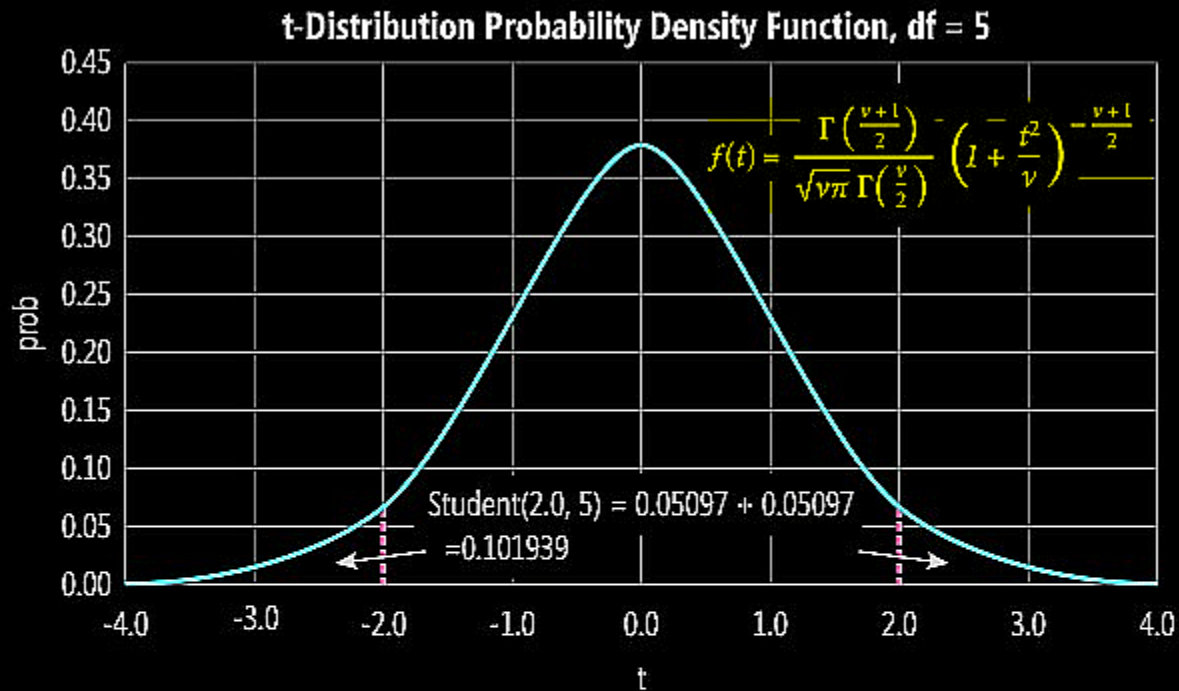
**N=30** per rispettare il Teorema del Limite Centrale  
distribuzione di probabilità Gaussiana



in pratica bastano 12 misure (indipendenti)

più misure eseguite su una  
stessa immagine non sono  
indipendenti....

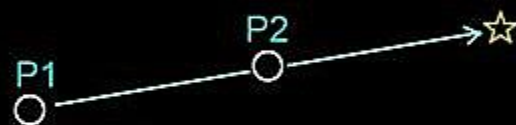
# N<12: distribuzione t-Student



**Confronto tra la distribuzione Normale e t-Student**

# Probabilità di casualità: singolo allineamento:

$$Pr = \frac{\varepsilon(Az)}{180^\circ}$$

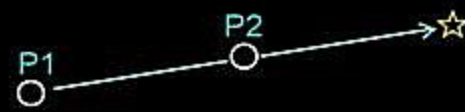


# n allineamenti indipendenti:

$$Pr = \left[ \frac{\varepsilon(Az)}{180^\circ} \right]^n$$



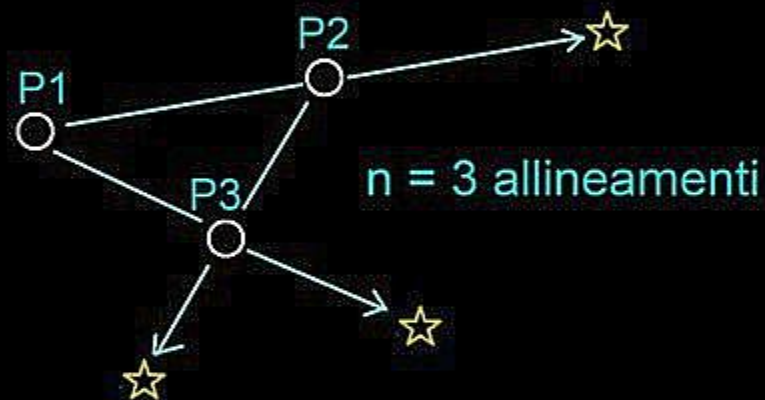
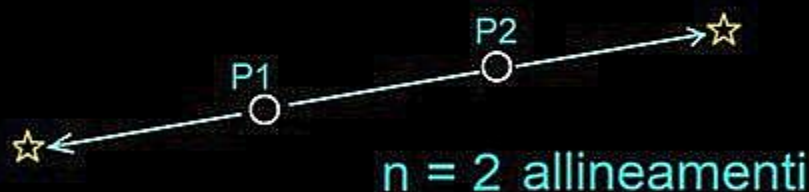
n = 3 allineamenti



# Probabilità di casualità:

$n$  allineamenti non indipendenti:

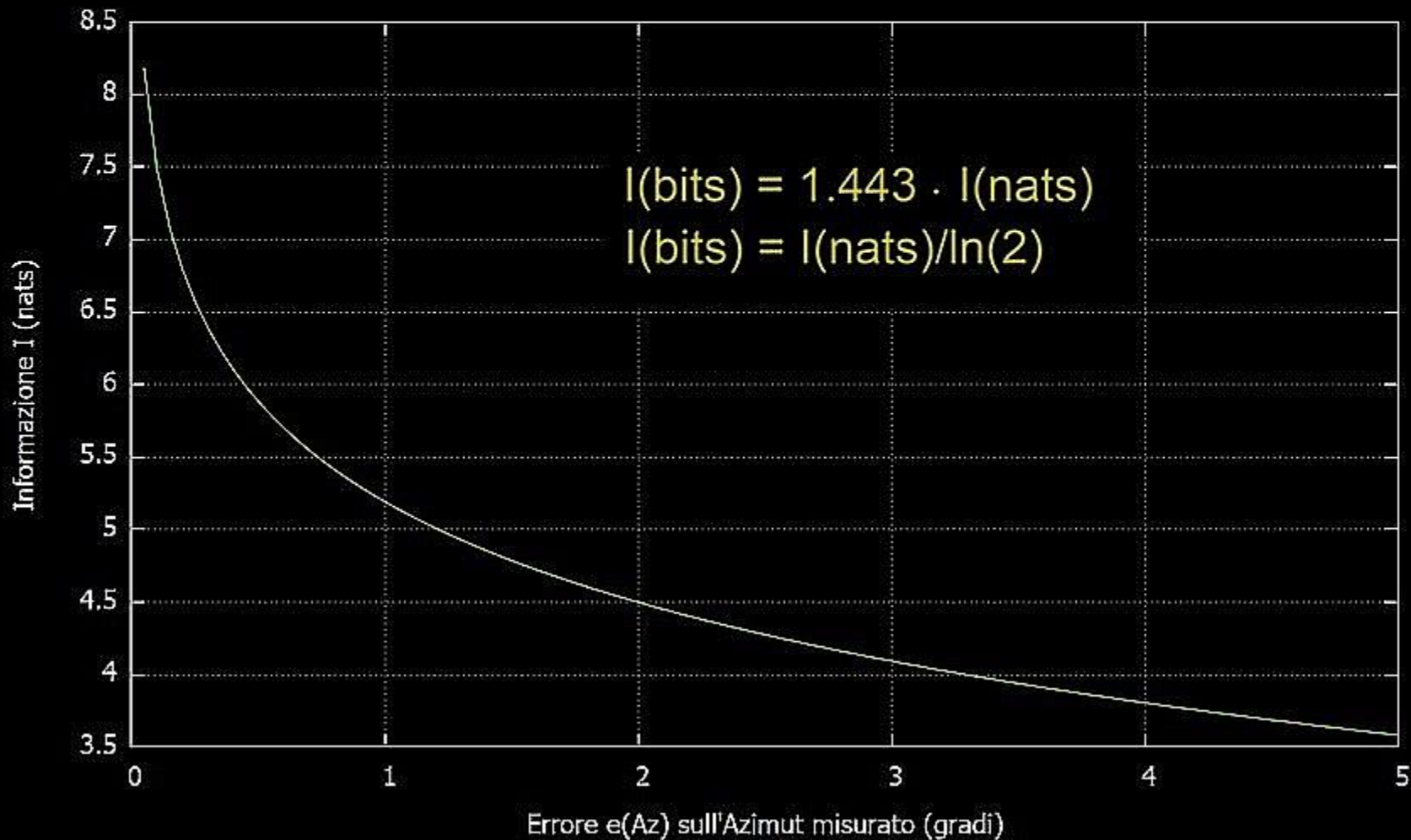
$$Pr = n \cdot \left[ \frac{\varepsilon(Az)}{180^\circ} \right]^{(n-1)}$$



$n$  = numero degli allineamenti studiati  
 $\varepsilon(Az)$  = errore sull'azimut misurato

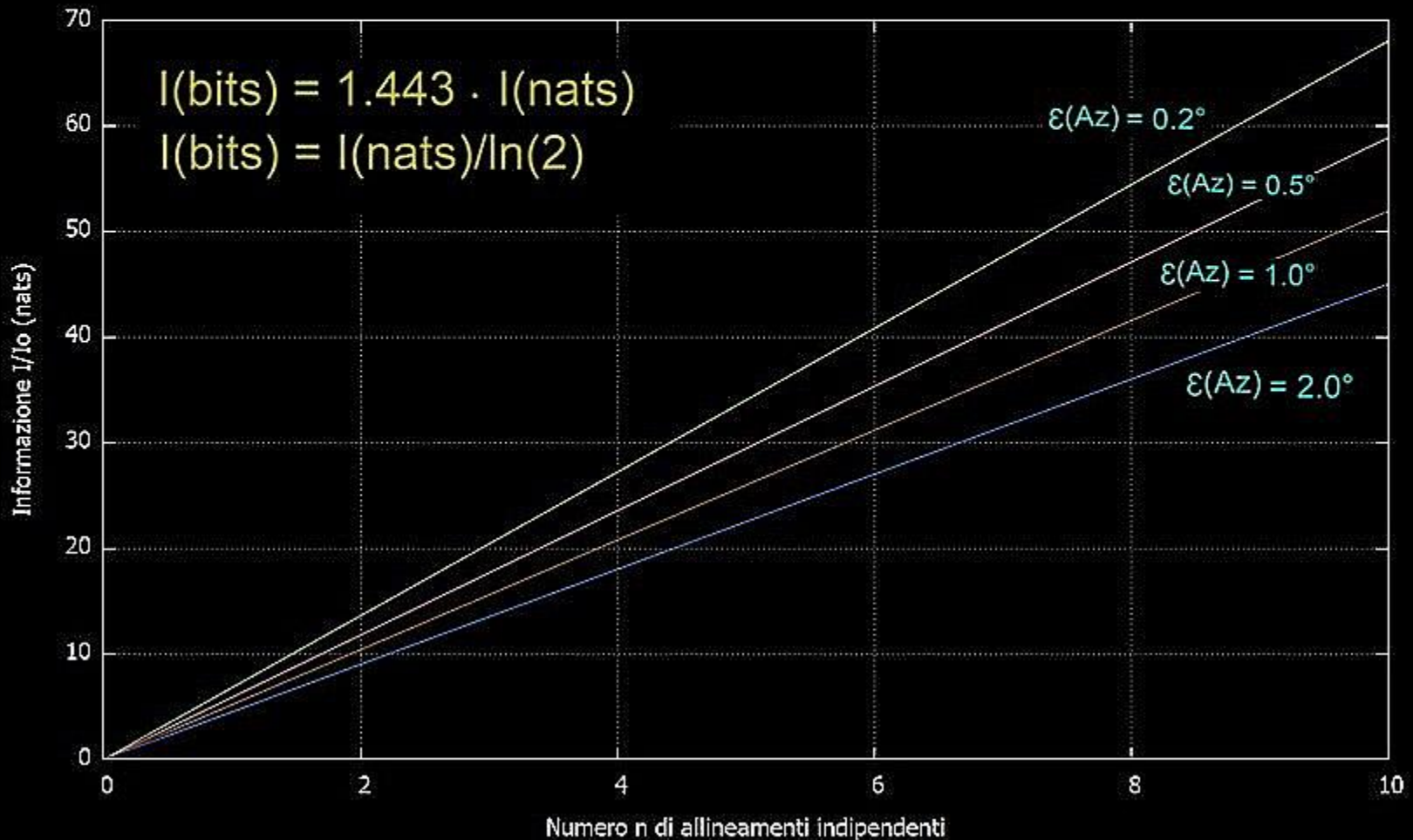
# Informazione codificata in un singolo allineamento

$$I = -\ln(\mathcal{E}(Az)) + \ln(180^\circ)$$

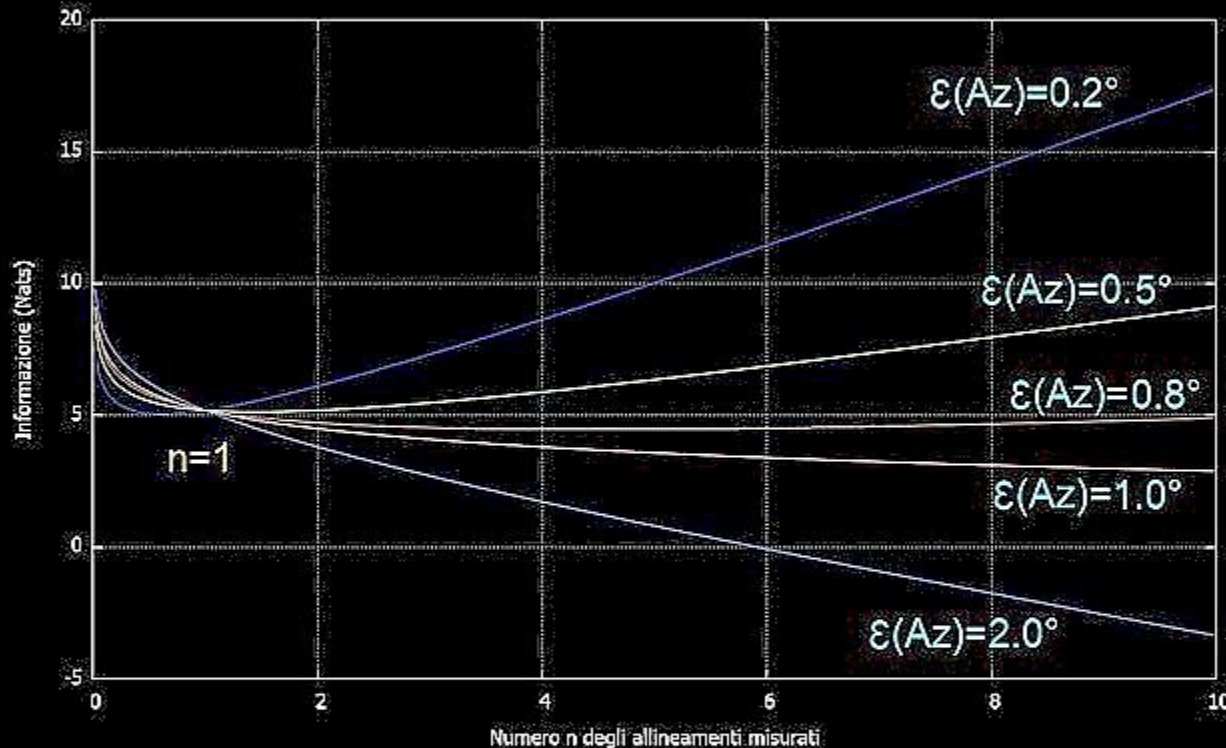


# Informazione codificata in n allineamenti indipendenti

$$I = -n \cdot \ln(\varepsilon(Az)) + n \cdot \ln(180^\circ)$$



# Informazione codificata in n allineamenti non indipendenti



$$I = -\ln(n) - (n-1) \cdot \ln(\varepsilon(Az)) + \ln(180^\circ)$$

I = informazione (nats)

n = numero degli allineamenti misurati

ε(Az) = errore sull'azimut misurato (in gradi)

$$I(\text{bits}) = 1.443 \cdot I(\text{nats})$$

$$I(\text{bits}) = I(\text{nats}) / \ln(2)$$



# Probabilità di casualità dell'analisi archeoastronomica in funzione del tempo trascorso dall'utilizzo del sito archeoastronomico

$$\Pr(t) = 1 - e^{-K \cdot (t - t_0)}$$

$$K = 1.7 \times 10^{-5}$$



# Perdita di Informazione

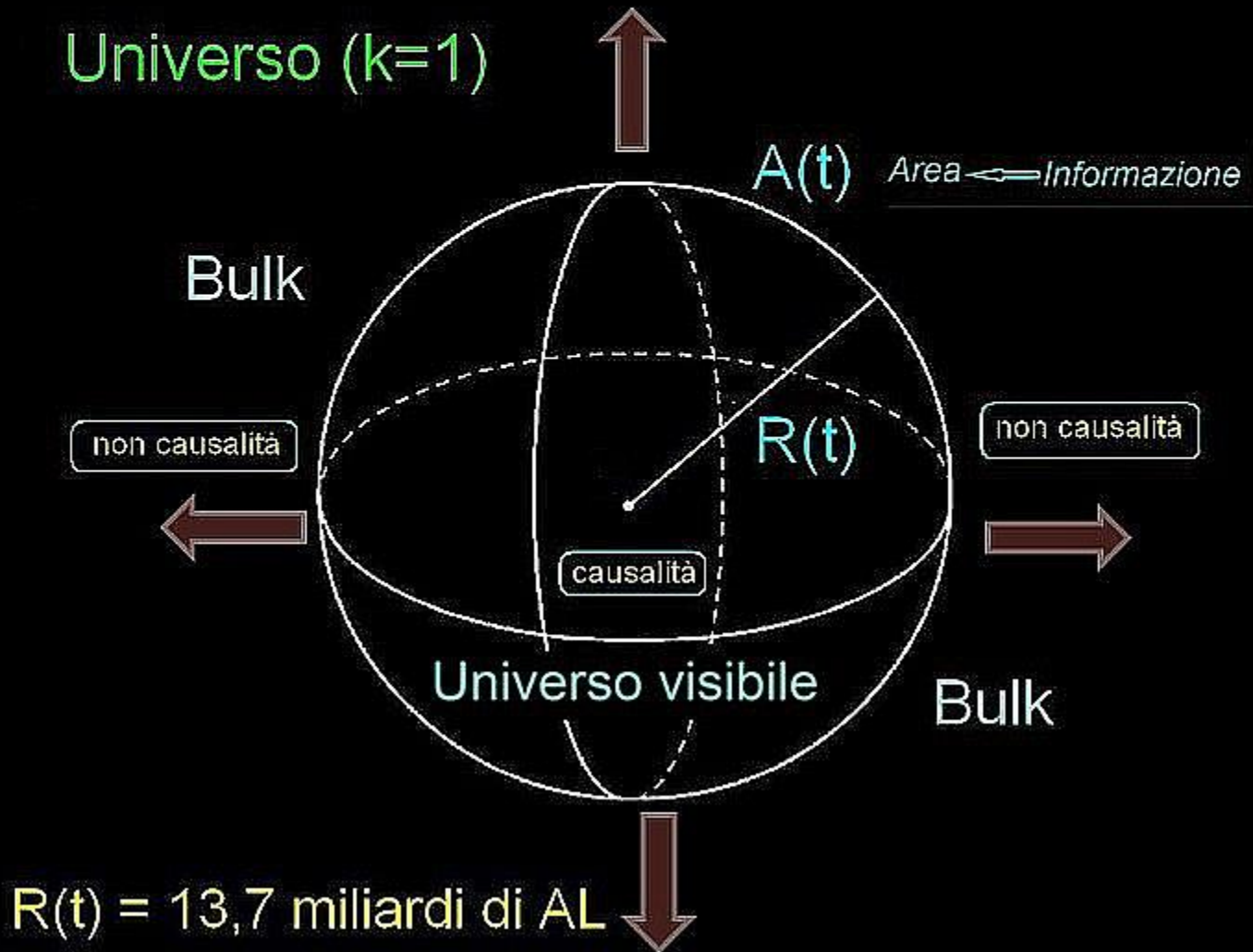
$$I = I_0 \cdot e^{-K \cdot (t - t_0)}$$

Cosa provoca la perdita di informazione?

...il trascorrere del tempo.

....Cioè?

# Il continuo aumento dell'Entropia dell'Universo a causa della sua espansione



# Entropia dell'Universo al tempo t

## Entropia di Beckenstein - Hawking

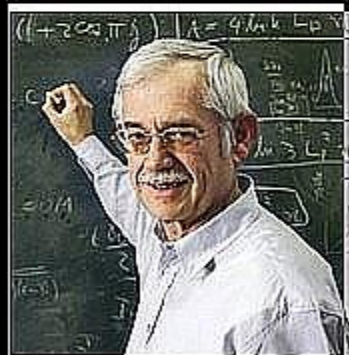


Hawking

$$S_u(t) = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{k_B \cdot c^3}{h \cdot G} \cdot A(t)$$

E' possibile applicare la definizione di Entropia di Beckenstein - Hawking all'intero Universo.

Essa sarà proporzionale all'area del suo involucro (orizzonte cosmologico) al tempo t



Beckenstein

$$S_u(t) = 2 \cdot \pi^2 \cdot \frac{k_B \cdot c^3}{h \cdot G} \cdot R(t)^2$$

h = costante di Plank

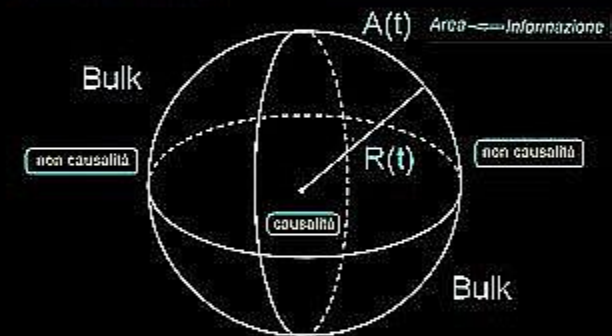
G = costante di gravitazione universale

$k_B$  = costante di Boltzmann

c = velocità della luce nel vuoto

Universo (k=1)

$$A(t) = 4 \cdot \pi \cdot R(t)^2$$



$R(t) = 13,7$  miliardi di AL

# ...il trascorrere del tempo.

$$(t - t_0) = \frac{3.17 \times 10^{-8}}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{h \cdot G}{2 \cdot k_B \cdot c^5}} \cdot \frac{1}{\sqrt{S_u(t)}} \cdot \left[ S_u(t) - S_u(t_0) \right] \quad (\text{anni})$$

ma anche:

$$(t - t_0) = 3.17 \times 10^{-8} \cdot \left[ R(t) - R(t_0) \right] \quad (\text{anni})$$

dove:

$S_u(t)$  = Entropia dell'Universo al tempo  $t$

$S_u(t_0)$  = Entropia dell'Universo al tempo  $t_0$

$R(t)$  = Raggio dell'Universo visibile al tempo  $t$  (anni luce)

$R(t_0)$  = Raggio dell'Universo visibile al tempo  $t_0$  (anni luce)

$h$  = costante di Plank  $6.626\,070\,040(81) \times 10^{-34} \quad \text{J s}$

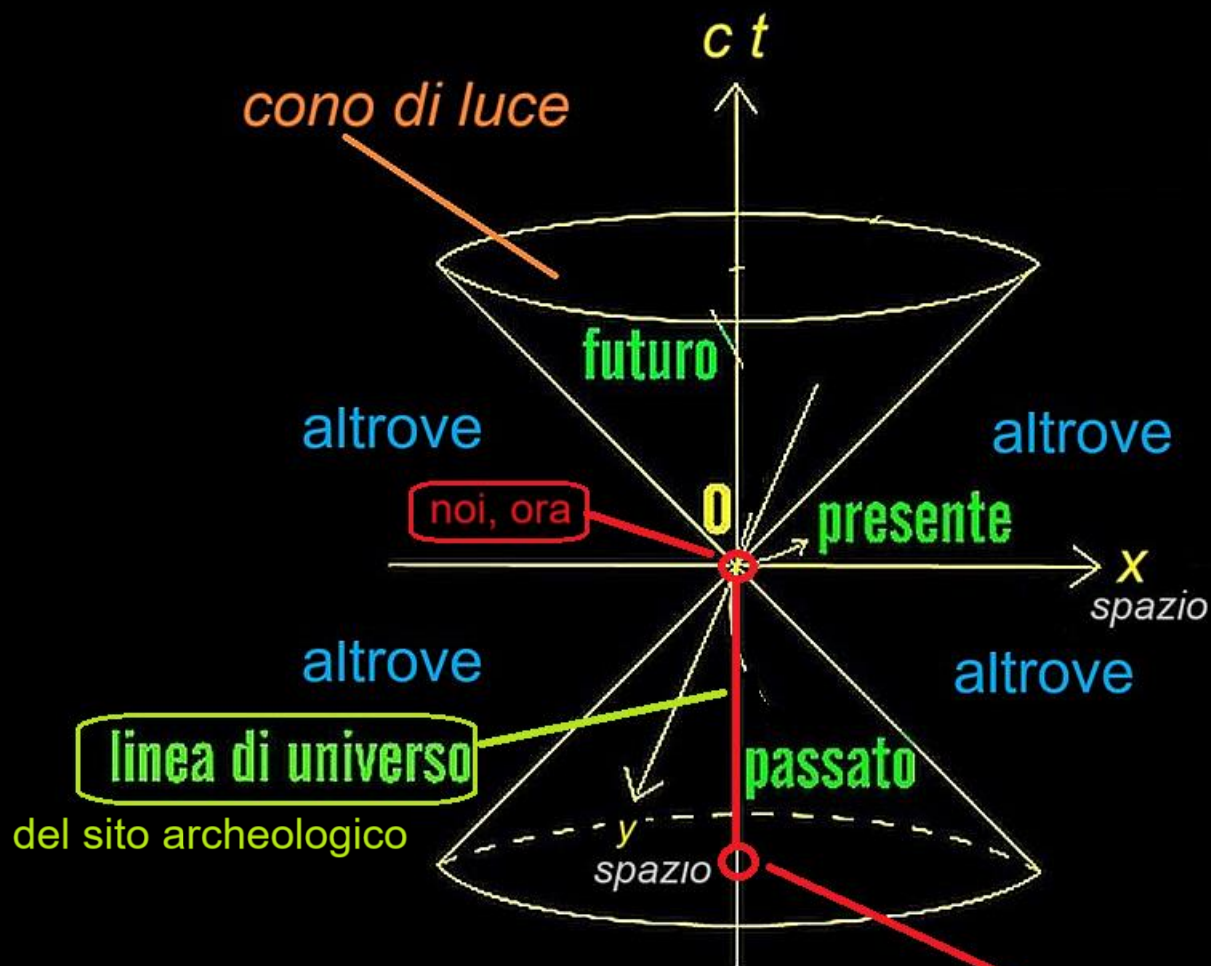
$G$  = costante di gravitazione universale  $6.674\,08(31) \times 10^{-11} \quad \text{m}^3 \text{kg}^{-1} \text{s}^{-2}$

$k_B$  = costante di Boltzmann  $1.380\,648\,52(79) \times 10^{-23} \quad \text{J K}^{-1}$

$c$  = velocità della luce nel vuoto  $299\,792\,458 \quad \text{m s}^{-1}$

# lo spaziotempo di Minkowski

$c$  = velocità della luce  
 $t$  = tempo  
 $x$  = spazio  
 $y$  = spazio



materializzazione degli allineamenti  
(cultura antica)

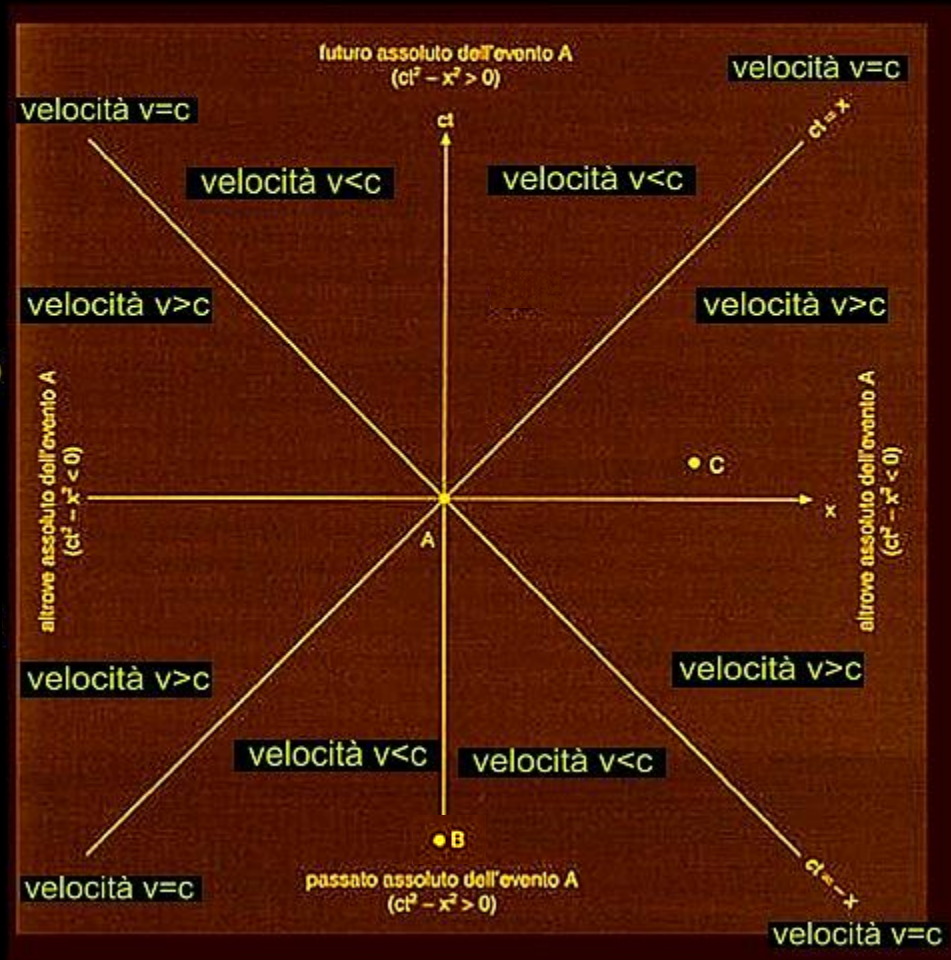
## Cono di Luce

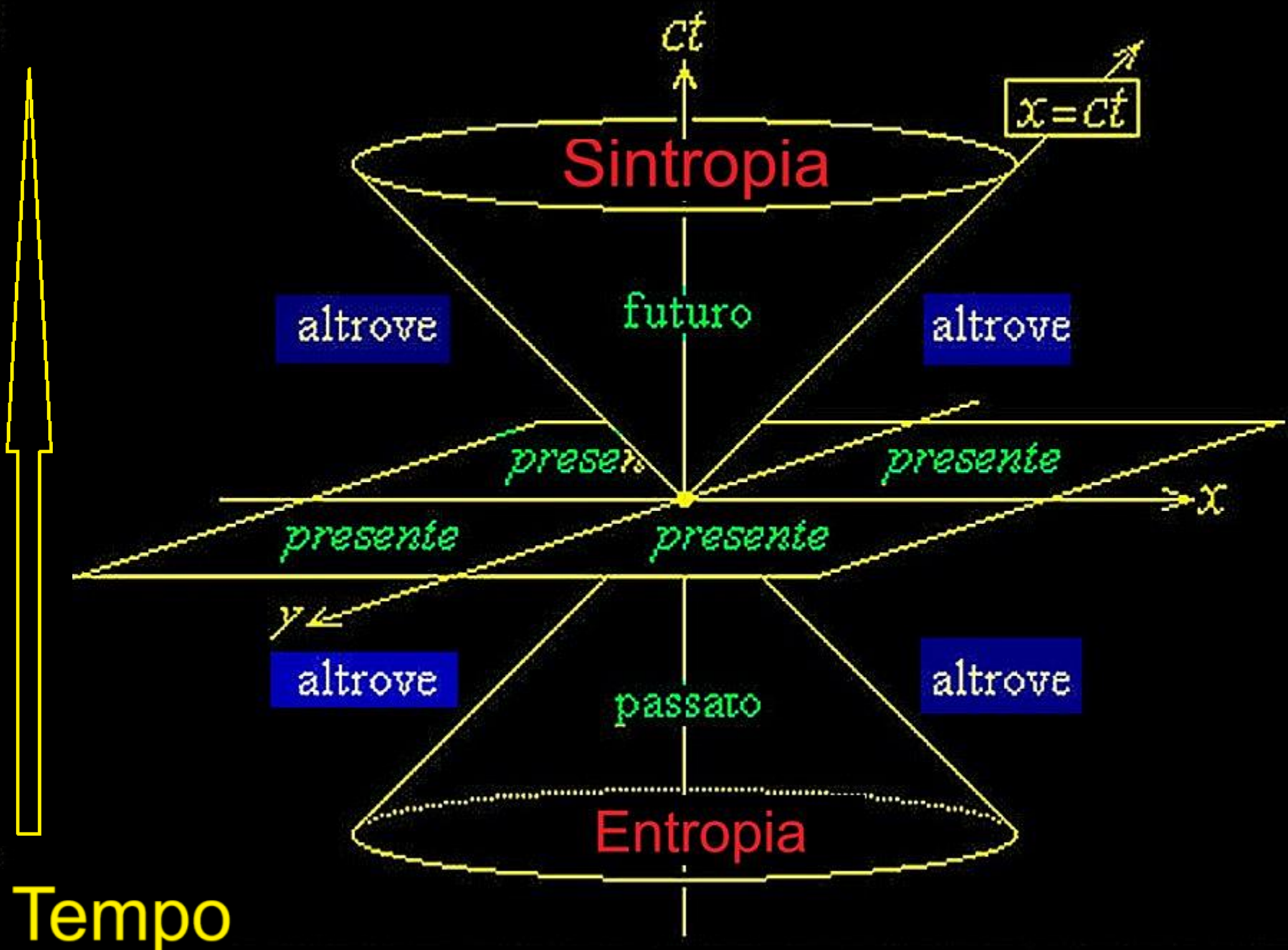
Per comodità, è raffigurata una sola dimensione spaziale.

A e B sono eventi separati da un intervallo di genere tempo.

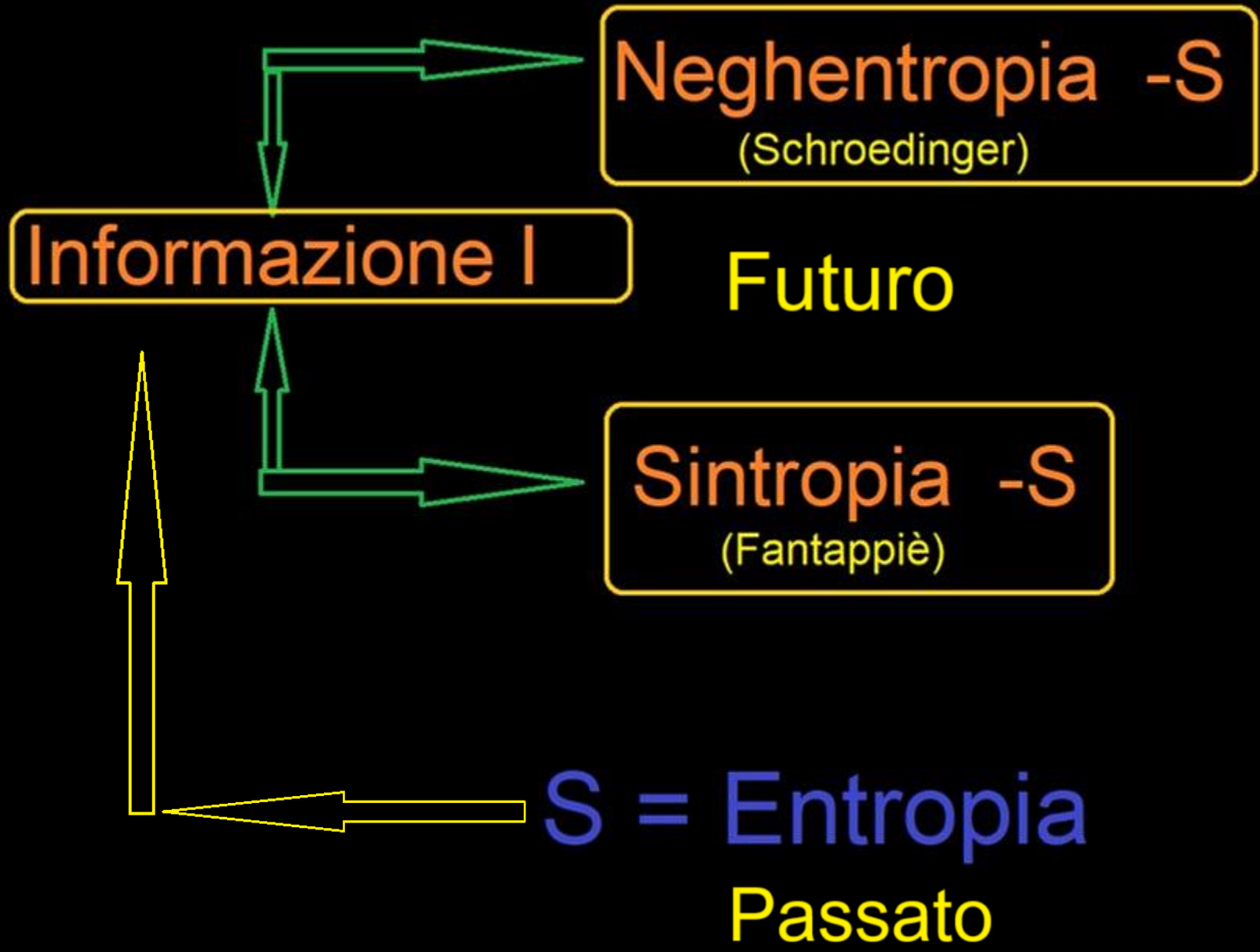
A : noi ora  
B : Cultura antica

A e C sono eventi separati da un intervallo di genere spazio.









Presente = F(Passato, Futuro)

Stato Presente = G(Entropia, Sintropia)

Informazione attuale = H(Info(passato), Info(futuro))

dove:

F(.), G(.), H(.) : funzioni incognite altamente nonlineari

# Interpretazione vettoriale di "allineamento" (Gaspani, 2014)

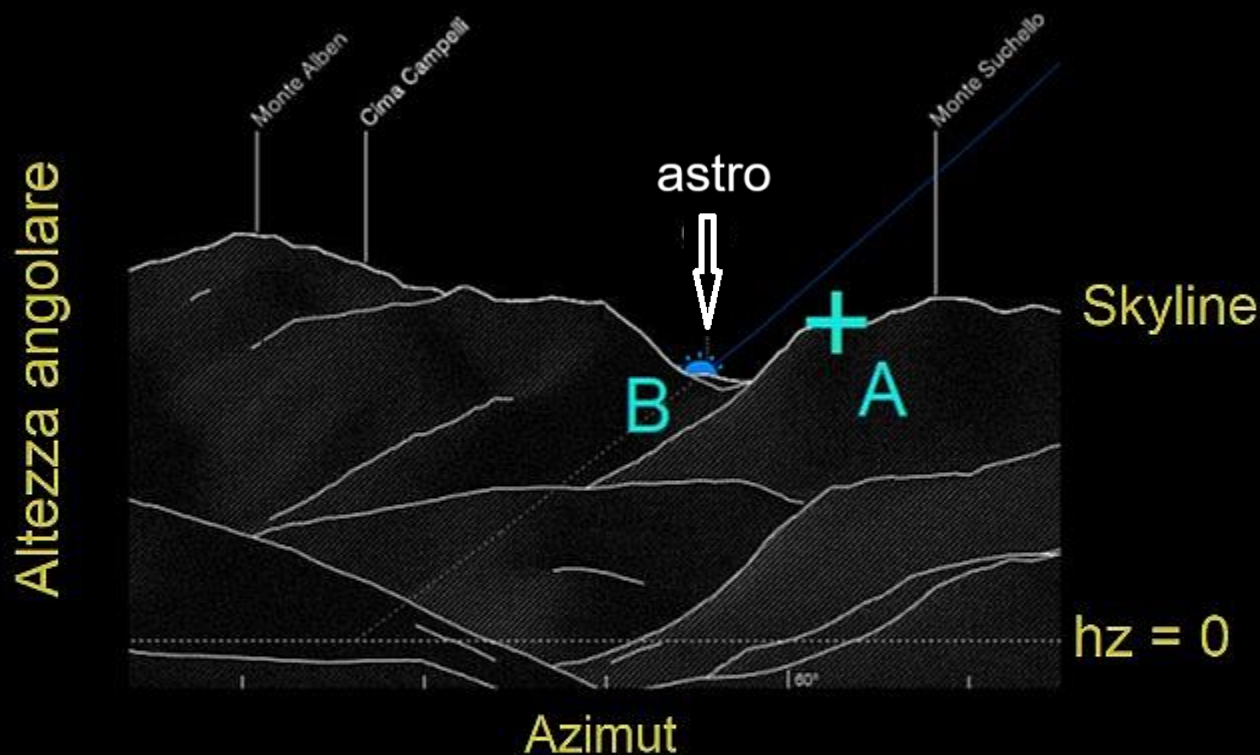
## Vettore "allineamento"

$$\mathbf{u} := \begin{bmatrix} Az \\ hz \end{bmatrix} \quad \begin{array}{l} \text{Azimut astronomico} \\ \text{Altezza angolare} \end{array}$$

## Vettore "Target Astronomico"

$$\mathbf{v} := \begin{bmatrix} As \\ hs \end{bmatrix} \quad \begin{array}{l} \text{Azimut astronomico} \\ \text{Altezza angolare} \end{array}$$

Un allineamento è un segmento orientato che interseca la Sfera Celeste in un punto



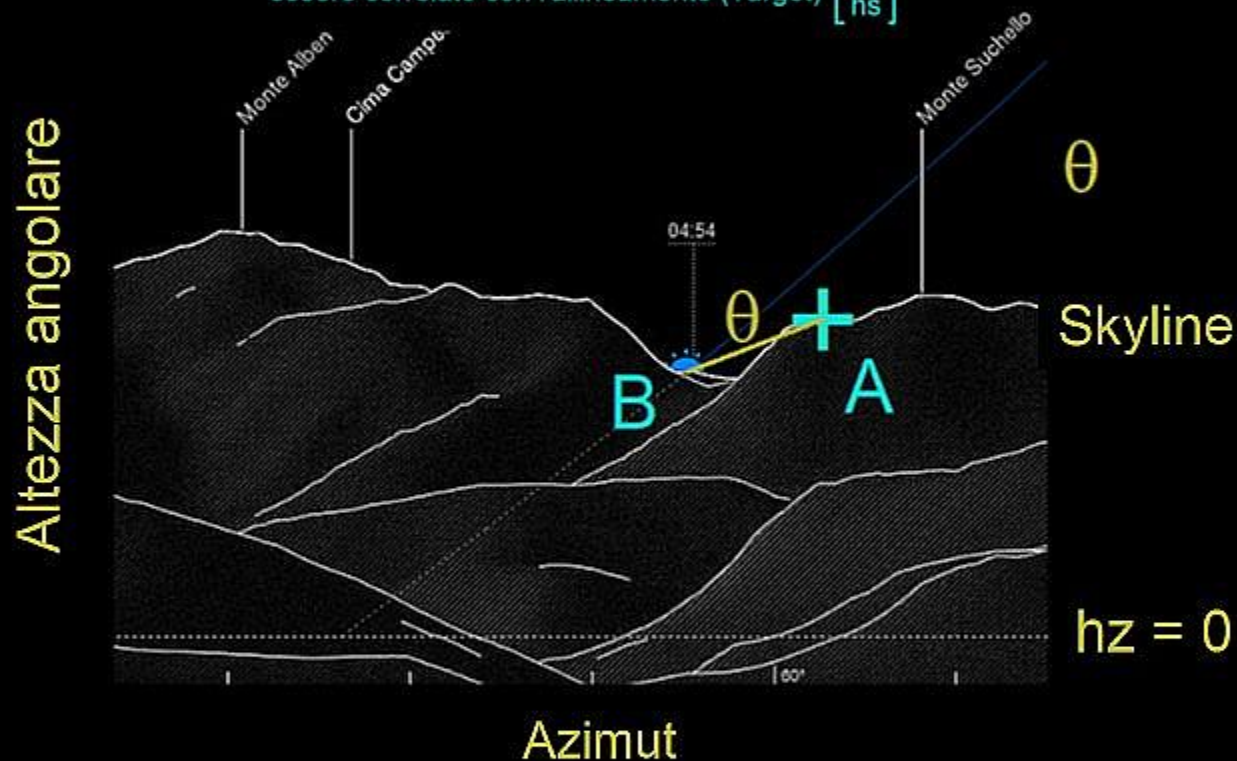
A : Intersezione dell'allineamento con la Sfera Celeste  $\begin{bmatrix} Az \\ hz \end{bmatrix}$

B : Punto di sorgere dell'astro che si pensa essere correlato con l'allineamento (Target)  $\begin{bmatrix} As \\ hs \end{bmatrix}$

# Pointing Error

A : Intersezione dell'allineamento con la Sfera Celeste  $\begin{bmatrix} Az \\ hz \end{bmatrix}$

B : Punto di sorgere dell'astro che si pensa essere correlato con l'allineamento (Target)  $\begin{bmatrix} As \\ hs \end{bmatrix}$



$\theta$  = Pointing Error

$$\cos(\theta) = \cos(Az - As) \cdot \cos(hz - hs)$$

# Test statistici

**E' quindi possibile progettare dei tests statistici congiunti che siano in grado di valutare l'affidabilità globale dei risultati dell'analisi archeoastronomica di un sito archeologico.**

# Test statistici

Ciascuna delle quantità :

$$R(\mathbf{u},\mathbf{v}), Pr(\mathbf{u},\mathbf{v}), S(\mathbf{u},\mathbf{v}), E(\mathbf{u},\mathbf{v}), I(\mathbf{u},\mathbf{v})$$

Produrrà un test statistico per mettere alla prova la correlazione tra l'allineamento e il target astronomico

Occorre valutare i valori critici  
delle varie quantità  
e confrontarli con quelli  
ottenuti dall'analisi  
archeoastronomica

# Informazione globale contenuta in n allineamenti indipendenti

$$I(n) = - \sum_{j=1}^n \log_2 [ \text{Pr}(j) ]$$

allora:

$$I(n) = \sum_{j=1}^n I(j)$$

L'informazione globale  $I(n)$  contenuta in  $n$  allineamenti indipendenti è la somma delle informazioni individuali di ciascun allineamento.

$\text{Pr}(j)$  = probabilità di casualità del  $j$ -esimo allineamento



# Informazione globale

n allineamenti non indipendenti:

$$I(n) = -\log_2(n) - \sum_{j=1}^{n-1} \log_2 [ \text{Pr}(j) ]$$

Pr(j) = probabilità di casualità del j-esimo allineamento

allora:

$$I(n) = \sum_{j=1}^{n-1} I(j) - \log_2(n)$$

L'informazione globale I(n) contenuta in n allineamenti non indipendenti è data dalla somma delle n-1 informazioni contenute in n-1 allineamenti diminuita del logaritmo in base 2 del numero di allineamenti non indipendenti



qualcuno va dicendo che  
le antiche civiltà sono di  
origine extraterrestre...

...o per lo meno che gli  
"antichi astronauti" hanno  
condizionato lo sviluppo  
delle antiche civiltà...



China

Atzteken

Japan

Mayas



**L'Archeoastronomia non ha mai trovato alcuna traccia di reperti o siti archeologici ascrivibili a civiltà aliene che abbiano visitato la Terra in epoca antica.**

conclusione finale:

Pedes in Terra,  
ad Sidera Visus!