Università della Terza Età "Cardinale Giovanni Colombo" – Milano

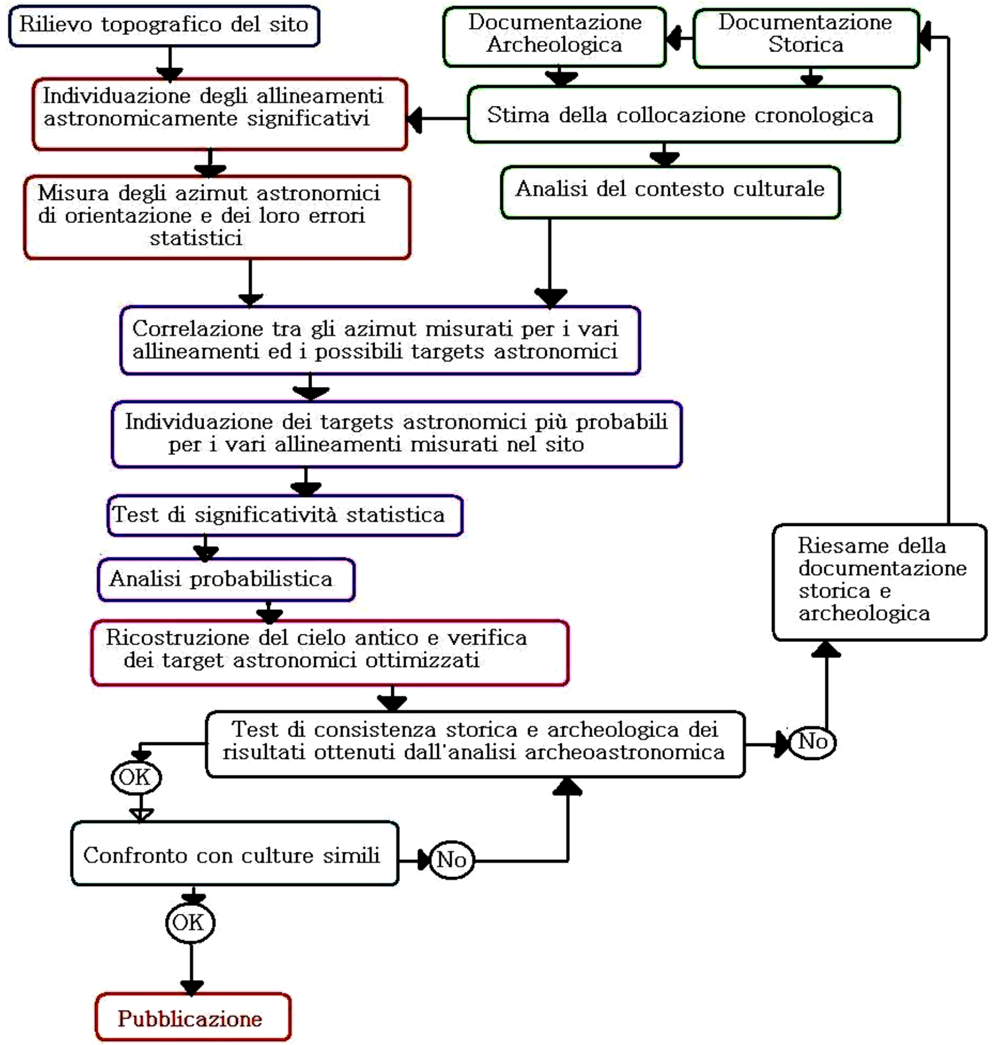
A.A. 2023 - 2024

Corso di Archeoastronomia

Docente : **Adriano Gaspani**

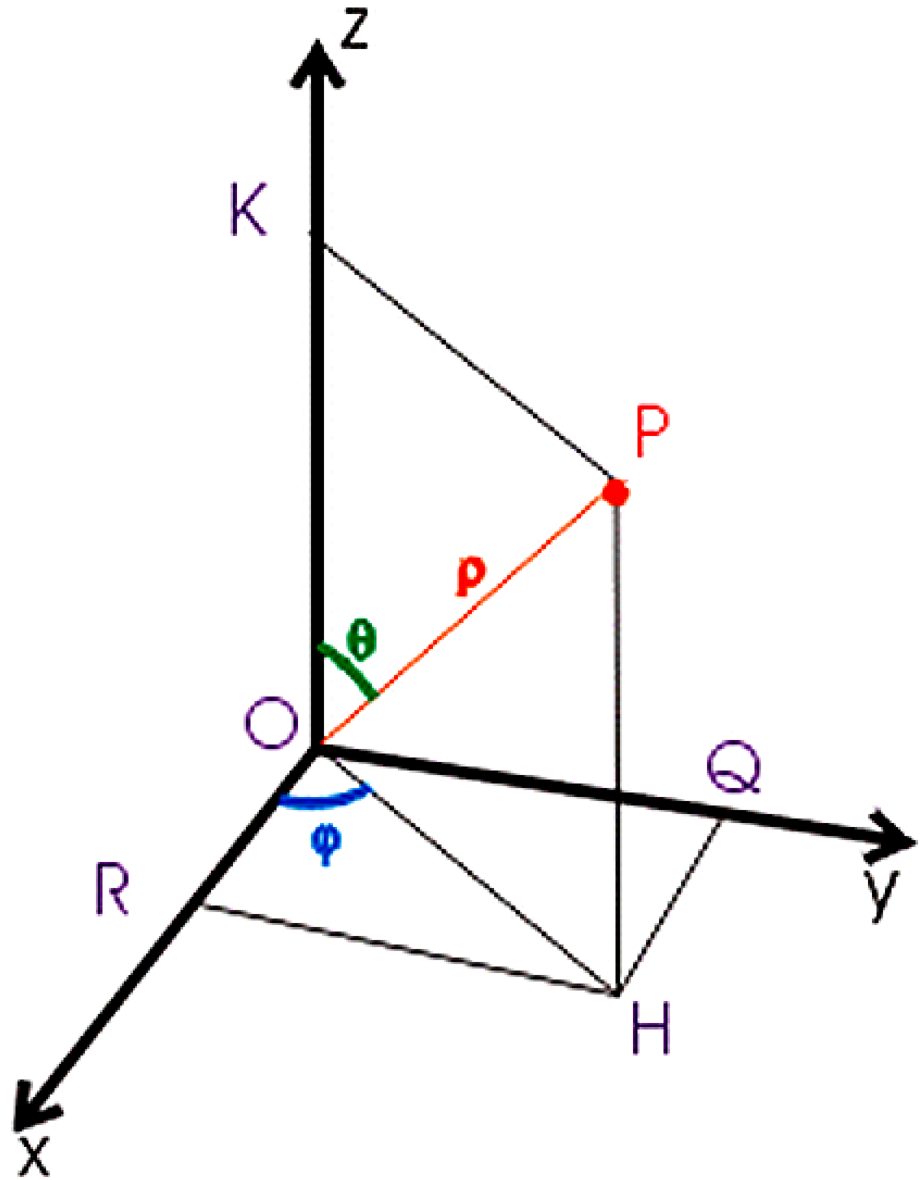
Lezione 13

La strumentazione tradizionale dell'Archeoastronomo

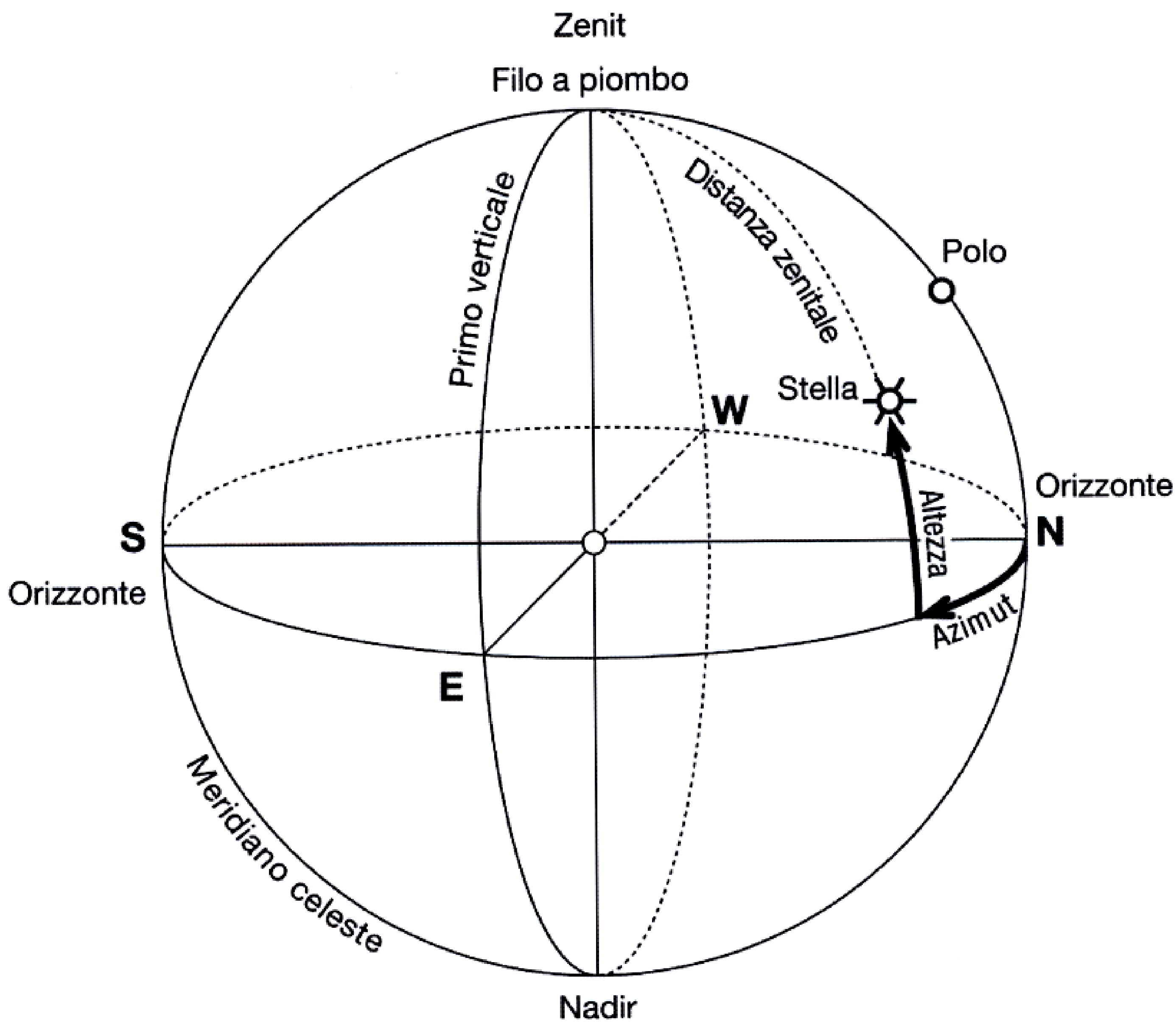


Linee guida per l'analisi archeoastronomica di un sito archeologico potenzialmente astronomicamente significativo

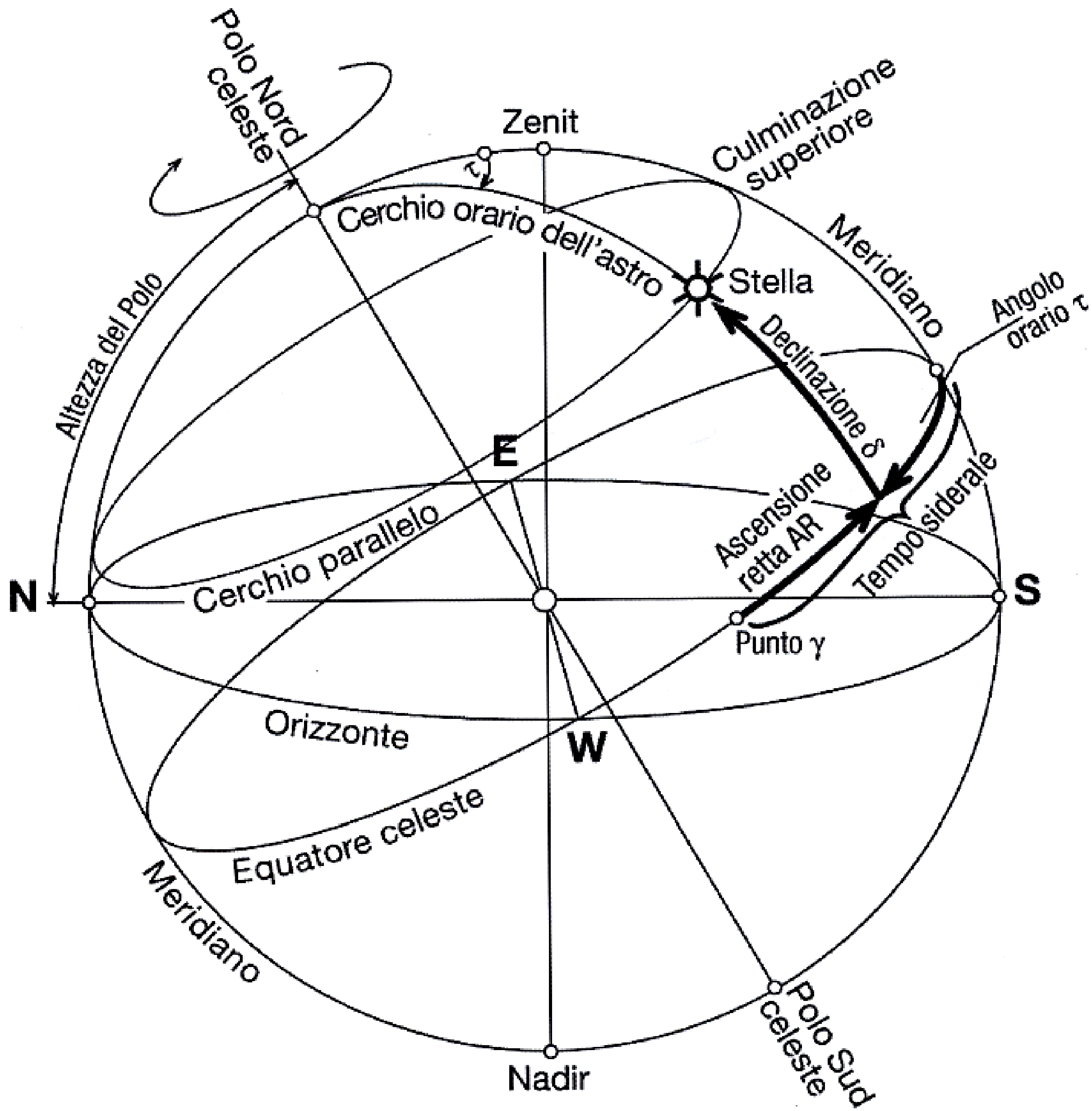
Coordinate Sferiche

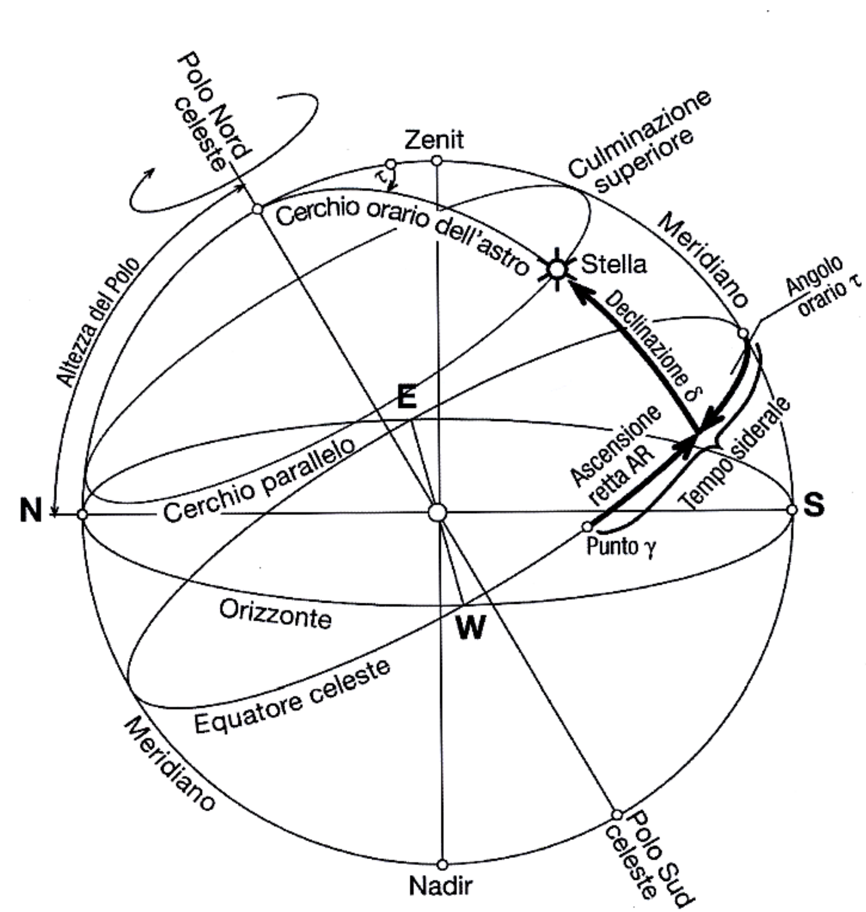


Coordinate Altazimutali



Coordinate Equatoriali





Coordinate Equatoriali celesti

Coordinate Geografiche terrestri

Inclinazione dell'asse della Terra: $\varepsilon = 23°,5$

SISTEMI DI COORDINATE

Possiamo ora definire i vari sistemi di coordinate:

Coordinate Altazimutali

h = *Altezza:* altezza dell'astro (in gradi) sull'orizzonte dell'osservatore.

A = *Azimut:* distanza angolare, misurata sull'orizzonte in senso orario (verso est), tra il punto cardinale nord e l'intersezione sull'orizzonte del circolo massimo passante per lo zenit e l'astro.

Coordinate equatoriali celesti

δ = *Declinazione:* distanza angolare dell'astro dall'equatore celeste misurata positivamente se si va verso il polo nord celeste.

α, AR = *Ascensione Retta:* distanza angolare misurata sull'equatore celeste in senso antiorario a partire dal punto γ fino all'intersezione sull'equatore celeste del circolo massimo passante per il polo celeste e l'astro (circolo orario).

Le coordinate equatoriali celesti di un astro non variano nel tempo (se si prescinde dagli effetti di precessione, e nutazione, e pertanto si prestano per la costruzione di atlanti celesti).

Coordinate Orarie

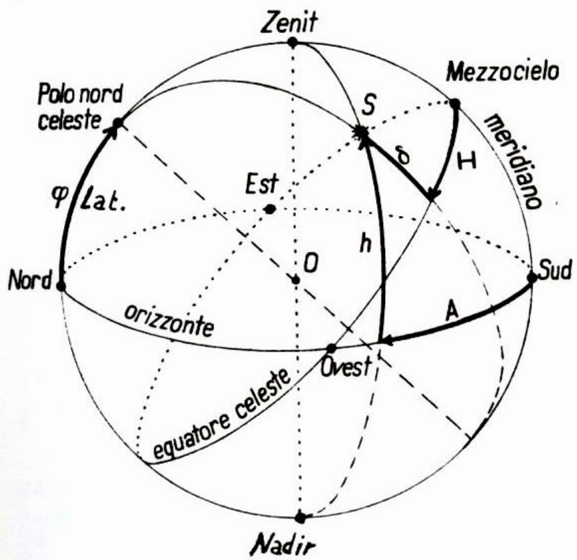
δ = *Declinazione:* definita come sopra.

H = *Angolo Orario:* distanza angolare, misurata sull'equatore celeste in senso orario, dal mezzocielo M (punto di intersezione tra il meridiano del luogo e l'equatore celeste) all'intersezione tra equatore celeste e circolo massimo passante per il polo celeste e l'astro.

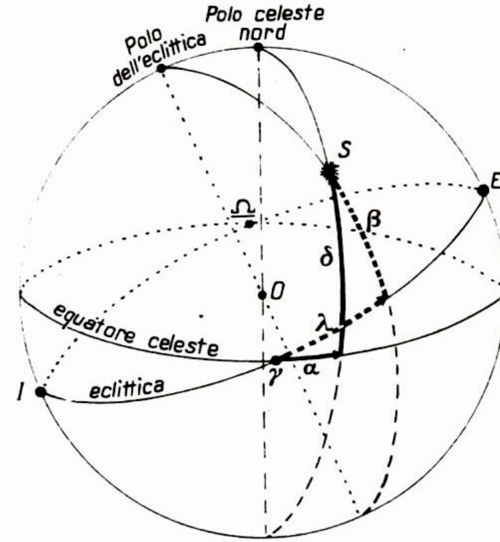
L'angolo orario di un astro varia nel tempo a causa del moto di rotazione della Terra. Esso è legato all'ascensione retta della formula:

$$H = TS - \alpha$$

dove TS è il tempo siderale locale per l'istante considerato



Rappresentazione sulla sfera celeste delle coordinate altazimutali (h, A) ed orarie (δ, H).



Rappresentazione sulla sfera celeste delle coordinate equatoriali celesti (δ, AR) ed eclittiche (β, λ).

TRASFORMAZIONI DI COORDINATE

Il sistema di coordinate orarie e quello altazimutale sono legati dalle seguenti relazioni:

$$\begin{aligned}
\cos h \cos A &= \cos\delta \cos H \sin\varphi - \sin\delta \cos\varphi \\
\cos h \sin A &= \cos\delta \sin H \\
\sin h &= \cos\delta \cos H \cos\varphi + \sin\delta \sin\varphi
\end{aligned}$$

e inversamente:

$$\begin{aligned}
\cos\delta \cos H &= \cos h \cos A \,\mathrm{sing}\,\varphi + \sin h \cos\varphi \\
\cos\delta \cos H &= \cos h \sin A \\
\sin\delta &= \sin h \sin\varphi - \cos h \cos A \cos\varphi
\end{aligned}$$

indicando con φ la latitudine geografica dell'osservatore.

Relazione tra il Sistema di Coordinate Altazimutali e il Sistema di Coordinate Equatoriali

Il primo è il sistema Altazimutale le cui coordinate sono l'Azimut astronomico *Az*, misurato partendo dalla direzione del Nord astronomico e ruotando positivamente in senso orario verso il punto cardinale Est e l'Altezza angolare *h* rispetto al cerchio dell'orizzonte astronomico locale, il quale corrisponde esattamente alle condizioni di osservazione di un individuo posto ad una latitudine pari a φ che osserva un determinato astro. Il secondo sistema è quello Equatoriale le cui coordinate sono l'Ascensione Retta AR contata positivamente dal punto γ (il punto dove si trova il Sole all'Equinozio di primavera) e la declinazione δ contata tra -90° e +90° lungo il meridiano astronomico partendo dal cerchio dell'equatore celeste, proiezione dell'equatore terrestre sulla Sfera Celeste. Le formule di passaggio tra i due sistemi sono quelle di Eulero e sono le seguenti:

$$\sin(h) = \sin(\delta)\,\sin(\varphi) + \cos(\delta)\,\cos(\varphi)\,\cos(H)$$

$$\cos(Az) = [\sin(\delta) - \sin(\varphi)\,\sin(h)] / [\cos(\varphi)\,\cos(h)]$$

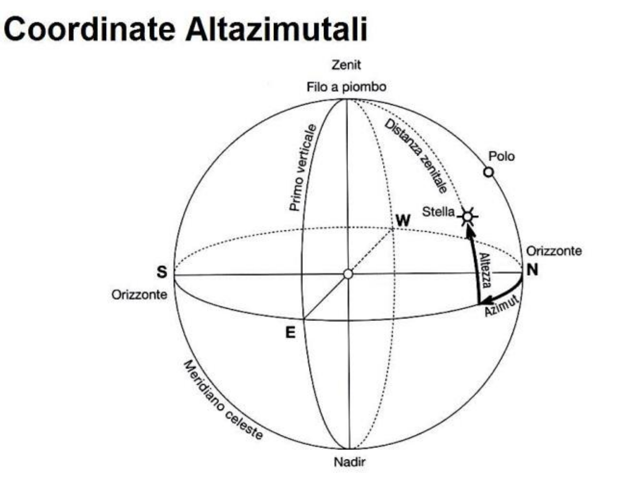
in cui *H* è l'angolo orario dell'astro.

Il rilievo archeoastronomico di un sito archeologico viene sempre eseguito nel sistema di coordinate altazimutali.

Si misurano:

Azimut (Az)

Altezze Angolari (ho)

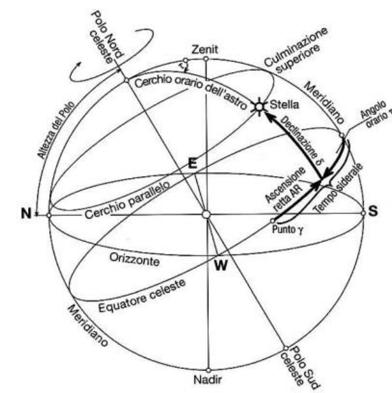


per ogni singolo allineamento

I calcoli astronomici vanno invece eseguiti nel Sistema Equatoriale

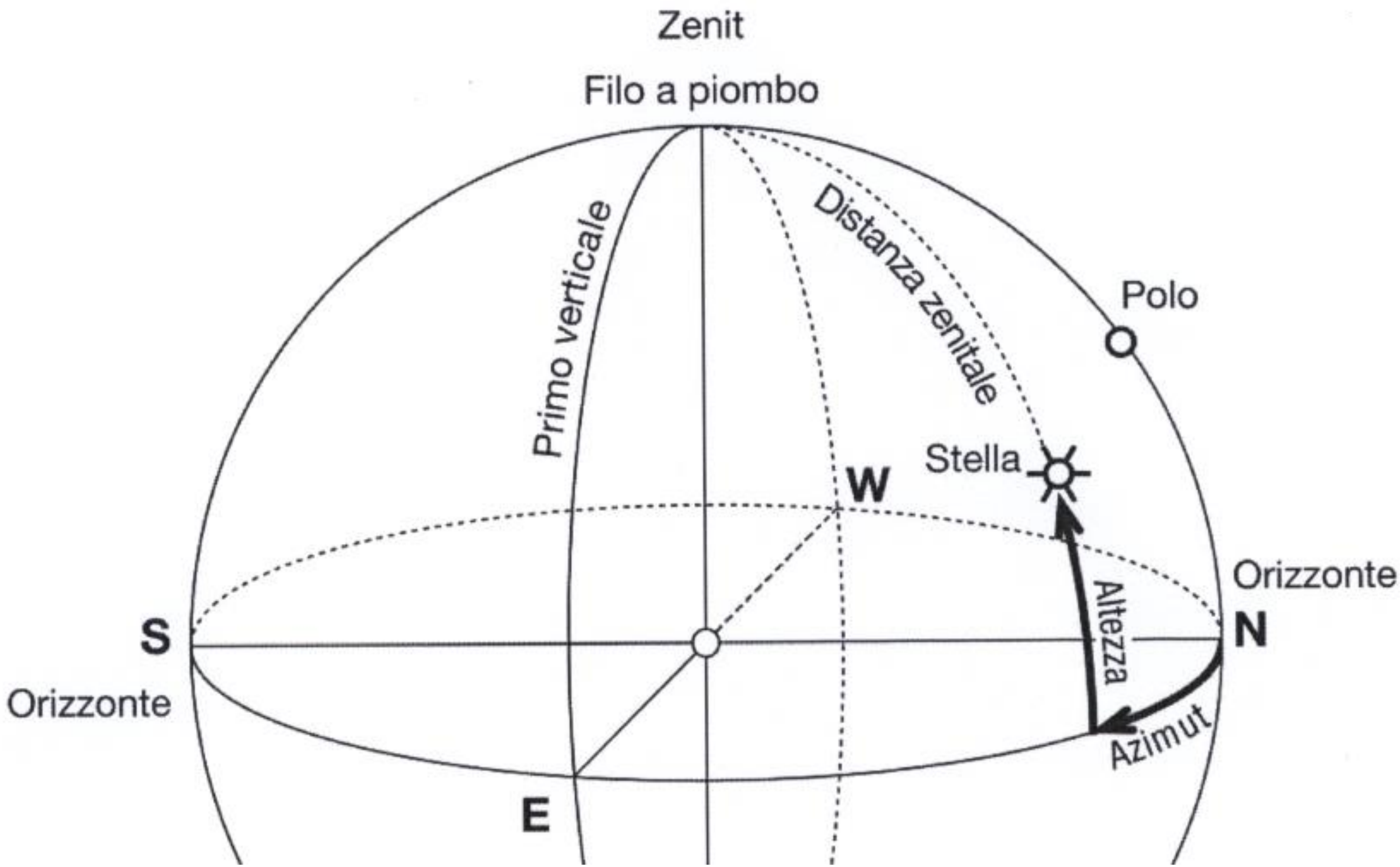
Ascensione Retta (α)
Declinazione (δ)

Coordinate Equatoriali



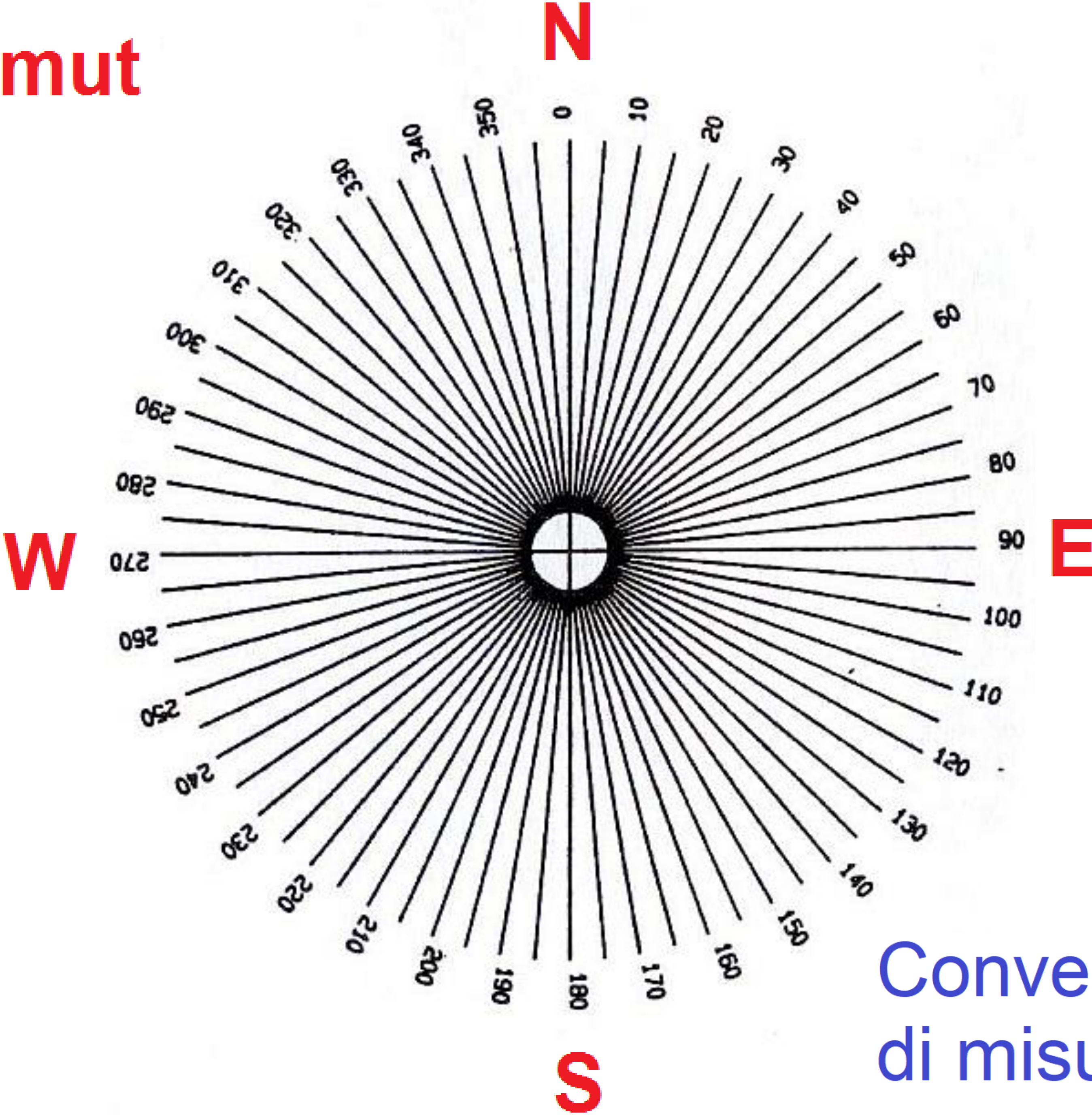
per ogni singolo allineamento

Altezza e Azimut



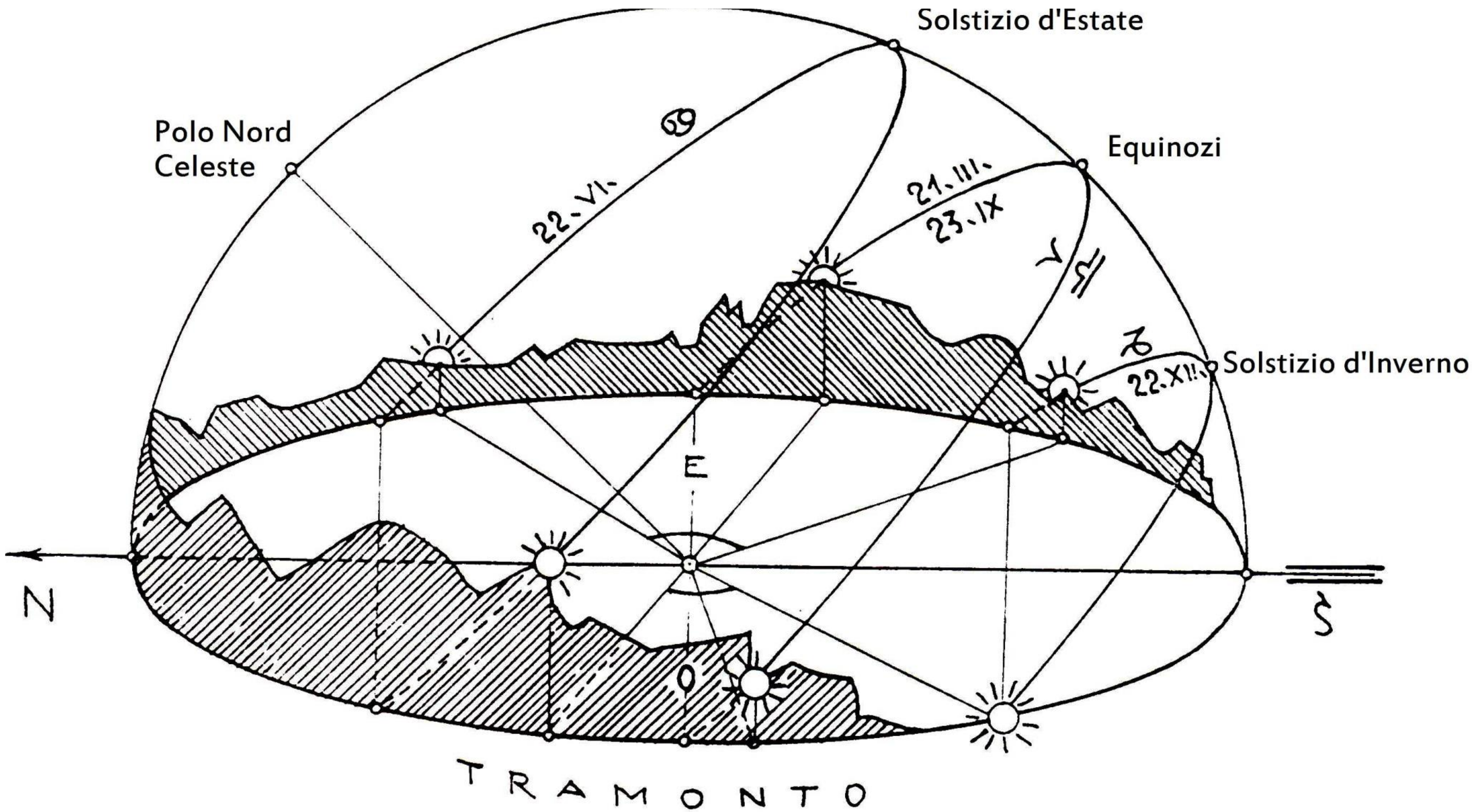
sistema di coordinate altazimutali.

Azimut



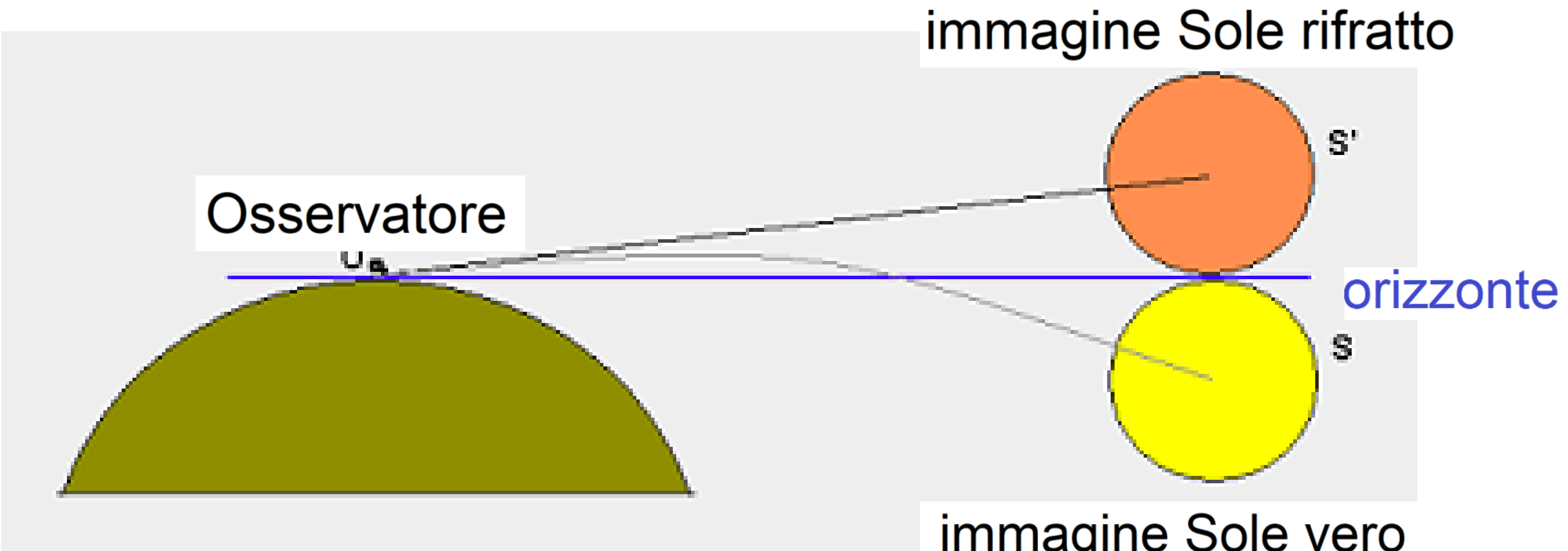
Convenzione di misura

Il rilievo dell'Altezza Angolare Apparente (ho) dell'Orizzonte Naturale Locale ripetto all'Orizzonte Astronomico Locale (ho=0) è fondamentale.



Traiettorie apparenti del Sole in una località alpina

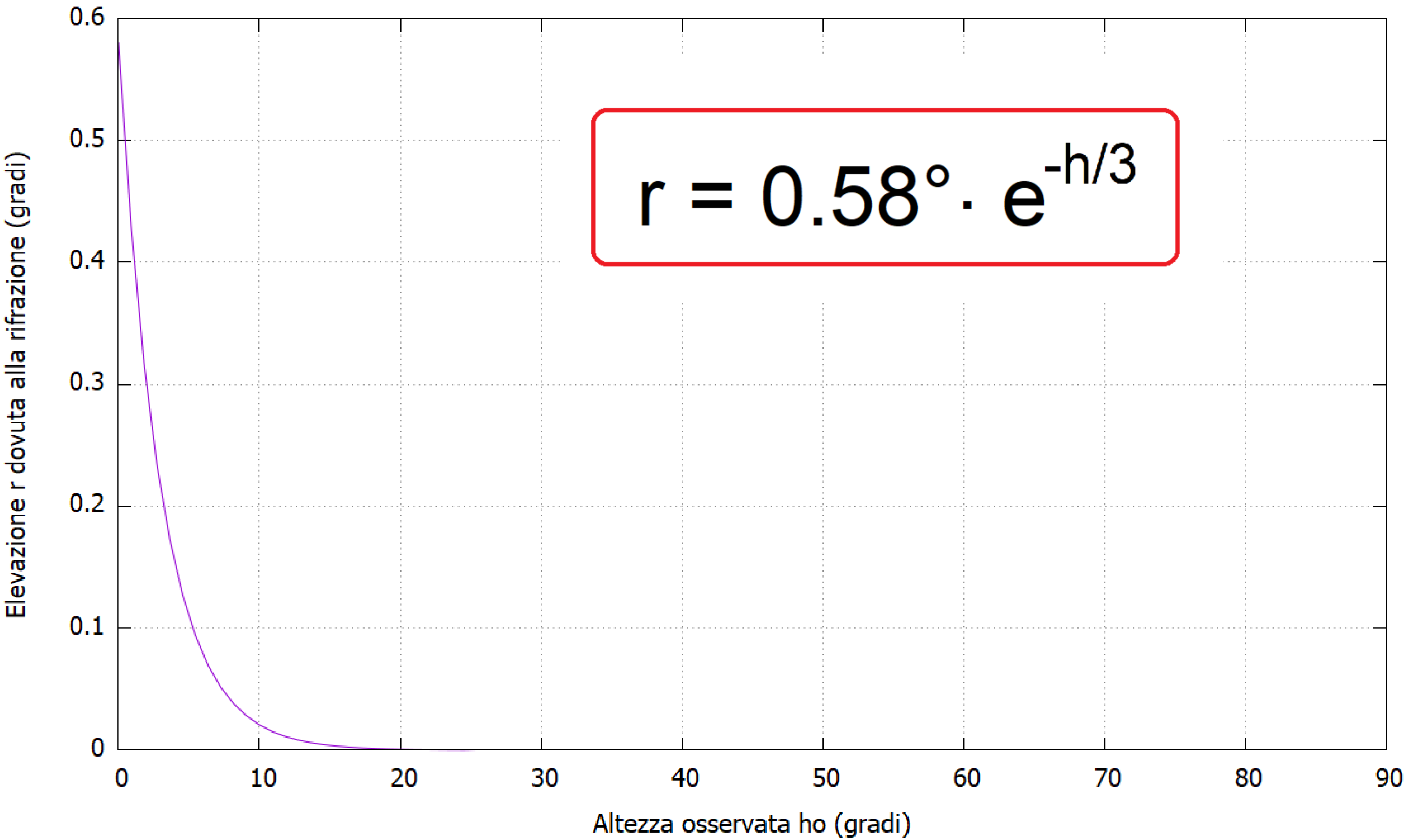
Orizzonte Apparente = Orizzonte Vero + gli effetti della Rifrazione Atmosferica



h(Sole rifratto) > h(Sole vero)

La Rifrazione Atmosferica fa vedere l'orizzonte più alto di quello che è veramente.

Incremento r dell'altezza dovuta alla rifrazione



Correzione delle altezze per la rifrazione atmosferica

$$r = 0.58° \cdot e^{-h_o/3}$$

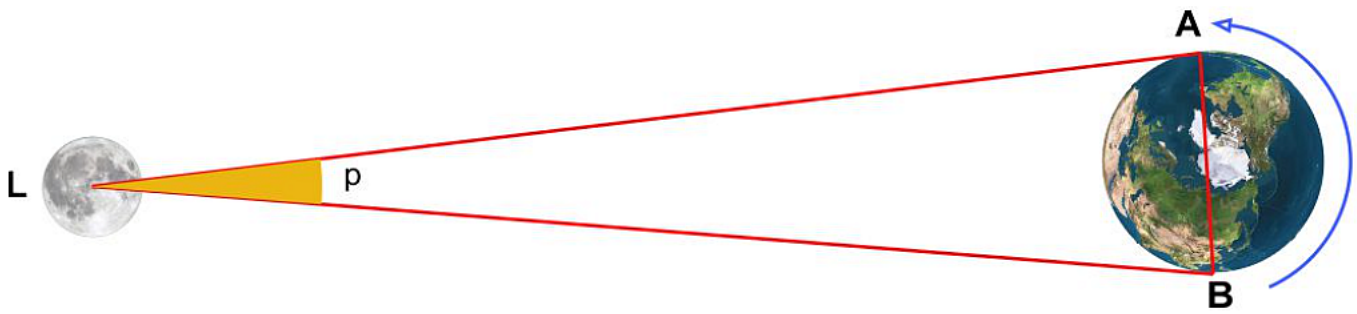
$$h_{vera} = h_o - r$$

(in gradi)

h_o = altezza angolare misurata

Parallasse

Dipende da quanto l'astro è vicino alla Terra



Questo schema rappresenta la Terra e la Luna non proporzionate per evidenti motivi. Due osservatori A e B si trovano alla massima distanza possibile tra loro in due punti diametralmente opposti del pianeta. Se confrontano le loro osservazioni simultanee scopriranno una sensibile differenza di posizione della Luna rispetto alle stelle di sfondo, pari all'angolo p.

La notevole *base* del triangolo parallattico AB è tale da produrre un effetto di parallasse nell'osservazione dei corpi celesti più vicini come la Luna, i pianeti interni e il Sole. Essi presentano un angolo di parallasse misurabile anche con strumenti non molto sofisticati. Le stelle invece, a causa della loro grande distanza rispetto alla base AB, non subiscono alcun effetto di parallasse. Gli esempi riportati in questa pagina si riferiscono alla Luna per il semplice fatto che il nostro satellite naturale è il corpo celeste più vicino, quello che subisce un effetto di parallasse molto evidente, che potrebbe essere verificato anche confrontando tra loro due osservazioni ad occhio nudo.

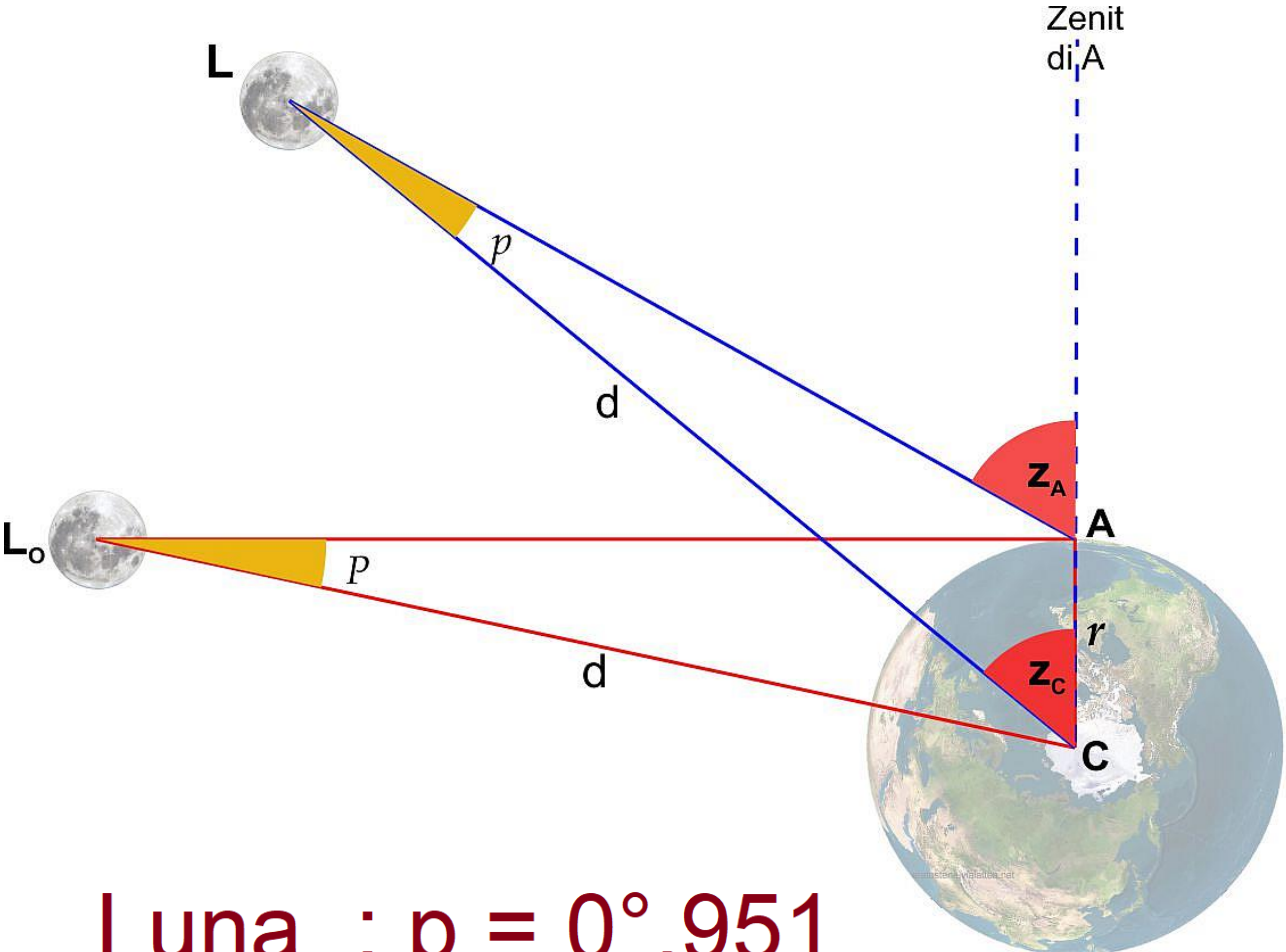
Correzione delle altezze

$$h_{vera} = h_{\circ} - r + p$$

$h_{\circ}$ = altezza angolare misurata

Luna : $p = 0°.951$
Sole : $p = 0°.002$
Stelle : $p = 0°$

(in gradi)



Luna : p = 0°.951

Il Rilievo Archeoastronomico

Strumenti per il Rilievo Archeoastronomico

Quale strumento utilizzare per eseguire i rilievi?

a) Dipende dal sito archeologico da rilevare

- a.1) Accessibilità
- a.2) Complessità
- a.3) Estensione

b) Che tipo di allineamenti devo misurare?

- b.1) Allineamenti lunghi (resti di edifici)
- b.2) Allineamenti corti (tombe)
- b.3) Esatti
- b.4) Simbolici

c) Quale precisione voglio raggiungere?

- c.1) Usuale per l'Archeoastronomia (1°)
- c.2) Elevata precisione (...datazione)

Attenzione allo strumento che si utilizza per il rilievo archeoastronomico del sito...

Bussola Topografica e(Az) = ±0°,25

Squadro Cilindrico e(Az) = ±0°,045

Teodolite e(Az) = ±0°,005

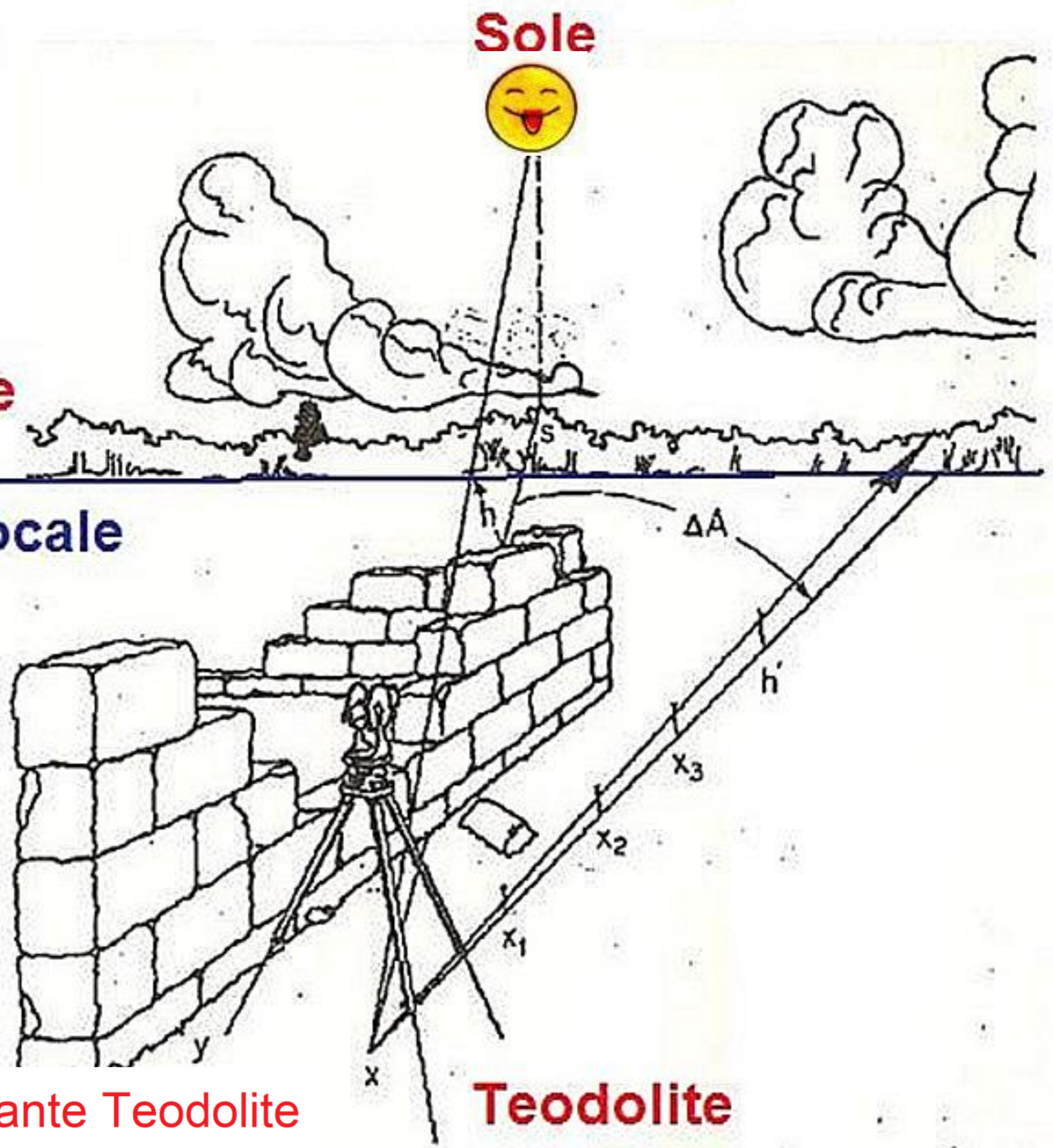
ΔA = angolo orizzontale
h = altezza skyline

Azimut (Az)
Altezze Angolari (ho)

Orizzonte naturale locale (Skyline)

Orizzonte astronomico locale

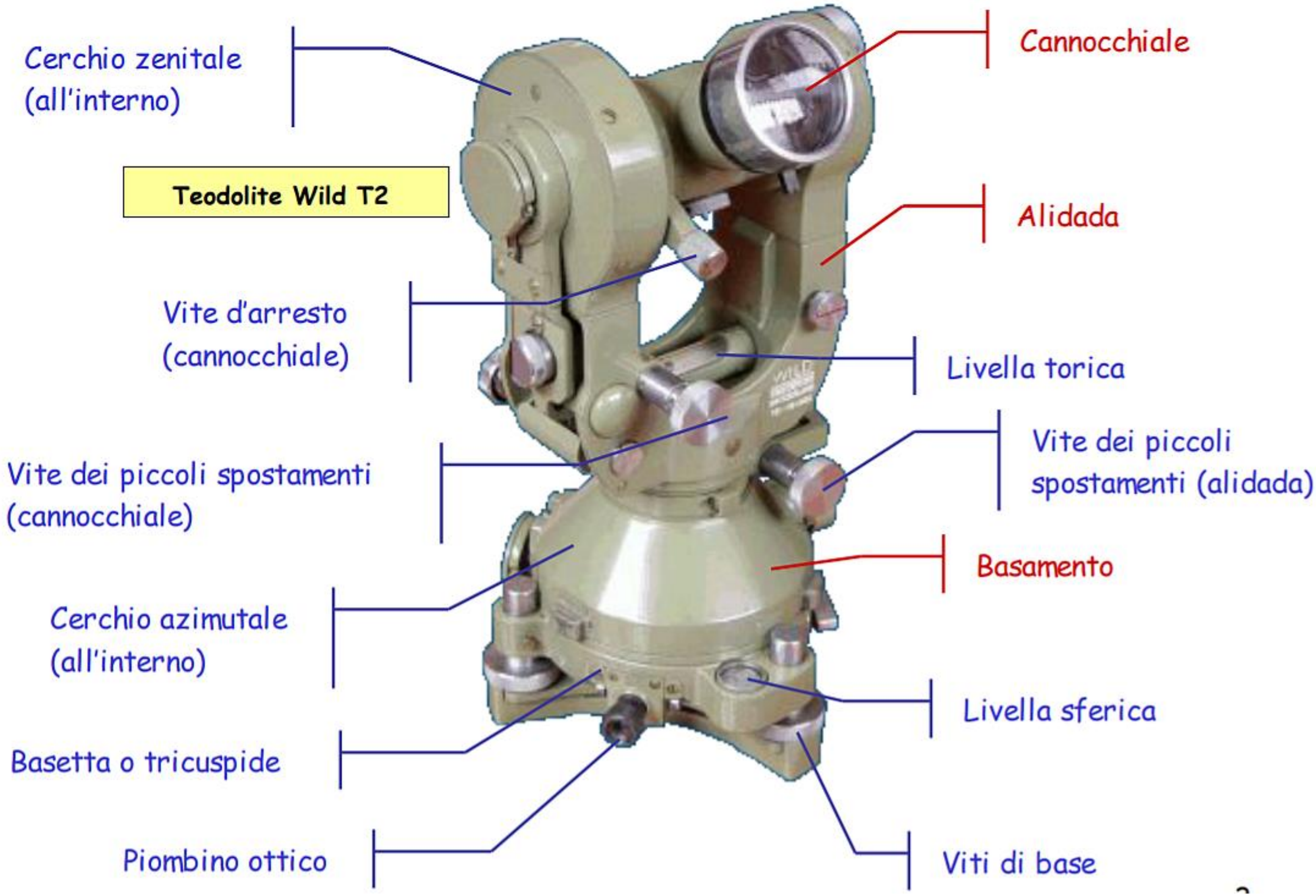
Elemento architettonico da rilevare



Rilievo di un allineamento mediante Teodolite

Teodolite Zeiss Theo10

Teodolite Wild T2

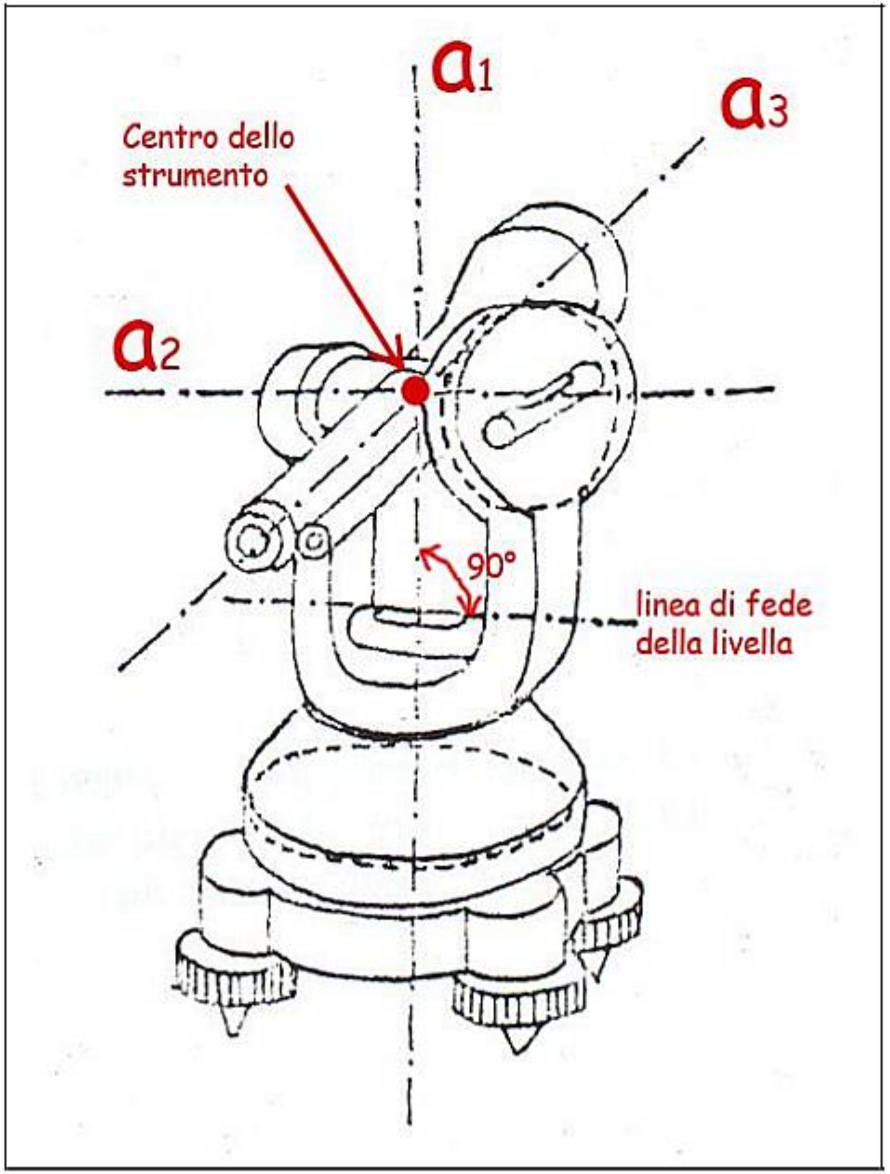


ASSI DEL TEODOLITE

Nel teodolite si individuano tre **assi** fondamentali (v. figure):

- *Asse* **generale** o **principale** (a_1) : asse meccanico attorno a cui ruota l'alidada; deve essere reso verticale agendo sulle viti di base e osservando le livelle;
- *Asse* **di rotazione** (a_2) : asse meccanico attorno a cui ruota il cannocchiale; deve essere perpendicolare all'asse principale, in modo da risultare orizzontale quando il primo è verticale;
- *Asse* **di collimazione** o *linea di mira* (a_3) : asse definito otticamente all'interno del cannocchiale; deve essere perpendicolare all'asse secondario, in modo da descrivere un piano verticale quando il cannocchiale ruota.

I tre assi del teodolite devono incontrarsi in un punto, detto **centro dello strumento**.

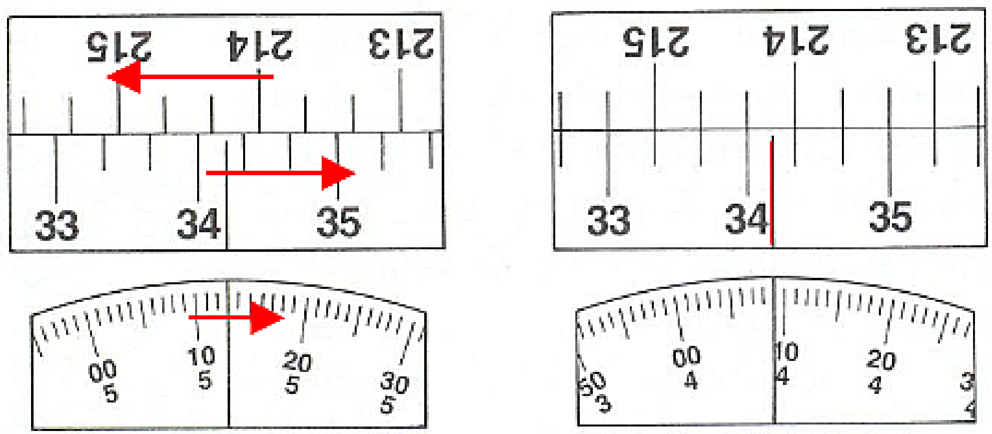


Teodolite Wild T2

micrometro a coincidenza di immagini

Il microscopio di lettura ha due obiettivi in posizione diametralmente opposta sul cerchio. Il micrometro agisce su *due lamine pianparallele controrotanti* che fanno scorrere le immagini dei due lembi opposti del cerchio in due direzioni opposte.

Le due immagini vengono contemporaneamente inviate all'oculare ed appaiono nel modo seguente:



(a) prima della coincidenza

(b) dopo la coincidenza

La lettura si effettua ruotando il micrometro fino a che non si ottiene la coincidenza delle due immagini dei lembi opposti del cerchio. In questo modo si effettua automaticamente, per via ottico-meccanica, una *media delle letture ai 2 indici diametralmente opposti* (che elimina l'*errore di eccentricità del cerchio*, v. seguito).

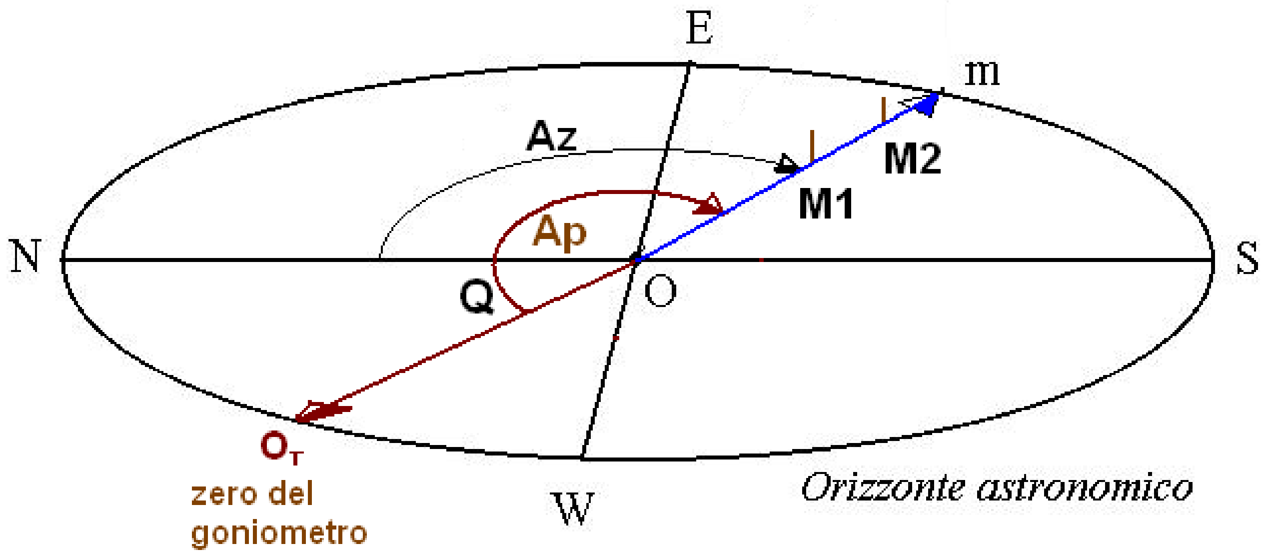
La figura mostra ciò che appare in un microscopio di lettura prima della coincidenza (a) e a coincidenza avvenuta (b). La lettura corrispondente sarà pari a 34°14'09" (34°10' sulla scala principale -letti sull'indice del reticolo evidenziato in rosso- a cui vanno aggiunti 4' 09" che si leggono sulla scala micrometrica).

Rilievi Planimetrici

Località: .... Operatore: ....

Strumento: .... Data: ....

Battuta No.	Punto di Stazione	Punto di Collimazione	Letture al Cerchio Orizzontale (Hz)	Letture al Cerchio Verticale (V)	Azimut Az	Altezza ho
....	....	....	....	....	....	....
....	....	....	....	....	....	....
....	....	....	....	....	....	....
....	....	....	....	....	....	....
....	....	....	....	....	....	....
....	....	....	....	....	....	....
....	....	....	....	....	....	....
....	....	....	....	....	....	....
....	....	....	....	....	....	....
....	....	....	....	....	....	....
....	....	....	....	....	....	....
....	....	....	....	....	....	....
....	....	....	....	....	....	....
....	....	....	....	....	....	....
....	....	....	....	....	....	....
....	....	....	....	....	....	....
....	....	....	....	....	....	....
....	....	....	....	....	....	....
....	....	....	....	....	....	....
....	....	....	....	....	....	....
....	....	....	....	....	....	....



Az = Azimut Astronomico (da determinare)
Ap = Angolo Orizzontale (misurato)

Calibrazione:

$$\boxed{Az = Ap - Q}$$

Calcolo dell'altezza angolare apparente dell'orizzonte naturale locale visibile da un certo luogo

Sia P1 il punto di stazione, posto a quota altimetrica q1 e P2 il punto di collimazione posto a quota altimetrica q2, posti ad una distanza planimetrica d tra loro, l'altezza angolare apparente ho corretta per la rifrazione e la curvatura terrestre è data da:

$$\boxed{ho = S - r}$$

dove:

$$\boxed{S = \operatorname{atan}\left(\frac{q_2 - q_1}{d} - \frac{d}{2R}\right)}$$

e:

$$\boxed{r = 0{,}58 \cdot e^{(-H/8400)} \cdot e^{(-S/3)}}$$

$$\boxed{H = \frac{q_2 + q_1}{2}}$$

Il significato dei simboli utilizzati è ilseguente:

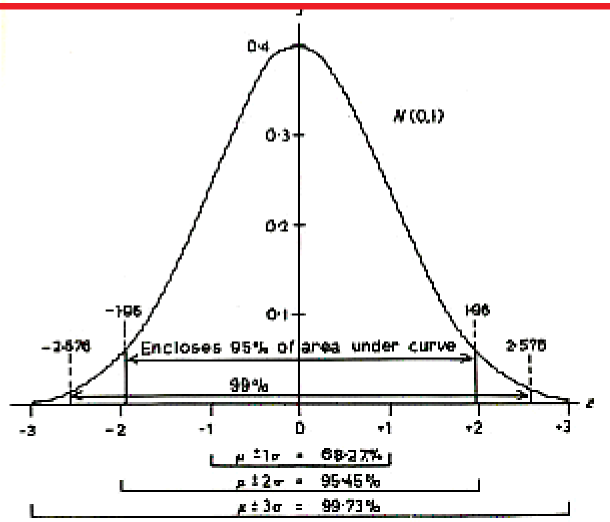
S = altezza (°) dell'orizzonte sul piano
r = angolo di rifrazione
H = altezza s.l.m. in metri
q_2 = quota altimetrica (slm) del punto di collimazione
q_1 = quota altimetrica (slm) del punto di stazione
d = distanza planimetrica tra il punto di stazione ed il punto di collimazione
ho = altezza angolare corretta per la rifrazione
R = raggio medio di curvatura della Terra (R=6370000 metri)

La presente procedura è approssimata in quanto la Terra è supposta sferica e di raggio medio pari a 6370 Km. Per una migliore approssimazione può essere utilizzato il raggio locale Ro dell'ellssoide WGS84, variabile con la latitudine geografica del punto P1. La presente approssimazione è accurata entro una distanza d<300 Km tra P1 e P2.

Quante misure eseguire?

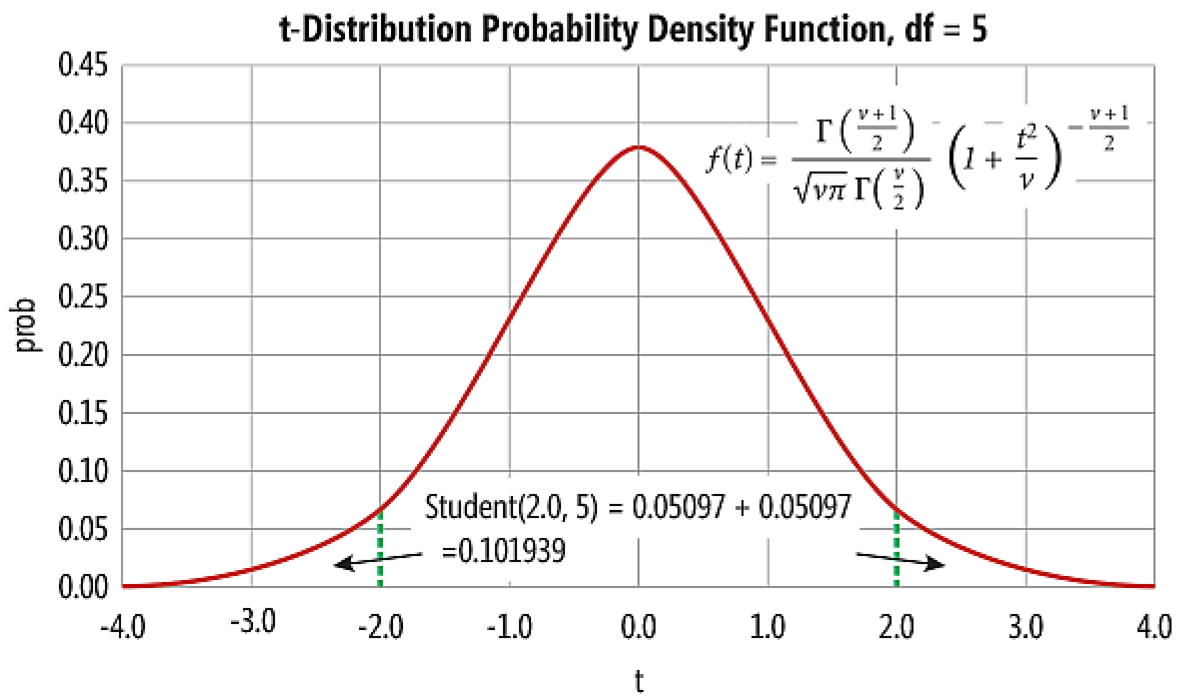
Il maggior numero possibile .... (in teoria)

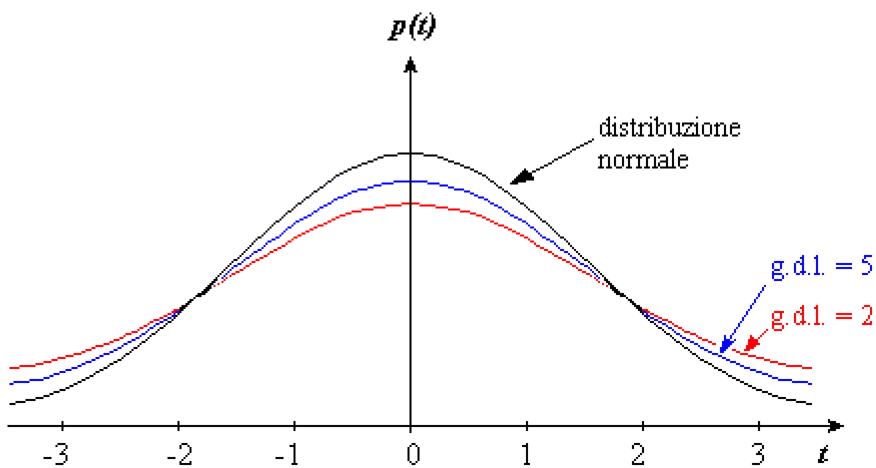
N=30 per rispettare il Teorema del Limite Centrale
distribuzione di probabilità Gaussiana



in pratica bastano 12 misure (indipendenti)

N<12: distribuzione t-Student





Confronto tra la distribuzione Normale e t-Student

Squadro Cilindrico Graduato Salmoiraghi

Squadro Cilindrico Graduato Salmoiraghi

Squadro Cilindrico Graduato Salmoiraghi

Incertezza sugli angoli orizzontali misurati mediante lo Squadro Cilindrico Graduato Salmoiraghi

Il nonio dello squadro cilindrico graduato Salmoiraghi permette la lettura di un angolo orizzontale Hz accurato a 5 cc cioè:

$$v = 0{,}05 \text{ gons, pari a: } v = 0°{,}045.$$

Eseguendo una singola misura, l'accuratezza e(Hz) attesa è quindi pari a:

$$\boxed{e(Hz) = \pm\, v/2}$$

in termini numerici:

$$e(Hz) = 0{,}025 \text{ gon} \qquad \text{oppure:} \qquad e(Hz) = 0°{,}0225$$

Nel caso si eseguano N misure dello stesso angolo orizzontale ciacuna indipendente dalle altre, l'accuratezza attesa è pari a:

$$\boxed{e_N(Hz) = \pm \frac{v}{2\sqrt{N}}}$$

vale a dire:

$$\boxed{e_N(Hz) = \frac{0{,}025}{\sqrt{N}} \text{ gon}}$$

oppure:

$$\boxed{e_N(Hz) = \frac{0°{,}0225}{\sqrt{N}}}$$

Questi valori si riferiscono all'incertezza minima ottenibile per un osservatore perfetto in condizioni ideali, in realtà eseguendo la media di N misure indipendenti si otterrà una barra d'errore di entità maggiore rispetto ai valori indicati.

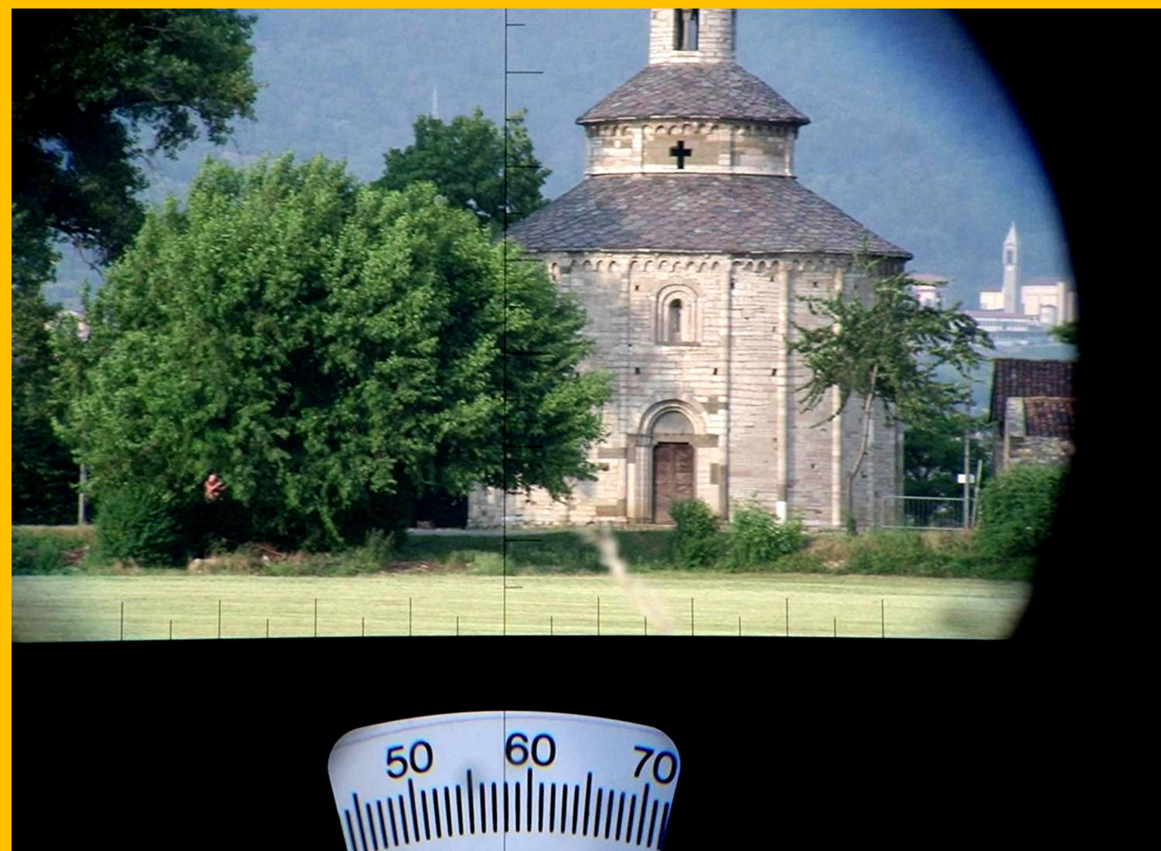
Tipi di bussole adatte per il rilievo archeoastronomico dei siti archeologici

Bussola topografica
Wilkie mod. 9610

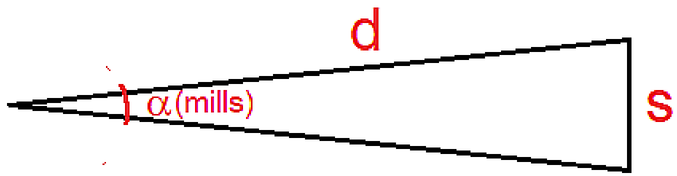
Bussola Tacheometrica

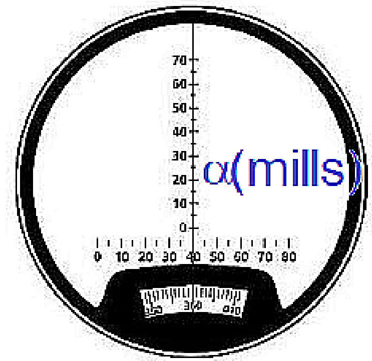
Bussola Keen

Binocolo da rilevamento marino
Nikon 7x50 CF WP




50
60
70





s = dimensione dell'oggetto (metri)
d = distanza dell'oggetto (metri)
α(mills) = angolo misurato con il binocolo (mills)

$$d = 1000 \cdot \frac{s}{\alpha(\text{mills})} \quad \text{metri}$$

$$s = \frac{d}{1000} \cdot \alpha(\text{mills}) \quad \text{metri}$$

1 mil = 1 metro a 1000 metri


Nikon
7x50 7.2° CF WP
COMPASS
Nikon


Nikon


6X42

Altezza angolare

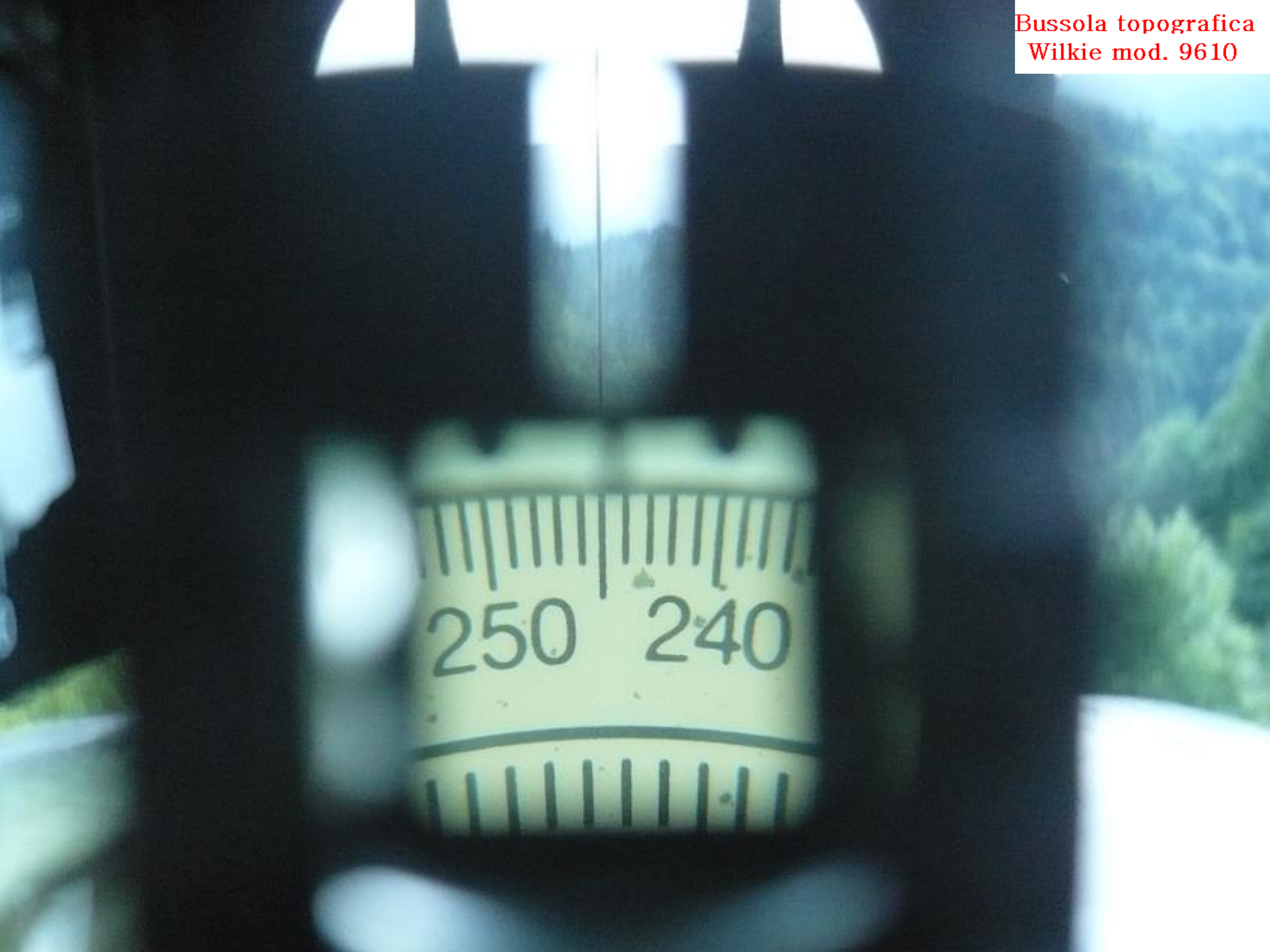
graduazione :10 mills

1 mil = angolo sotteso da 1 metro a 1000 m

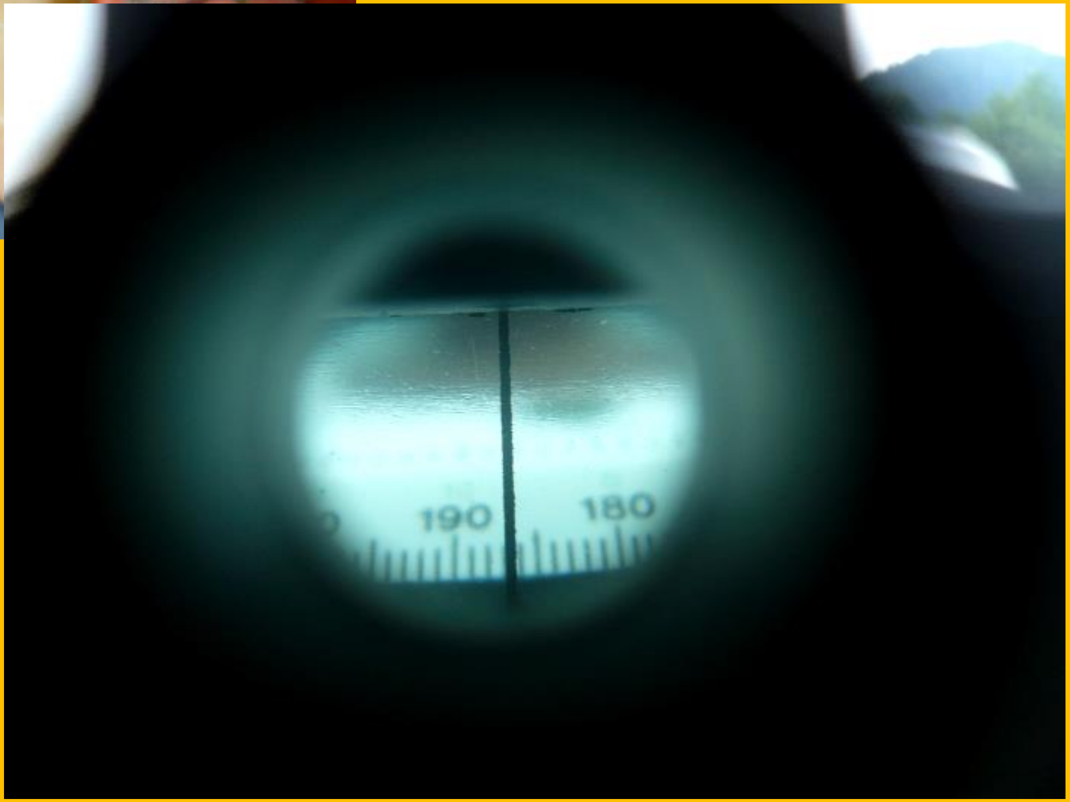
1 mil = 0°.0573

Azimut Magnetico

graduazione: 1 grado sessagesimale



Bussola topografica
Wilkie mod. 9610



Bussola topografica
Wilkie mod. 9610

Durante il rilievo archeoastronomico di un sito archeologico eseguito utilizzando una bussola topografica di precisione (generalmente di tipo prismatico ad armilla mobile) possono essere applicate due possibili modalità operative. La prima prevede l'utilizzo della bussola tenuta direttamente in mano durante le collimazioni, mentre la seconda prevede l'utilizzo di uno stativo (non ferromagnetico) che sostiene la bussola. In questo caso si raggiunge una maggior precisione di misura. Generalmente l'armilla della bussola possiede una divisione in unità angolari (1° oppure 0°,5 o altro) detta "granularità" e indicata con "g". A seconda della granularità della bussola e della modalità operativa adottata durante il rilievo archeoastronomico si possono raggiungere due differenti livelli di accuratezza.

Bussola Topografica Wilkie mod. 9610.

In generale si avrà che l'errore e(Am) commesso su una singola misura di azimut magnetico sarà:

$$\boxed{e(Am) = \frac{1}{2}\,g}$$ bussola tenuta in mano

$$\boxed{e(Am) = \frac{1}{6}\,g}$$ bussola montata su stativo

con: g = granularità = intervallo di divisione dell'armilla

In generale la Funzione Densità di Probabilità f(Am) associata alle misure di azimut magnetico sarà:

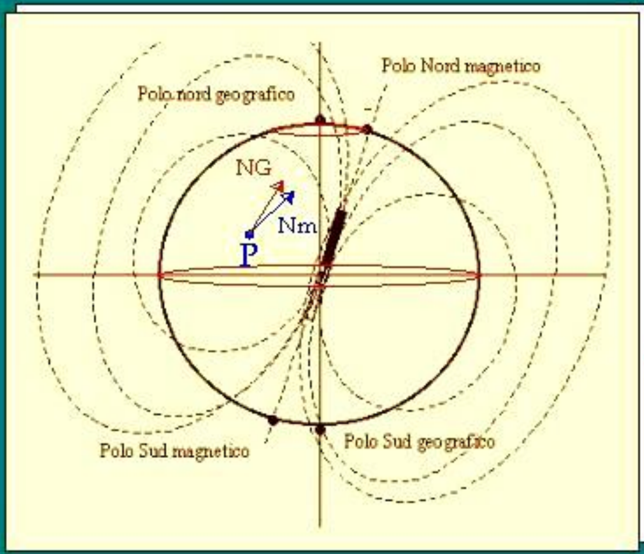
$$\boxed{f(Am) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\, e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{(Am - Ao)}{\sigma}\right)^2}}$$

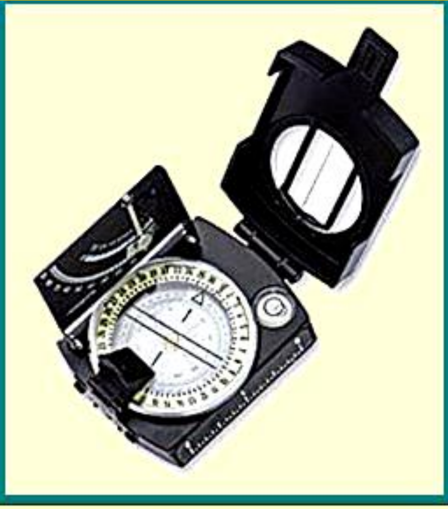
dove la deviazione standard σ vale: $\boxed{\sigma = e(Am)}$

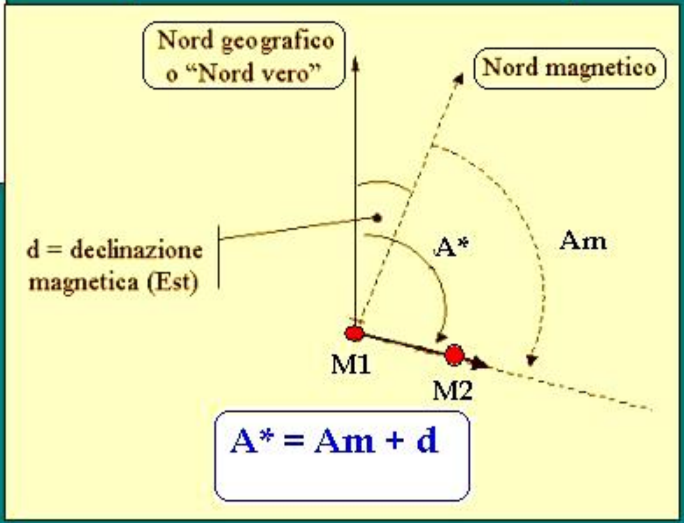
Allora in generale la formulazioni della p.d.f. diventa:

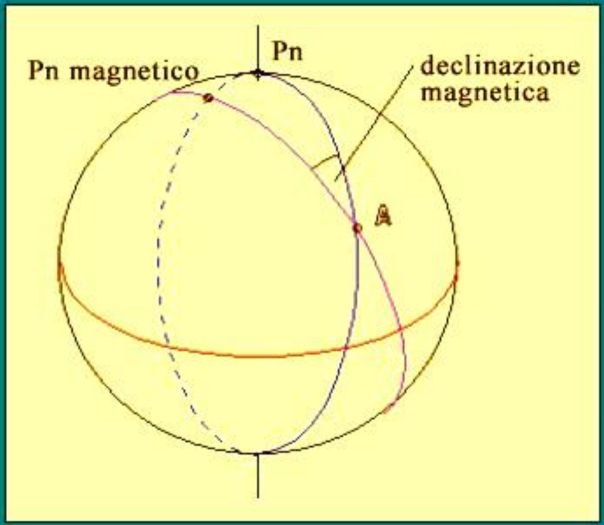
$$\boxed{f(A) = \frac{1}{g}\sqrt{\frac{2}{\pi}}\, e^{-\frac{2}{g^2}(Am-Ao)^2}}$$

in cui Am è l'azimut magnetico misurato e Ao è l'azimut magnetico vero.



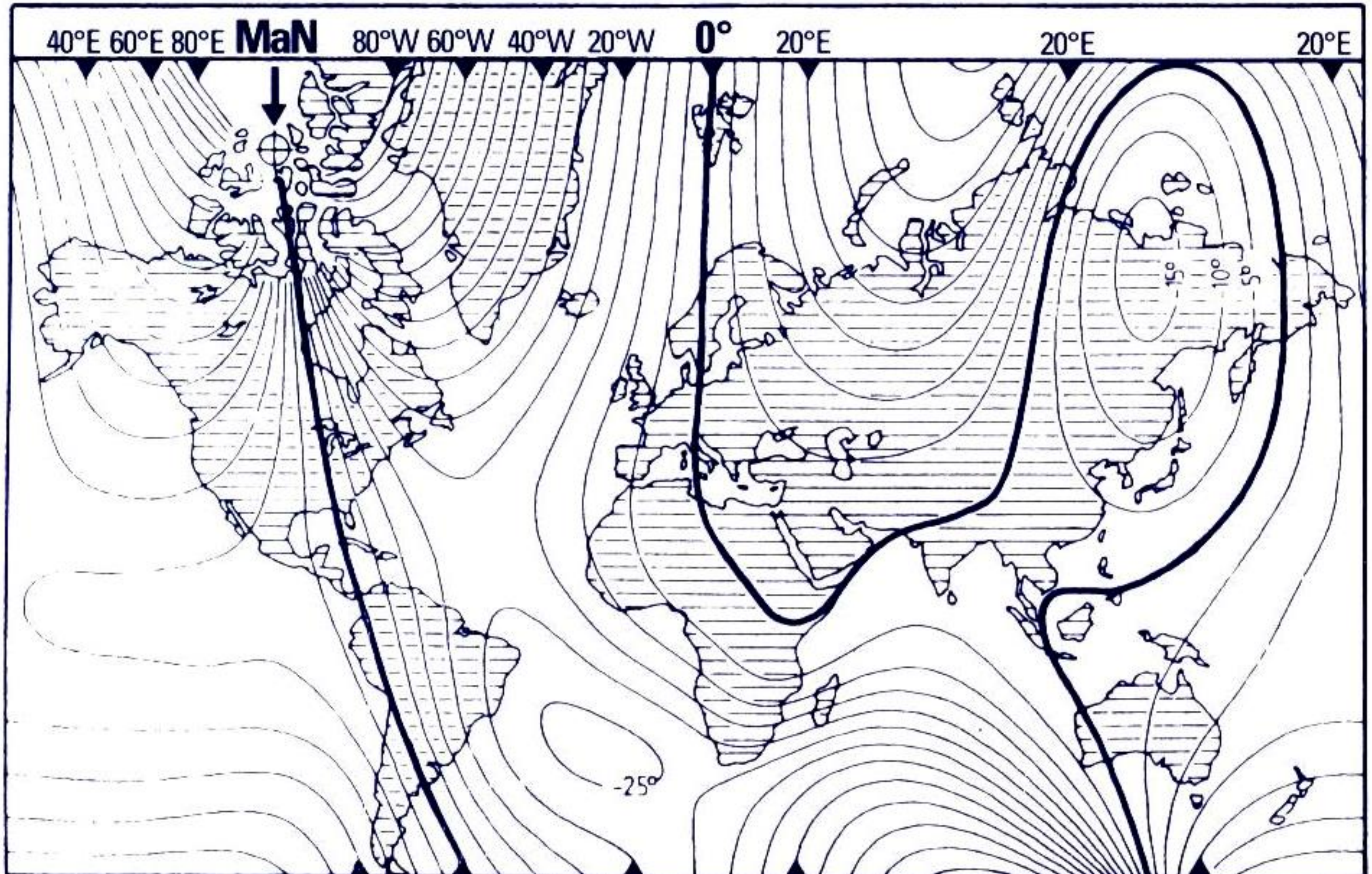




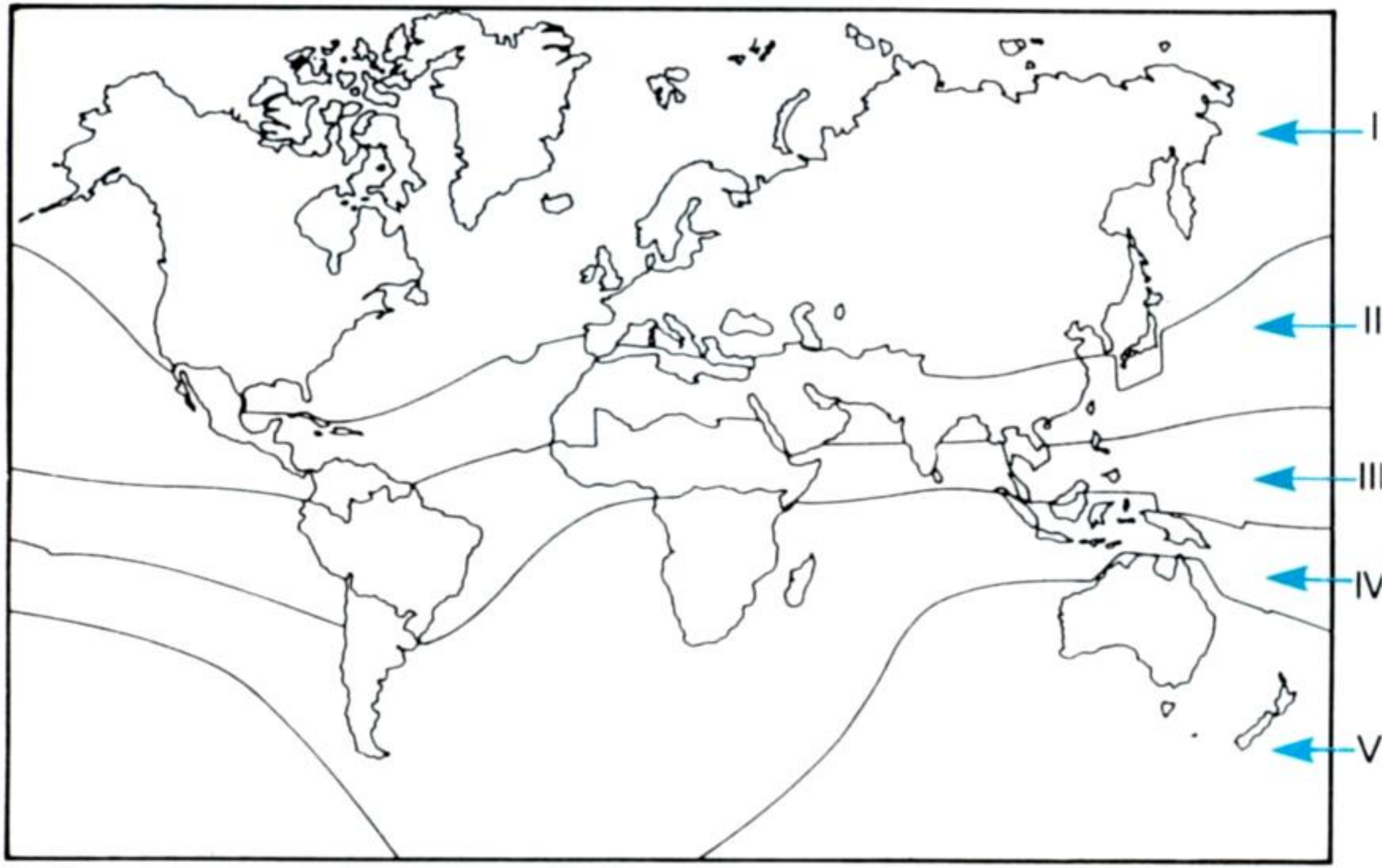


Rilevamento dell'Azimut Magnetico di una direzione M1-M2

Declinazione Magnetica

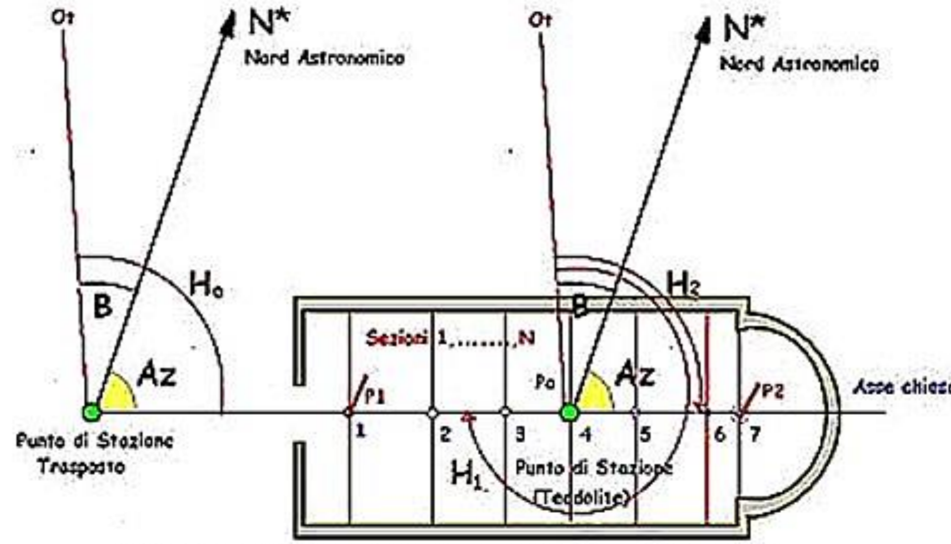


Zone magnetiche



Misura dell'azimut astronomico di orientazione della navata di una chiesa ad aula rettangolare mediante centramento forzato

Bussola topografica
Wilkie mod. 9610



1, 2, 3,... N = punti di mezzeria delle sezioni S1, S2,...,Sn della chiesa.

Az = Azimut astronomico di orientazione dell'asse della chiesa
$H_{1,2}$ = Angolo orizzontale dell'asse della chiesa indicato dal teodolite
B = Angolo orizzontale della direzione del meridiano astronomico rispetto allo "zero" del C.O. del teodolite (determinato per calibrazione usando una base GPS, oppure per collimazione del Sole)
Po = Punto di stazione interno alla chiesa, sull'asse geometrico della navata
P1,P2 = Paline dei punti di collimazione sull'asse geometrico della navata
H1 = Angolo orizzontale misurato collimando la palina P1
H2 = Angolo orizzontale misurato collimando la palina P2
Ho = Angolo orizzontale compensato, dell'asse della navata della chiesa

$$Ho = \frac{1}{2}(H1 + H2) - 90°$$

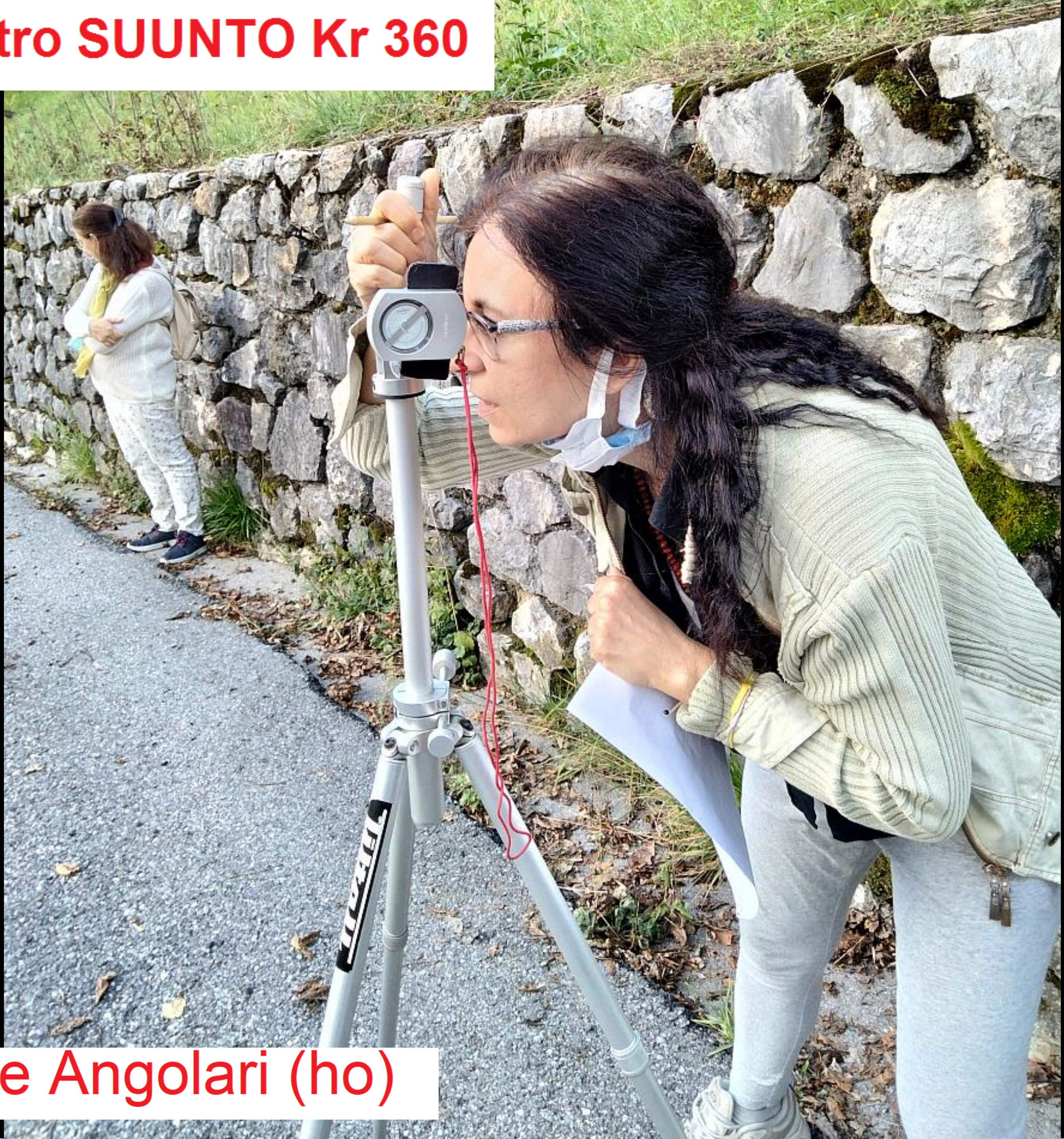
$$\overset{*}{Az} = Ho \pm B$$

$\overset{*}{Az}$ = Azimut astronomico di orientazione dell'asse della navata della chiesa
B = Angolo di offset tra la direzione Ot dello zero del cerchio orizzontale del teodolite e quella del meridiano astronomico locale (direzione Nord). Se il Nord Astronomico è a destra di Ot allora B va sottratto da Ho, se N* è a sinistra di Ot allora B va sommato ad Ho.

Clinometro SUUNTO Kr 360

Altezze Angolari (ho)

Clinometro SUUNTO Kr 360



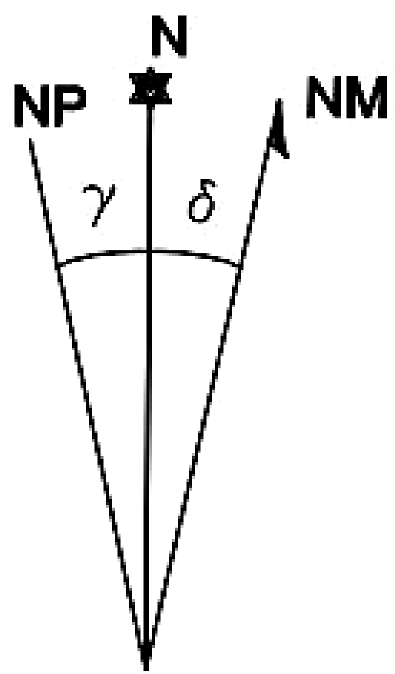
Altezze Angolari (ho)

Altezze Angolari (ho)

Clinometro SUUNTO Kr 360

DECLINAZIONE MAGNETICA, CONVERGENZA E MODULO DI DEFORMAZIONE LINEARE AL CENTRO DELLA SEZIONE

Declinazione magnetica 1985 δ = 0° 06'
Essa diminuisce annualmente
di circa 6' 00" = 1°°,8



NP=NORD PARAMETRATURA

N=NORD GEOGRAFICO

NM=NORD MAGNETICO

m = 0.999992

γ = -1° 31' 17"

la Calibrazione

Conversione degli angoli orizzontali (misurati) in azimut astronomici

Az(astro) = Angolo orizzontale + C

C = correzione (offset)

La Calibrazione richiede SEMPRE la misura dell'Azimut Astronomico (Geodetico) di una direzione di riferimento collimabile con lo strumento utilizzato per il rilievo archeoastronomico

La linea di riferimento può essere:

Topografica o Geodetica (Base GPS o ibrida)
Astronomica (direzione solare o stellare)

Cosa abbiamo misurato?

a) Angoli orizzontali

Squadro, Teodolite, vari goniometri

b) Azimut magnetici

Bussole topografiche e da rilevamento

c) Azimut geodetici

Sistemi GPS, GyroTeodolite

Calibrazione con il Sole

Calibrazione degli azimut magnetici mediante collimazione del Sole

Uno dei possibili metodi per calibrare gli azimut magnetici in modo da trasformarli nei corrispondenti astronomici è quello di eseguire la loro calibrazione utilizzando la misura dell'azimut megnetico del Sole ad un istante T e quello astronomico calcolato pe rlo stesso istante con le effemeridi.

Se Am(j) (j=1,...N) sono gli N azimut magnetici misurati in un sito archeologico astronomicamente significativo i corrispondenti astronomici Az(j) possono essere calcolati mediante il seguente metodo di calibrazione:

$$\boxed{Az(j) = Am(j) + Ds} \qquad \text{per } j=1,\ldots,N$$

dove Ds è dato da:

$$\boxed{Ds = A_{\odot} - Am_{\odot}}$$

in cui $A_{\odot}$ è l'azimut astronomico del Sole e $Am_{\odot}$ il suo corrispondente magnetico misurato nell'istante T.

Effemeridi

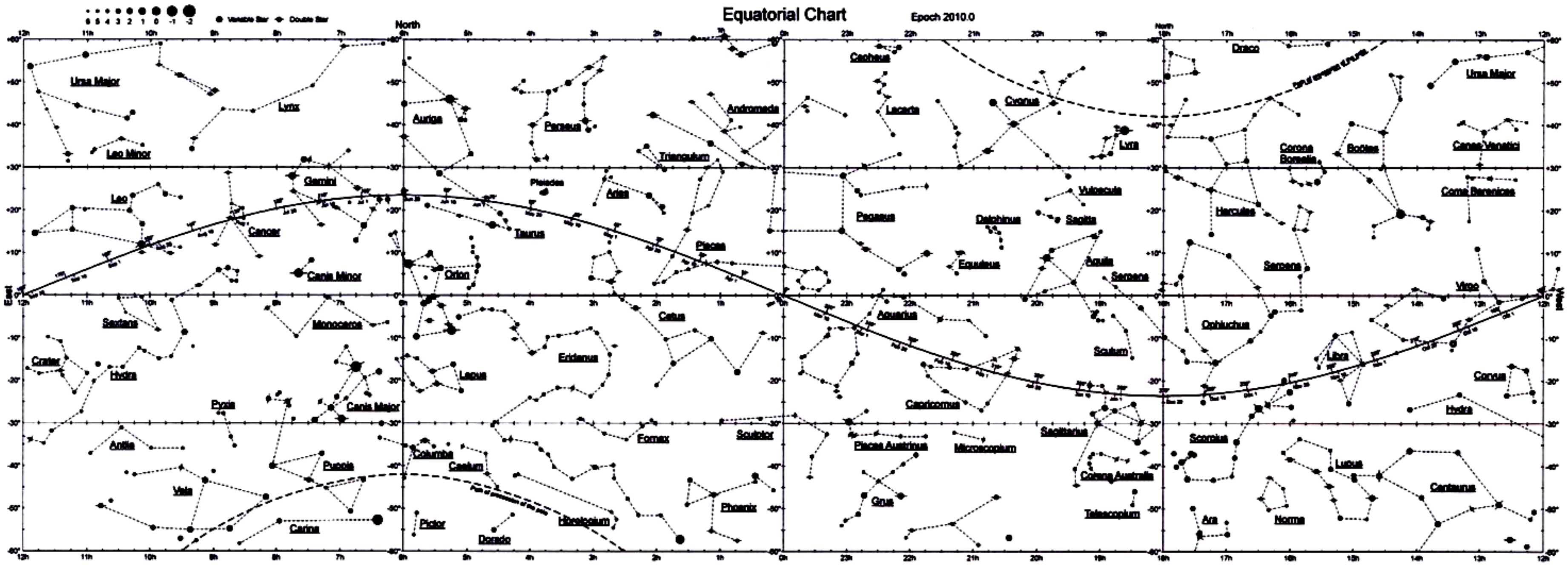
Calcolo della posizione di un certo astro sulla sfera celeste ad una data epoca.

Effemeridi

Effemeridi Geocentriche
Calcolate per il centro della Terra

Effemeridi Topocentriche
Calcolate per le coordinate geografiche del sito archeoastronomico

Eclittica



la traiettoria apparente del Sole durante l'anno

Effemeridi

COORDINATE DEL SOLE

Le formule seguenti forniscono le coordinate del Sole vero (oggetto fisico) visto dal centro della Terra (rimuovendo quindi gli effetti della rifrazione, aberrazione diurna e parallasse diurna) e l'equazione del tempo ET a una specificata epoca t. Per t compresa nell'intervallo di tempo dal 1950 al 2050 la precisione dei valori delle coordinate è di $0^o,01$ e quella di ET di $0^m,1$.

Posto $T = [JD(t) - JD(t_o)]/36525$, con $t_o = J2000,0$ e $JD(t_o) = 2.451.545,0$, siano

$$a = 280^o,460 + 36.000^o,77\ T$$
$$b = 357^o,528 + 35.999^o,05\ T$$

dalle quali siano rimossi gli eventuali multipli di 360^o così da ridurre i loro valori all'intervallo $0^o \div 360^o$. Risulta allora :

$$\boxed{\lambda_{\odot} = a + 1^o,915\ \mathrm{sen}(b) + 0^o,020\ \mathrm{sen}(2b)}$$

da cui si ottiene

$$\boxed{\begin{aligned}\alpha_{\odot} &= \mathrm{arctg}(\cos(\varepsilon)\ \mathrm{tg}(\lambda_{\odot}))\\ \delta_{\odot} &= \mathrm{arcsen}(\mathrm{sen}(\varepsilon)\ \mathrm{sen}(\lambda_{\odot}))\end{aligned}}$$

con $\alpha_{\odot}$ nello stesso quadrante di $\lambda_{\odot}$ e dove l'obliquità ε dell'eclittica si può valutare con la formula approssimata $\varepsilon = 23^o,4393 - 0^o,0130\ T$.

o meglio con:

$$\boxed{\varepsilon(t) = A_{\circ} + A_1 \cdot \sin(\omega \cdot t + \phi)}$$

in cui:

$$A_{\circ} = 23°,496932$$
$$A_1 = -0,860$$
$$\omega = 0,0087777 \quad °/\text{anno}$$
$$\phi = 13°,69324$$

Il periodo di variazione dell'obliquità dell'eclittica è:

$$P_{\omega} = \frac{360°}{\omega} = 41013,07 \text{ anni solari tropici}$$

Azimut Astronomico del Sole

$$H_\odot = 15^\circ \cdot (GMT-12^h) - \lambda - 15^\circ \cdot EOT$$

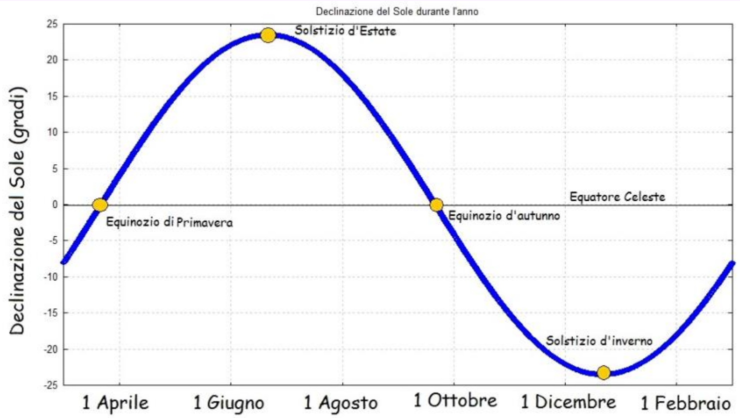
$$h_\odot = \arcsin(\sin(\varphi) \cdot \sin(\delta_\odot) + \cos(\varphi) \cdot \cos(\delta_\odot) \cdot \cos(H_\odot))$$

$$Az_\odot = \arccos\left(\frac{\sin(\delta_\odot) - \sin(\varphi) \cdot \sin(h_\odot)}{\cos(\varphi) \cdot \cos(h_\odot)}\right)$$

dove:

$H_\odot$ = Angolo orario del Sole
GMT = Ora riferita al meridiano di Greenwich
φ = Latitudine geografica del sito
λ = Longitudine geografica del sito
EOT = Equazione del Tempo (in ore)
$\delta_\odot$ = Declinazione del Sole
$h_\odot$ = Altezza del Sole
$Az_\odot$ = Azimut del Sole

Approssimazione accurata della declinazione geocentrica del Sole durante l'anno



Il valore della declinazione del Sole $\delta_{☼}$ lungo l'anno può essere approssimata con elevata accuratezza dalla seguente serie di Fourier:

Se il calcolo viene eseguito in gradi si ha:

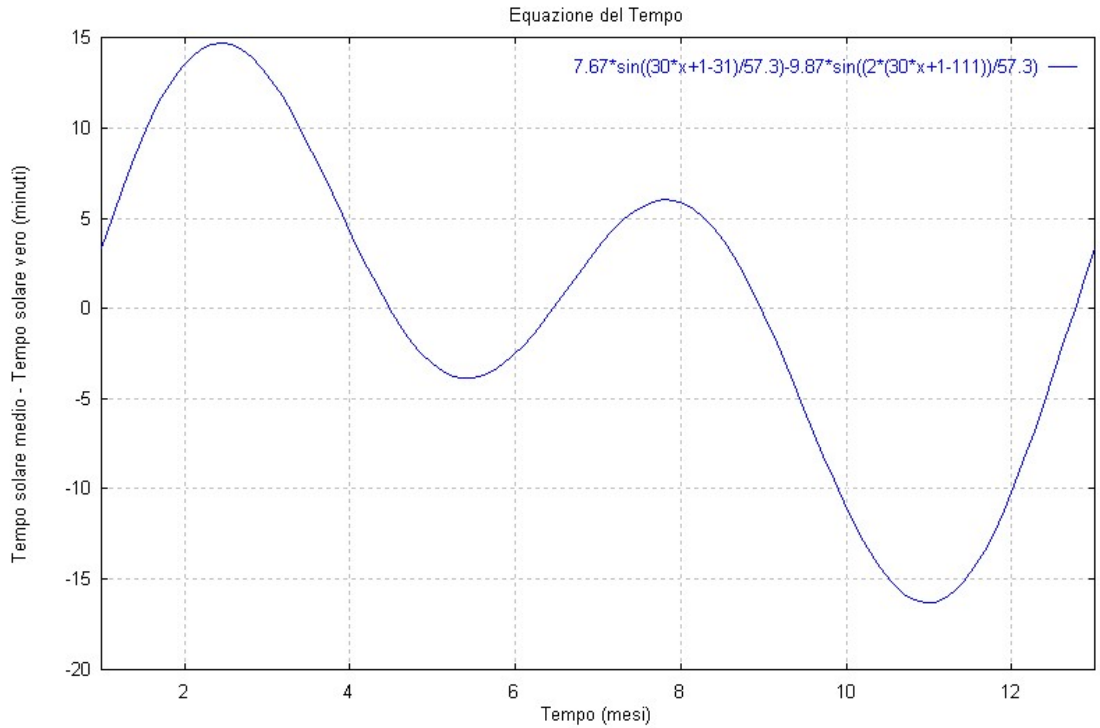
$$\delta_{☼} = 0°.4 - 22°.913 \cdot \cos(m) + 4°.025 \cdot \sin(m) - 0°.387 \cdot \cos(2 \cdot m) + 0°.052 \cdot \sin(2 \cdot m) - 0°.155 \cdot \cos(3 \cdot m) + 0°.085 \cdot \sin(3 \cdot m)$$

in cui:

$$m = \frac{360°}{365}(n - 1)$$

dove n è il numero progressivo del giorno dell'anno contato dal 1 Gennaio.

Equazione del Tempo



L'Equazione del Tempo E è la diufferenza tra il tempo solare medio Tm ed il tempo solare vero Tv:

$$\boxed{E = 7{,}67 \cdot \sin(30 \cdot m + d - 31°) - 9{,}87 \cdot \sin(2 \cdot (30 \cdot m + d - 111°))}$$

espressa in minuti di tempo.

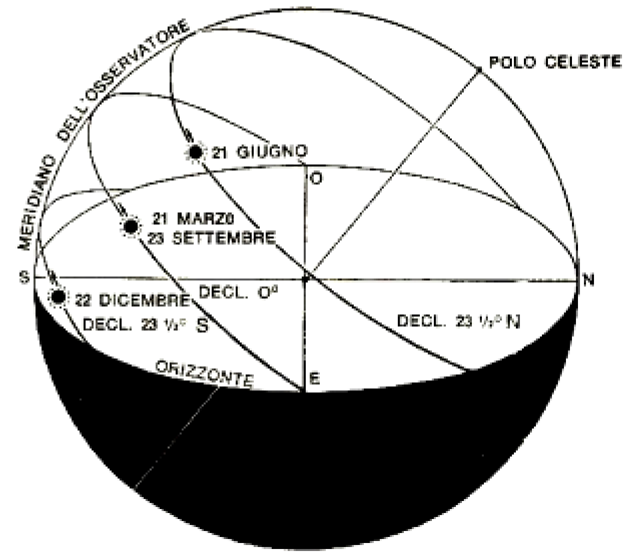
$$\boxed{Tv = Tm + E}$$

m = mese contati da Gennaio (Gennaio: m=1; Febbraio: m=2,..., Dicembre: m=12)
d = giorno del mese

Declinazione del Sole durante l'anno

Avviene allora che la declinazione del Sole può essere calcolata con:

$$\boxed{\delta_\odot(t) = \varepsilon \cdot \sin\left(\frac{360^\circ}{365}\cdot(t - t_o)\right) + \cdots}$$



oppure con:

$$\boxed{\delta_\odot(t) = \varepsilon \cdot \sin\left(30\cdot m + d - t_o\right) + \cdots}$$

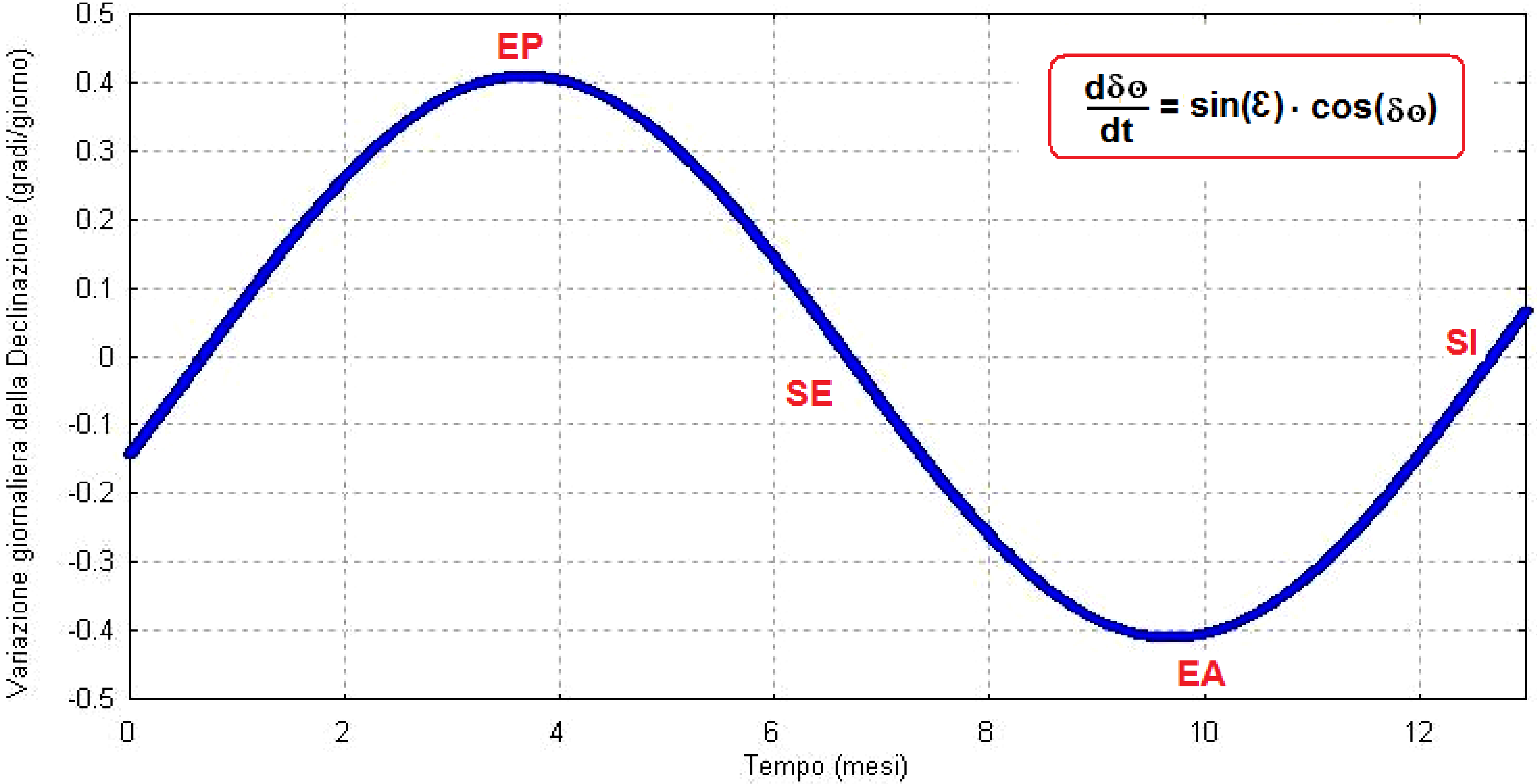
(con la funzione sin() calcolata in gradi)

dove: m = numero d'ordine del mese contato da Gennaio (Gen=1, Feb=2, ..., Dic=12)
d = numero del giorno entro il mese
ε = obliquità dell'eclittica (attualmente $\varepsilon = 23^\circ.45$)

Di fatto il termine: $\boxed{\alpha_\odot = (30\cdot m + d - t_o)}$ $t_o = 111$

è l'ascensione retta approssimata $\alpha_\odot$ del Sole espressa in gradi.

Variazione giornaliera della declinazione del Sole



Densità di probabilità approssimata della declinazione geocentrica del Sole

Assumendo, in prima approssimazione che la variazione della declinazione geocentrica $\delta(t)$ del Sole vari nel tempo secondo una semplice funzione del tipo:

$$\boxed{\delta_{\odot}(t) = D \cdot \sin\left(\frac{360°}{Ps} \cdot (t - to)\right) + \cdots}$$

$t_o = 111$

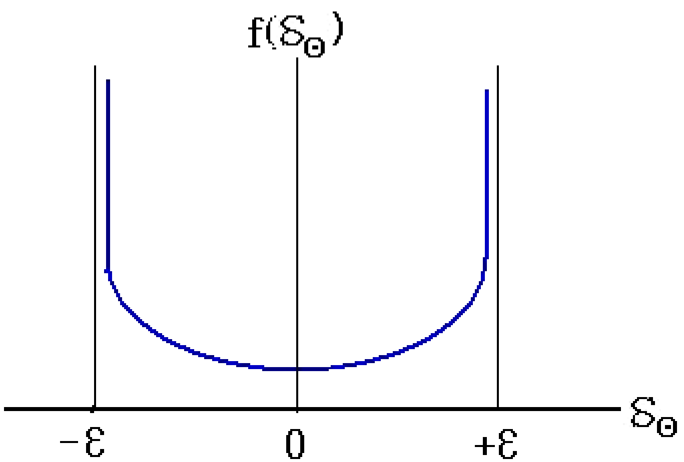
dove: $Ps = 365$ giorni cioè l'anno medio

to = istante t di passaggio al nodo ascendente cioè l'equinozio di primavera

D = ampiezza di variazione della declinazione cioè l'obliquità dell'eclittica ε (in gradi): definita nel seguente modo

avviene che la densità di probabilità $f(\delta)$ è data da:

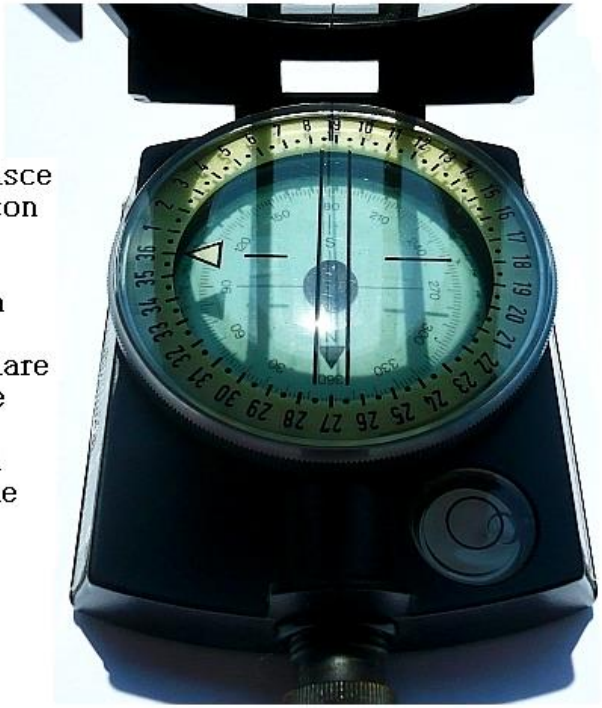
$$\boxed{f(\delta_{\odot}) = \frac{1}{180° \sqrt{\varepsilon^2 - \delta_{\odot}^2}}}$$



Azimut magnetico del Sole

metodo della proiezione

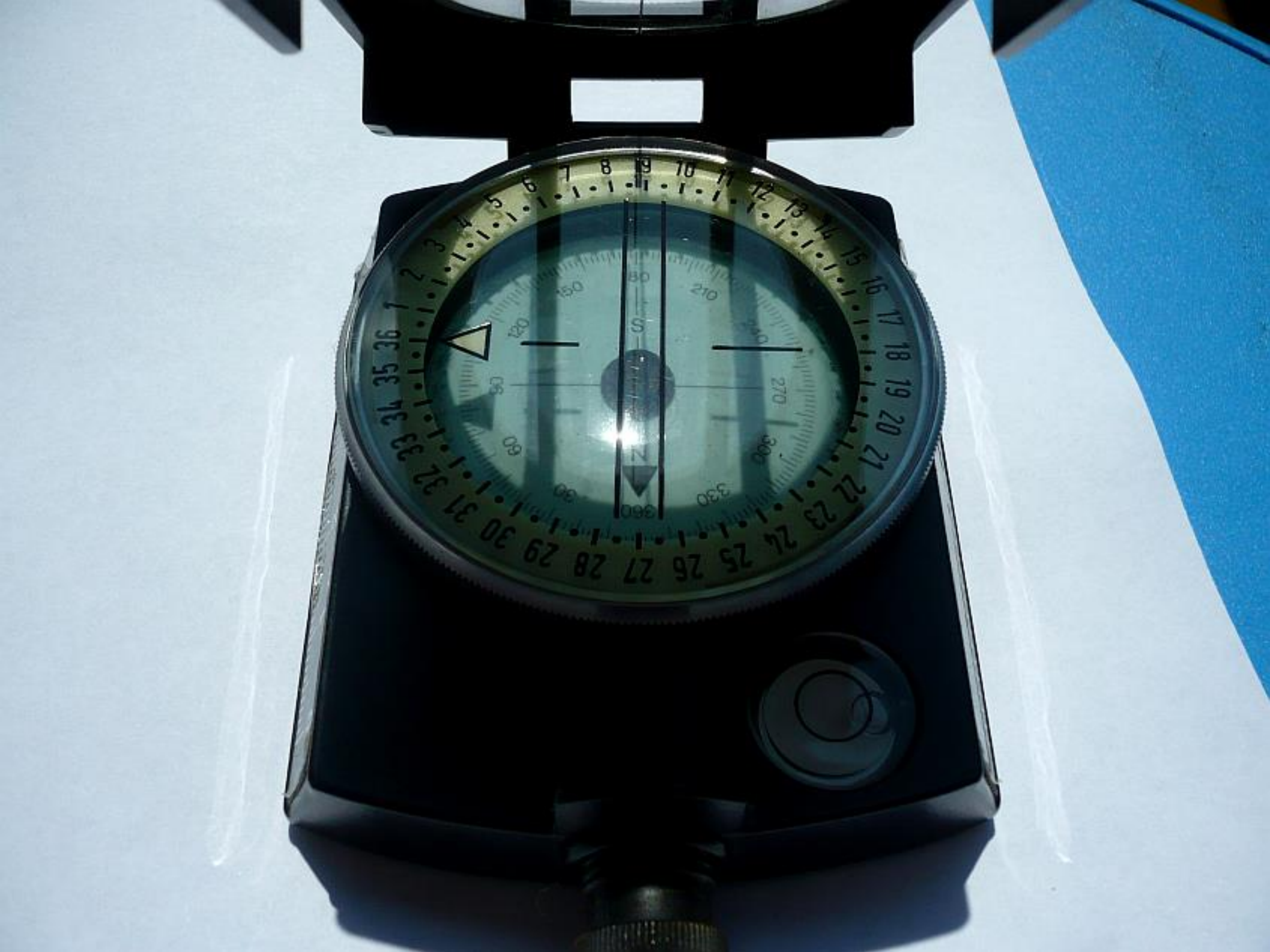
Si dispone la bussola con vetro che contiene il filo di collimazione approssimativamente ortogonalmente alla direzione di arrivo dei raggi solari in modo tale che l'ombro del filo proiettata sull'armilla della bussola, passi per il centro del pivot di sospensione. In questo modo la bussola collima virtualmente il centro del disco solare e quindi la lettura dell'azimut magnetico all'oculare o al prisma fornisce l'azimut magnetico del Sole all'istante T in cui viene eseguita la misura.



L'azimut magnetico Ao così misurato si riferisce all'istante T il quale deve essere conosciuto con rilevante accuratezza, diciamo 10 secondi.

Ora con il tempo T e i parametri orbitali della Terra si calcola con la Meccanica Celeste la effemeride del Sole per l'istante T, in particolare il suo azimut astronomico Amo alla latitudine geografica a cui è posta la bussola (e anche l'osservatore). Le coordinate geografiche ed il tempo T sono fornite con sufficente precisione da un ricevitore GPS.

Noti Ao e Amo ora è possibile eseguire il calcolo della costante di calibrazione Ds da utilizzare per traformare tutti gli azimut magnetici misurati nel siti nei corrispondenti astronomici.



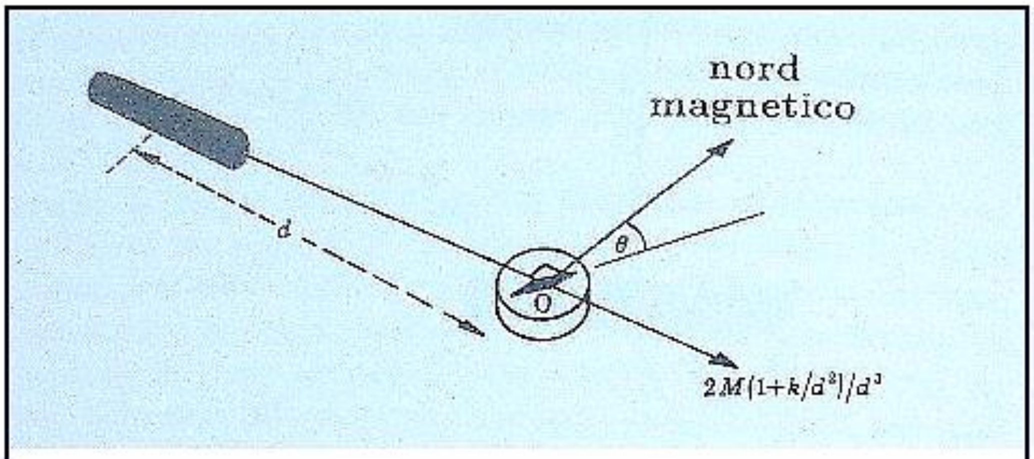
S
N

Effetti perturbatori del Campo Magnetico Terrestre

a) Masse metalliche
b) Scorrimento di corrente elettrica

Effetto perturbativo di una massa metallica

Durante la fase di rilievo dell'azimuit magnetico di orientazione di una direzione archeoastronomicamente importante, la presenza nelle vicinanze di una massa metallica perturberà la bussola introducendo una rotazione spuria dell'armilla proporzionale al momento M magnetico della massa perturbante, dall'intensità H della componente orizzontale del campo magnetico terrestre e dalla distanza D a cui è posta la massa perturbante.



L'effetto della massa perturbante provocherà una rotazione θ dell'armilla della bussola e quindi l'azimut magnetico misurato sarà:

$$Am = Ao + \theta$$

dove Ao è l'azimut magnetico misurato in assenza di perturbazioni.

La perturbazione θ sarà stimabile con (per k piccolo):

$$\theta = \operatorname{atan}\left(\frac{2M}{H} \cdot \frac{1}{D^3}\right)$$

dove D è espresso in metri e θ è in gradi.

Da numerosi tests sperimentali è risultato che, con buona approssimazione, nel caso di automobili parcheggiate, staccionate metalliche etc. presenti nel sito da misurare si può porre:

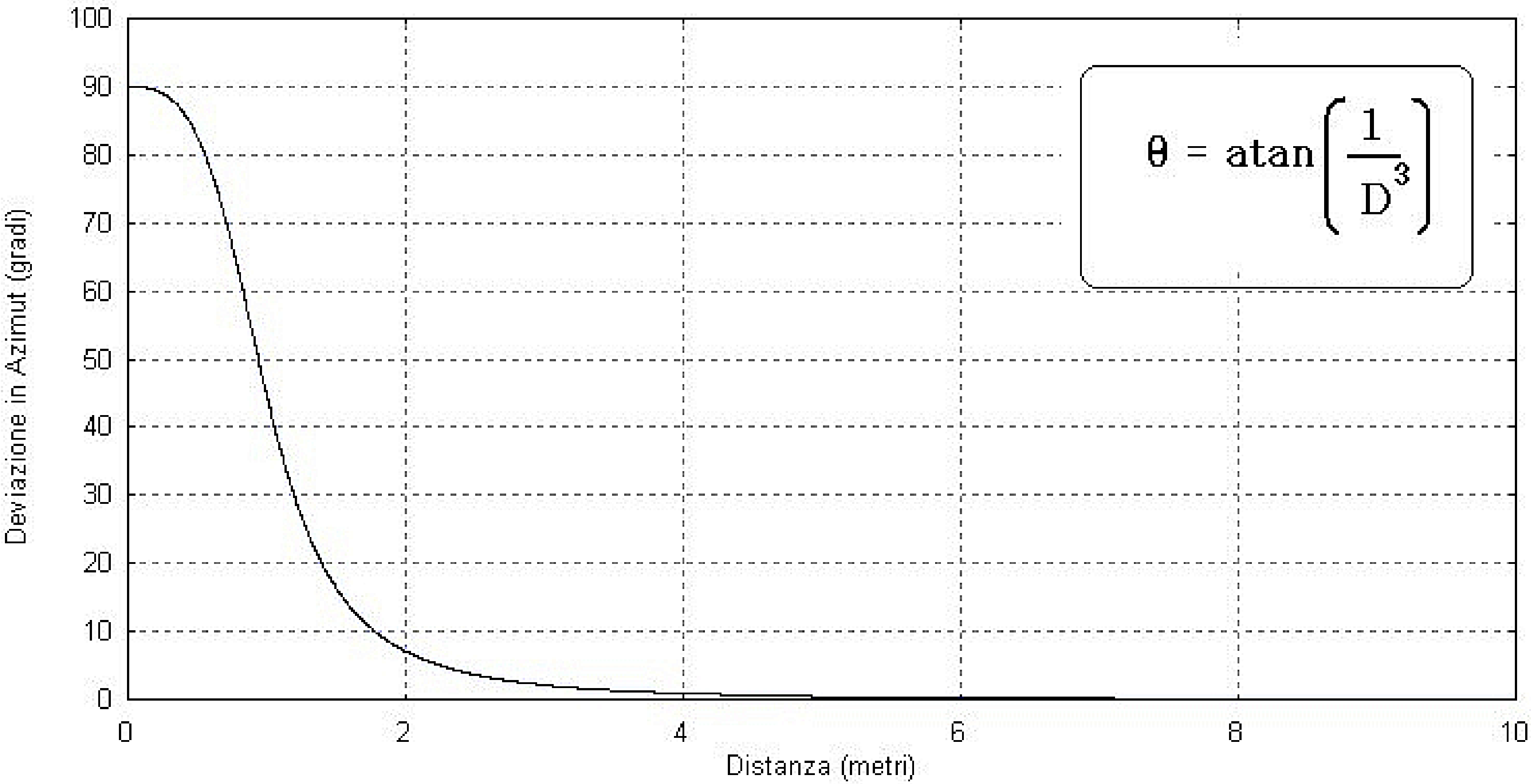
$$\frac{2M}{H} = 1$$

e quindi:

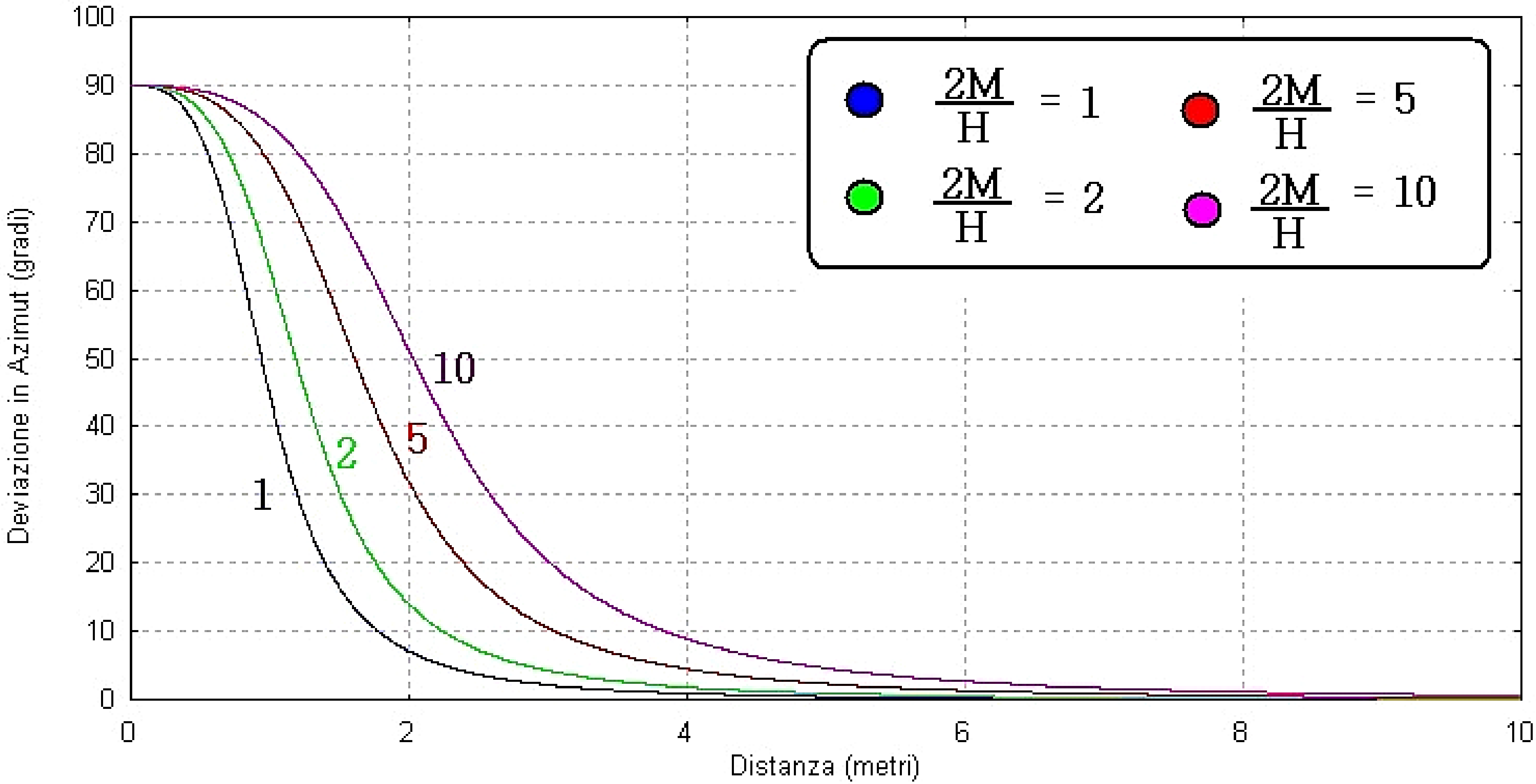
$$\theta = \operatorname{atan}\left(\frac{1}{D^3}\right)$$

Questa relazione è utile per STIMARE l'entità della perturbazione magnetica e non per correggere gli azimut magnetici perturbati.

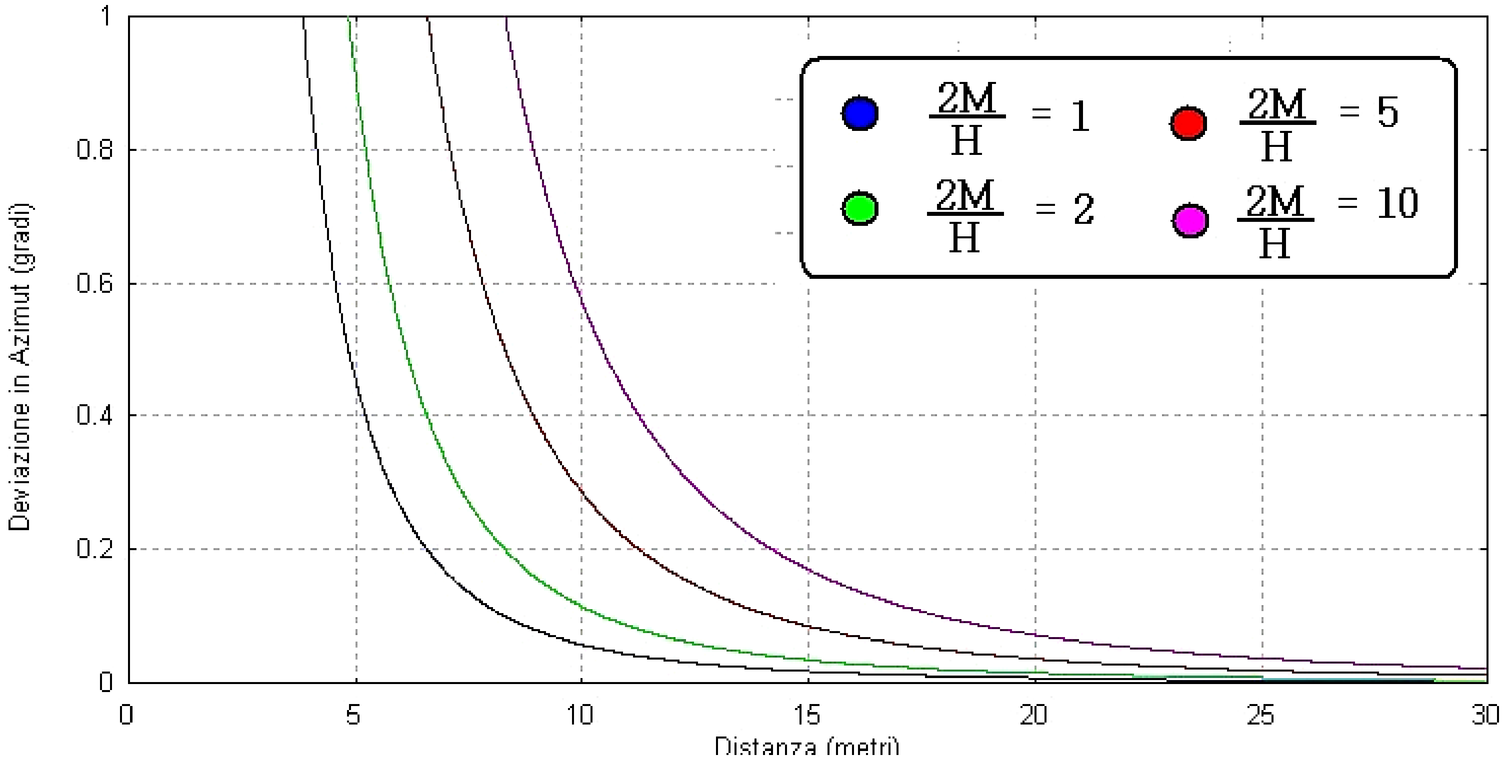
Effetto perturbativo di una massa metallica



Effetto perturbativo di una massa metallica posta a distanza D da una bussola che rileva l'azimut magnetico di una direzione, per $\frac{2M}{H} = 1$



Effetto perturbativo di una massa metallica posta a distanza D da una bussola che rileva l'azimut magnetico di una direzione, per vari valori di $\frac{2M}{H}$.



Effetto perturbativo di una massa metallica posta a distanza D da una bussola che rileva l'azimut magnetico di una direzione, per vari valori di $\frac{2M}{H}$.

Per distanze relativamente elevate, da circa 5 metri in su, la seguente approssimazione è adeguata:

$$\theta = 57°{,}3 \cdot \frac{2M}{H} \cdot \frac{1}{D^3}$$

Perturbazione magnetica dovuta ad un conduttore in cui scorre corrente

Se nelle vicinanze di una bussola che misura l'azimut magnetico di orientazione di una direzione, esiste una linea elettrica di alta tensione (AT), si genera un campo magnetico dovuto al passaggio di corrente nel conduttore che perturberà la rotazione dell'armilla della bussola. L'azimut magnetico indicato della bussola sarà quindi erroneo.

Dati:

d = distanza euclidea della bussola dal conduttore, in metri.
V = tensione nel conduttore in Kilovolts (KV).
I = intensità della corrente che scorre nel conduttore, in Ampere (A).

Sarà possibile stimare l'intensità del H del campo magnetico pesente ad una distanza eudclidea "d" in metri dal conduttore, in mG (milligauss) con la seguente formula:

$$H = \frac{1}{d}\left(0,08 \cdot \left[\left((d - 0,006 \cdot I) \cdot V - 653,5 \cdot (d - 0.05 \cdot I)\right)\right]\right)$$

La corrispondenza tra mG (milligauss) e nT (nanotesla) è la seguente:

$$1\ \mathrm{mG} = 100\ \mathrm{nT}$$

L'angolo di rotazione dA dell'armilla della bussola in seguito all'interazione tra il campo magnetico terrestre Ht e quello generato dal conduttore H vale:

$$\boxed{dA = \mathrm{atan}(H/Ht)}$$

Il valore della componente orizzontale Ht del campo magnetico terrestre varia da luogo a luogo e lentamente durante il trempo.

In Valbrembana ed in Valcamonica mediamente si ha Ht=22000 nT pari a Ht=220 mG.