



Università della Terza Età "Cardinale Giovanni Colombo" – Milano

A.A. 2023 - 2024

Corso di Archeoastronomia

Docente : **Adriano Gaspani**

Lezione 14

# L'impatto delle nuove tecnologie sulla ricerca archeoastronomica

# Rilievo Archeoastronomico

Nuove tecniche di studio dei siti archeologici  
astronomicamente significativi

(dalla tecnologia spaziale)

**Archeoastronomia:  
scienza multidisciplinare che  
si occupa di ricostruire  
l'idea del Cielo, del Cosmo e  
del Tempo delle antiche  
popolazioni**

L'Archeoastronomia trae le sue  
conclusioni dallo studio dei siti  
archeologici, dei reperti, dei  
documenti antichi, etc.  
che si pensa siano  
astronomicamente significativi

**l'Analisi Archeoastronomica  
deve essere consistente  
rispettando tre criteri:**

- o) Consistenza Astronomica**
- o) Consistenza Archeologica**
- o) Consistenza Etnografica**

**...criterio di Schaefer**

**Un allineamento astronomicamente significativo prevede l'esistenza di un target astronomico la cui posizione all'orizzonte naturale locale varia nei secoli e nei millenni a causa della precessione e della variazione di inclinazione dell'asse della Terra**

# Impostazione Assiomatica dell'Archeoastronomia:

Le conoscenze astronomiche degli antichi sono codificate negli allineamenti diretti verso punti di sorgere e di tramontare degli astri visibili ad occhio nudo all'epoca in cui gli allineamenti furono materializzati

Non è detto che sia vero...

# Allineamento Archeoastronomico

Un allineamento astronomico è una semiretta orientata che parte da un punto di stazione, passa per il punto di collimazione e interseca l'orizzonte locale in un punto dove, in taluni periodi dell'anno sorge o tramonta un particolare astro

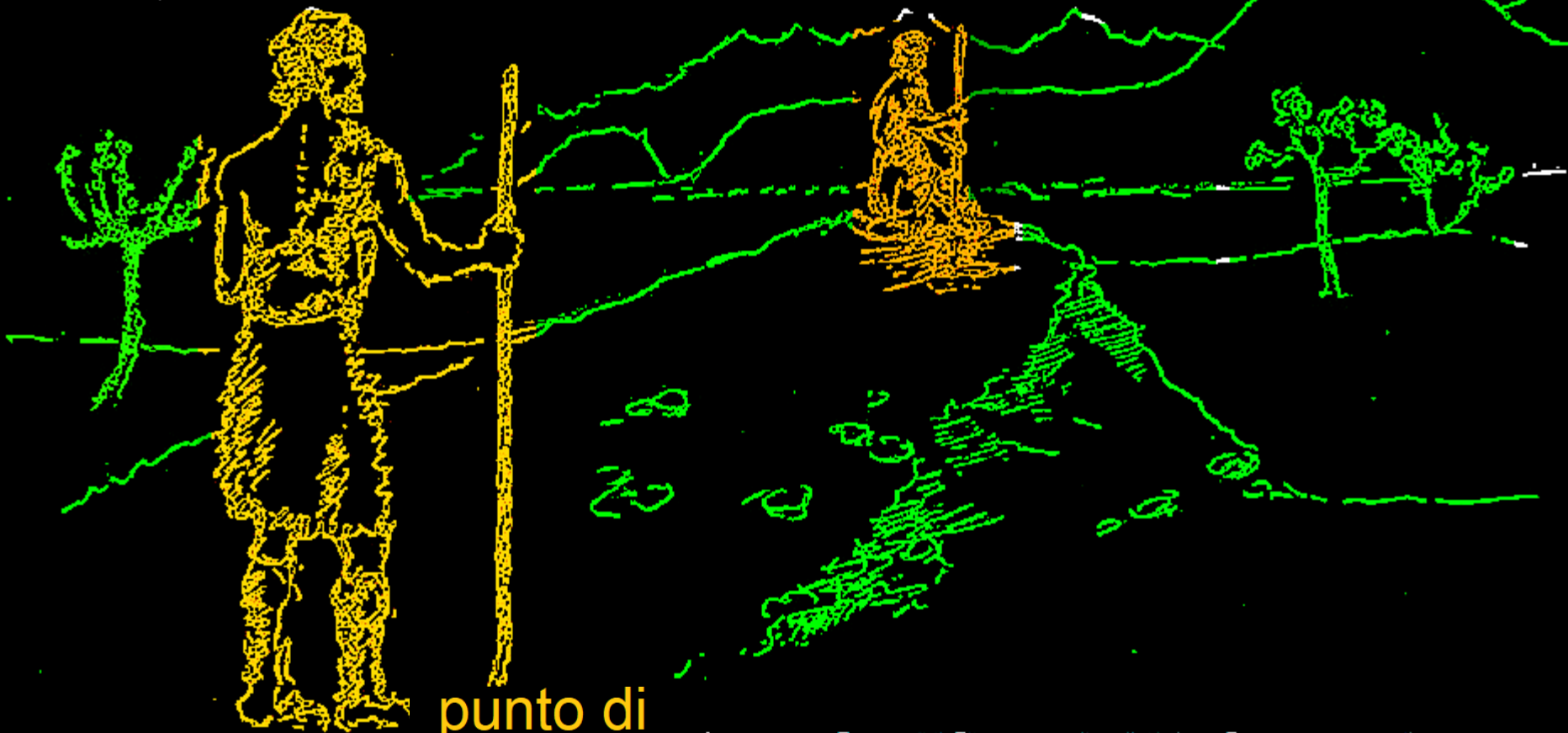
target  
astronomico

punto di  
collimazione



punto di  
stazione

Codifica dell'Informazione





Il rilievo archeoastronomico  
di un sito archeologico  
viene sempre eseguito nel  
sistema di coordinate altazimutali.

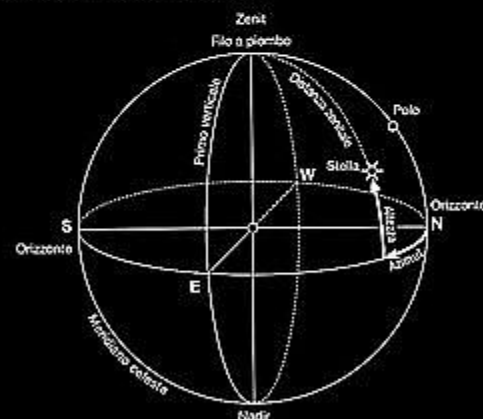
Si misurano:

Azimut (Az)

Altezze Angolari (ho)

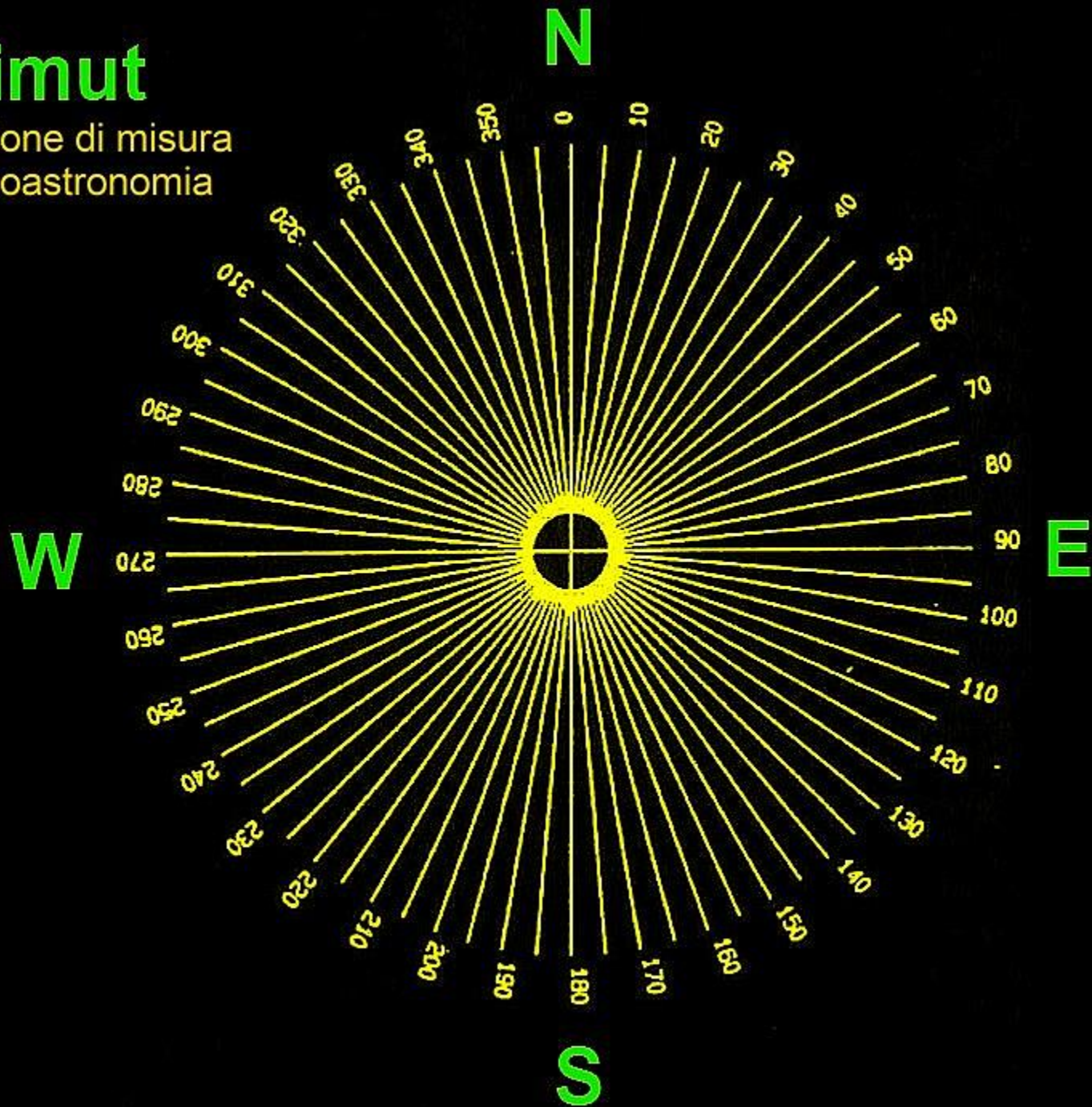
per ogni singolo allineamento

Coordinate Altazimutali



# Azimut

Convenzione di misura  
in Archeoastronomia



## **Azimut Geodetico e Azimut Astronomico**

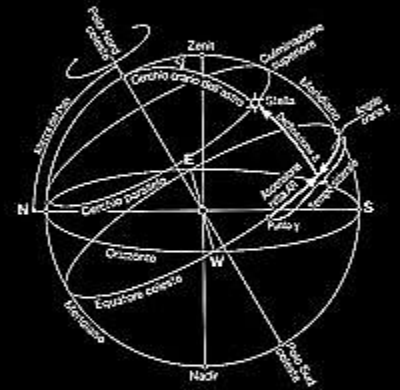
**L'Azimut geometrico si misura su una proiezione stabilita da un certo Datum.**

**Se il Datum è il WGS84 allora l'Azimut geodetico corrisponde all'Azimut astronomico**

I calcoli astronomici vanno invece eseguiti nel Sistema Equatoriale

Ascensione Retta ( $\alpha$ )  
Declinazione ( $\delta$ )

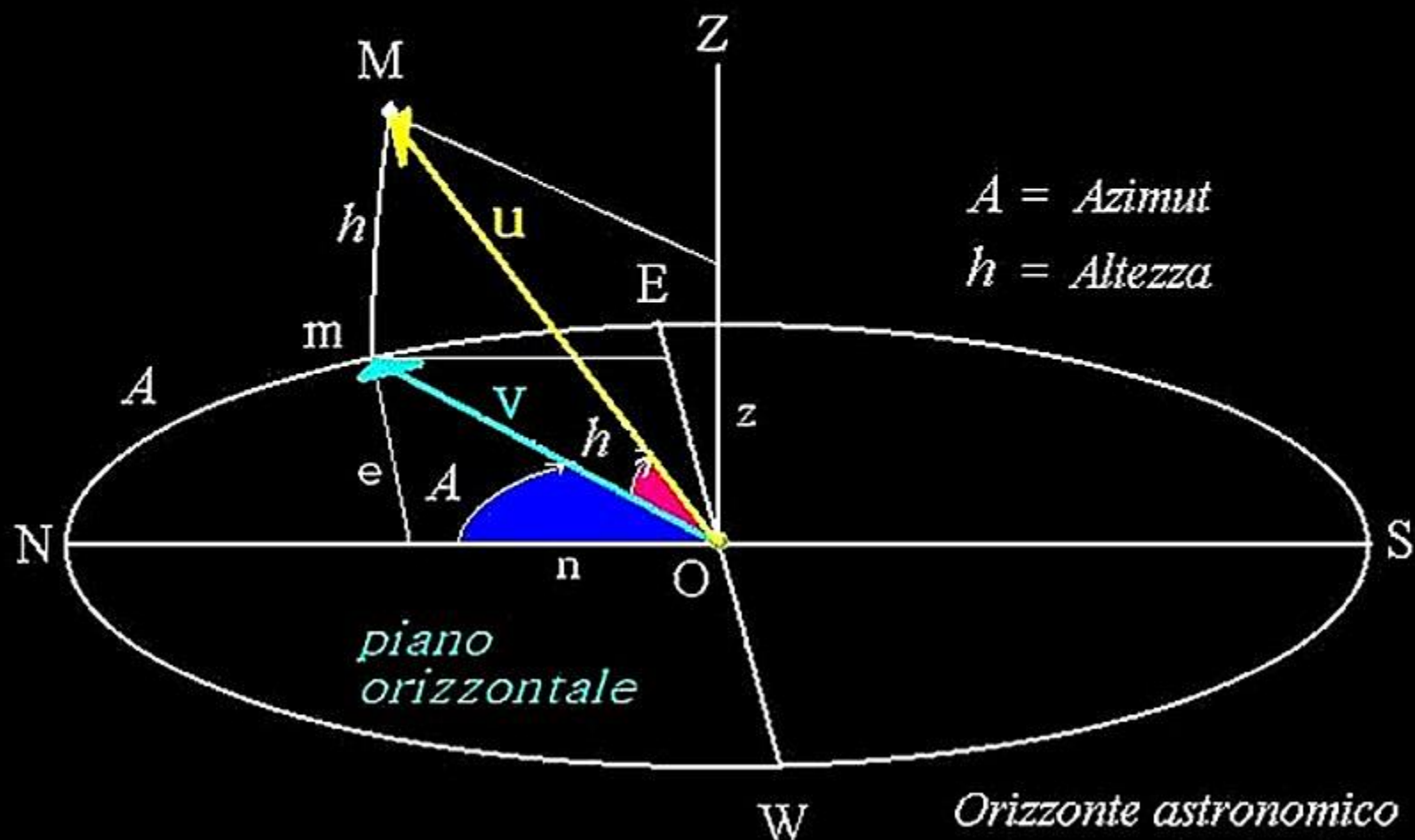
Coordinate Equatoriali



per ogni singolo allineamento

# Definizione di Allineamento

Un allineamento  $\vec{u}$  (OM) è un vettore definito da tre coordinate ortogonali  $n, e, z$  : ( $n = \text{northing}$ ;  $e = \text{easting}$ ;  $z = \text{elevation}$ ) oppure da una coppia di coordinate angolari  $Az, h$  ( $Az = \text{Azimut astronomico}$ ;  $h = \text{altezza angolare}$ ), poichè  $\|\vec{u}\| = 1$ .



$\vec{u}$  = allineamento OM

$\vec{v}$  = proiezione dell'allineamento OM sul piano orizzontale

Az = Azimut astronomico

h = altezza angolare dell'orizzonte naturale locale

e = easting

n = northing

z = elevation

Siccome  $\|u\| = \|v\| := 1$  per definizione si ha:

$$n = \cos(h) \cdot \cos(Az)$$

$$e = \cos(h) \cdot \sin(Az)$$

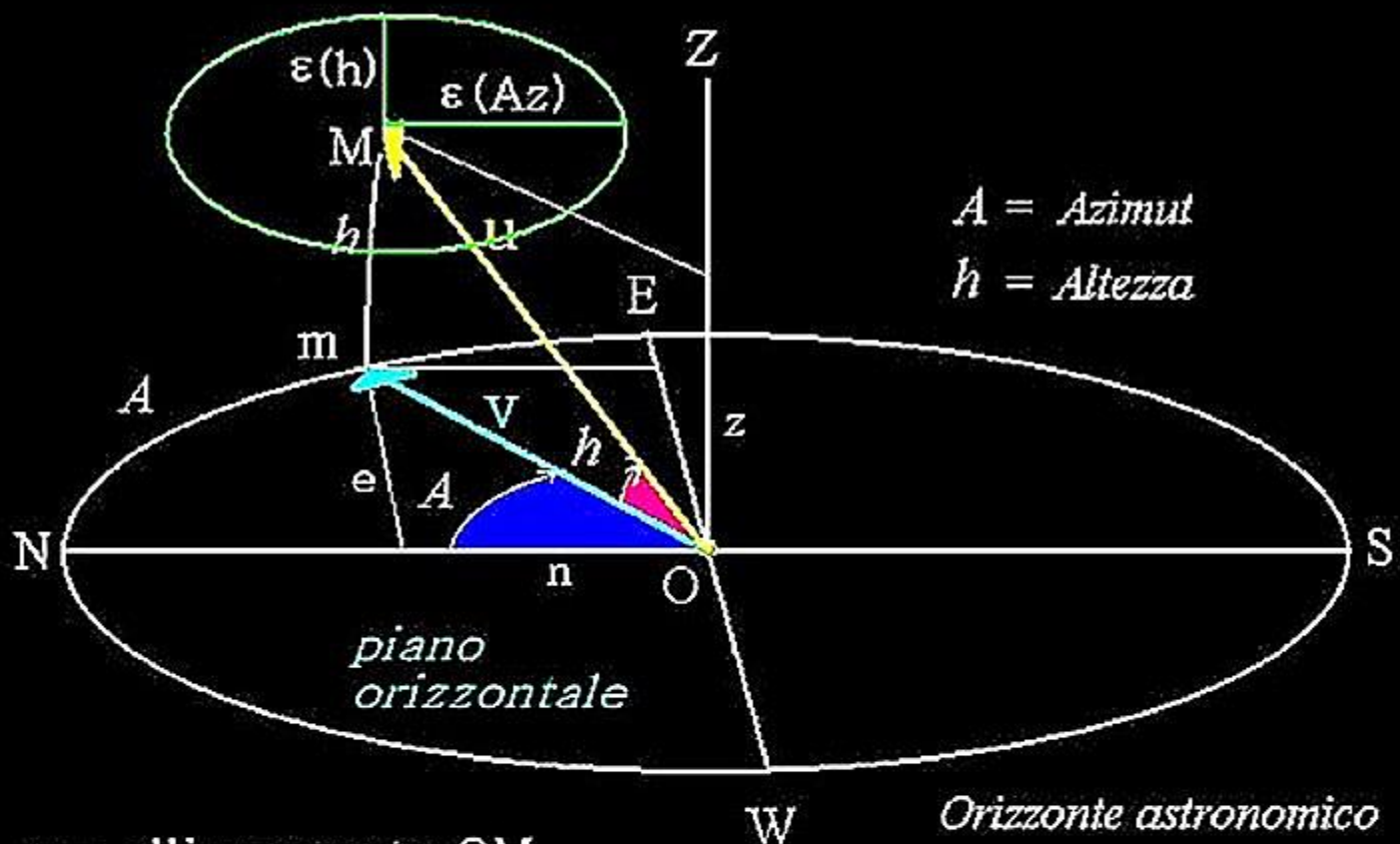
$$z = \sin(h)$$

## Ellisse d'errore di un allineamento misurato

Il rilievo di un allineamento produce una coppia di coordinate altazimutali  $Az$  (Azimut) e  $h$  (Altezza angolare) riferite alla direzione nord del meridiano astronomico locale ( $Az$ ) e alla linea dell'orizzonte astronomico ( $h$ ). Ciascuna delle due coordinate è misurata con una barra d'errore  $\pm \varepsilon(Az)$  e  $\pm \varepsilon(h)$  rispettivamente.

Queste due quantità rappresentano i semiassi di un'ellisse d'errore centrata nel punto  $M$  le cui coordinate sono  $Az$  e  $h$  la quale definisce sulla Sfera Celeste uno spot di incertezza relativo al quel particolare allineamento misurato.

Da notare che  $\pm \varepsilon(Az)$  e  $\pm \varepsilon(h)$  dipendono anche dalla strumentazione con cui i rilievi sono stati eseguiti.



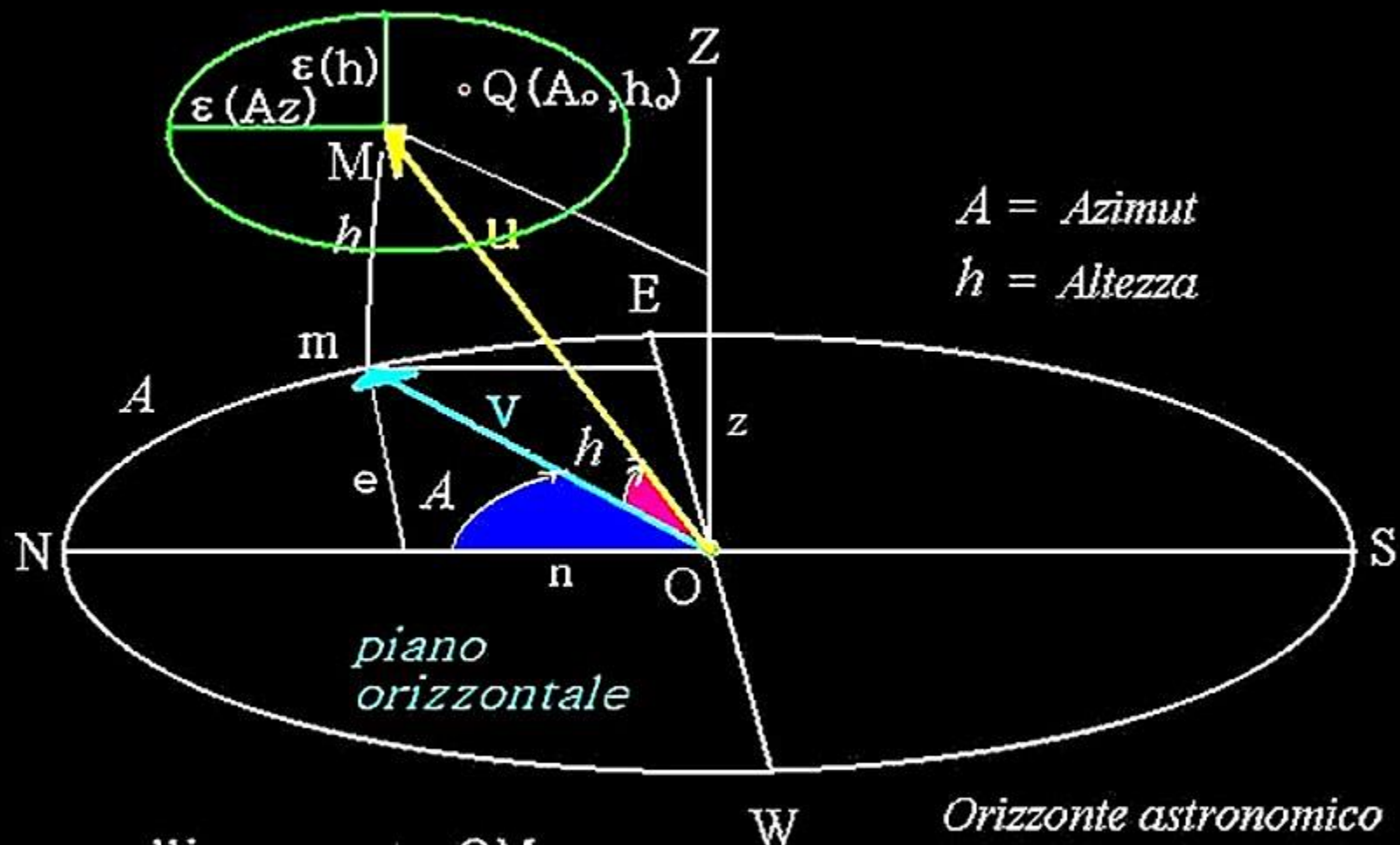
- u* = allineamento OM
- v* = proiezione dell'allineamento OM sul piano orizzontale
- Az* = Azimut astronomico
- h* = altezza angolare dell'orizzonte naturale locale

L'equazione dell'ellisse d'errore è:

$$\left[ \frac{(Az - A_M)}{\epsilon(Az)} \right]^2 + \left[ \frac{(h - h_M)}{\epsilon(h)} \right]^2 = 1$$



# Distribuzione di probabilità associata all'ellisse d'errore su un allineamento

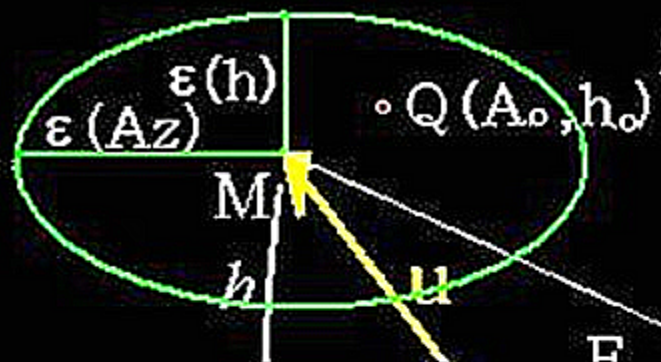


- $u$  = allineamento OM
- $v$  = proiezione dell'allineamento OM sul piano orizzontale
- $Az$  = Azimut astronomico
- $h$  = altezza angolare dell'orizzonte naturale locale

e la Funzione Densità di Probabilità (PDF) è:

$$f(Az, h) = \frac{1}{2\pi \varepsilon(Az) \varepsilon(h)} e^{-\frac{1}{2} \left[ \left( \frac{(Az - A_M)}{\varepsilon(Az)} \right)^2 + \left( \frac{(h - h_M)}{\varepsilon(h)} \right)^2 \right]}$$

dove  $A_M$  è l'azimut astronomico dell'allineamento  $u$  che interseca la Sfera celeste nel punto  $M$ .

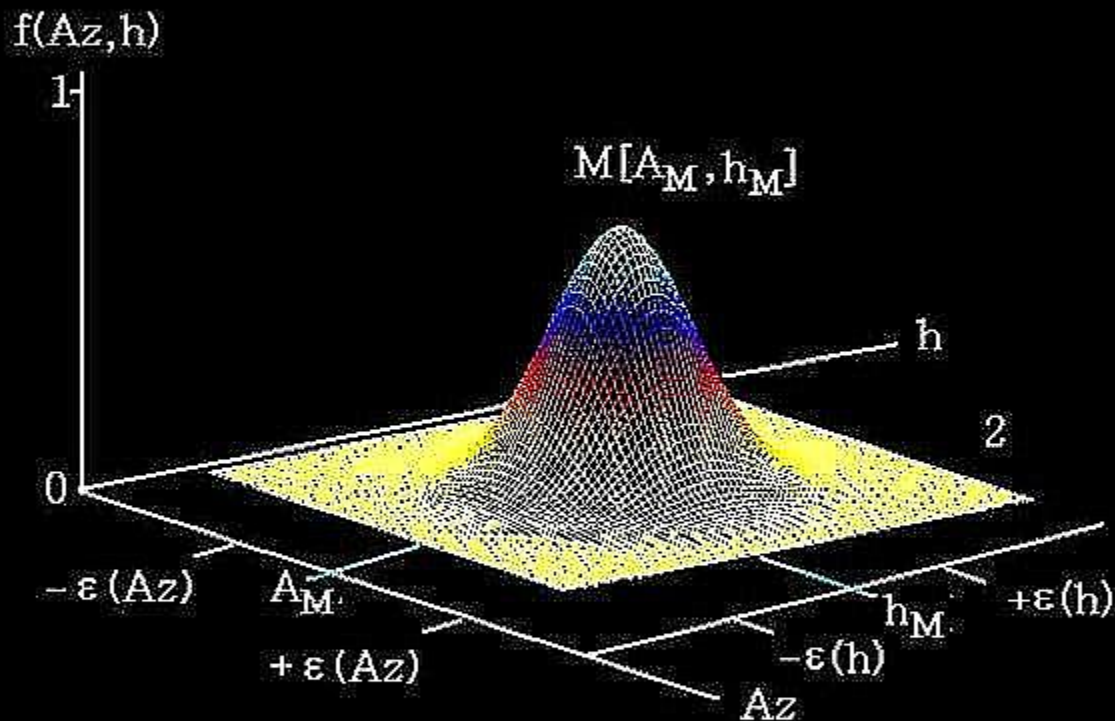


La probabilità  $P(A_0, h_0)$  che un punto della Sfera Celeste capiti a caso in un preciso punto le cui coordinate altazimutali sono  $A_0$  e  $h_0$  è data da:

$$P(A_0, h_0) = 1 - e^{-\frac{1}{2} \left[ \left( \frac{(A_0 - A_M)}{\epsilon(Az)} \right)^2 + \left( \frac{(h_0 - h_M)}{\epsilon(h)} \right)^2 \right]}$$

dove  $A_M$  è l'azimut a tronomico dell'allineamento  $u$  che interseca la Sfera celeste nel punto  $M$ .

# Funzione Densità di Probabilità di un allineamento sperimentalmente misurato



$$f(Az, h) = \frac{1}{2\pi \epsilon(Az) \epsilon(h)} e^{-\frac{1}{2} \left[ \left( \frac{(Az - A_M)}{\epsilon(Az)} \right)^2 + \left( \frac{(h - h_M)}{\epsilon(h)} \right)^2 \right]}$$

# Allineamenti

"un allineamento è un segmento orientato che interseca la linea dell'orizzonte astronomico locale in un punto".

$$Az \pm \varepsilon(Az)$$

## Allineamenti "esatti"

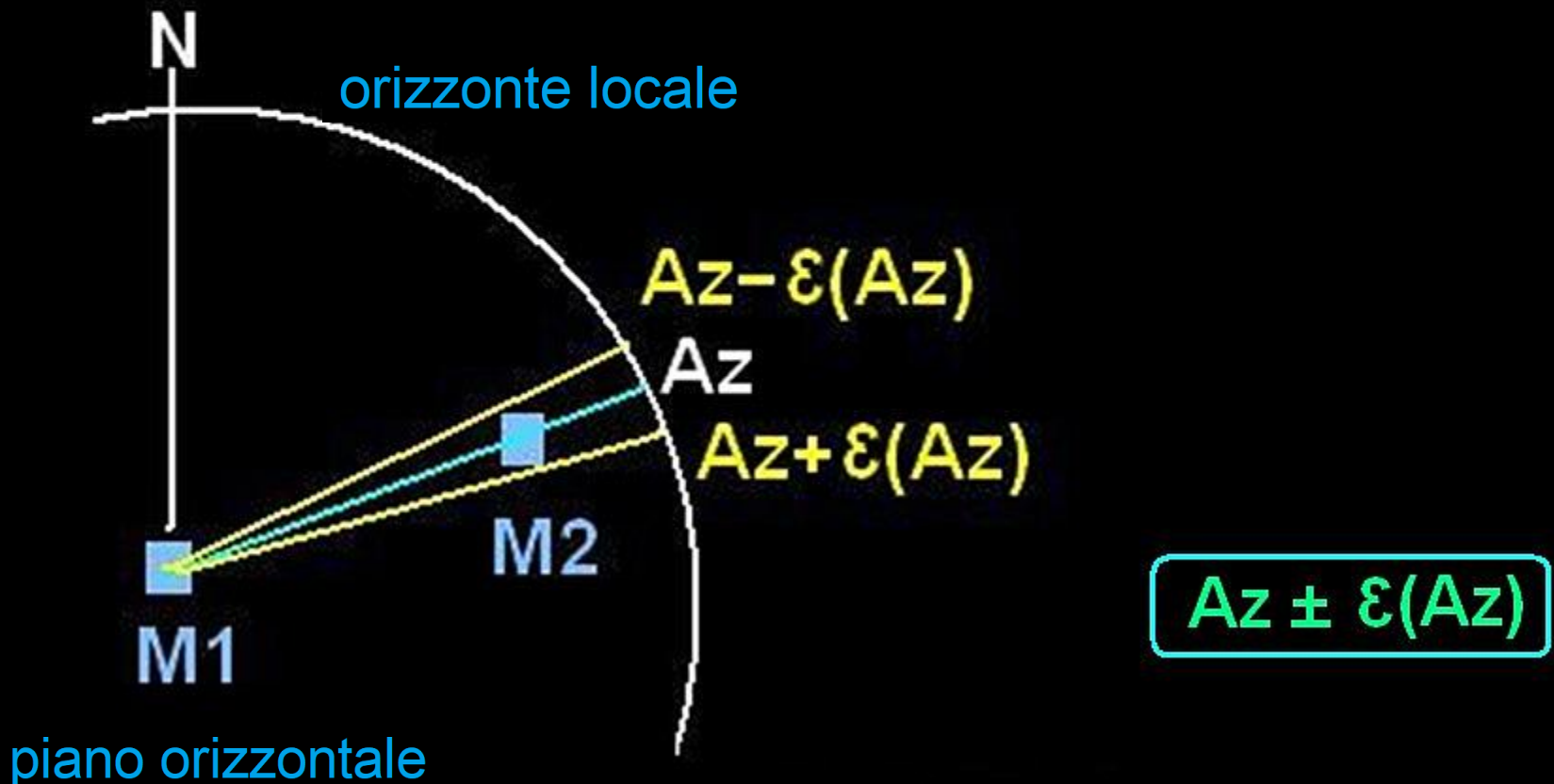
Diretti "esattamente" verso un punto dell'orizzonte dove era visto sorgere un particolare astro

## Allineamenti simbolici

Diretti approssimativamente verso un segmento di orizzonte dove era visto sorgere un particolare astro

# Margini di incertezza

Un allineamento definito da 2 marcatori M1 e M2 è definito dal suo azimut astronomico di orientazione  $Az$  il quale è generalmente noto con un margine di incertezza  $\pm \varepsilon(Az)$

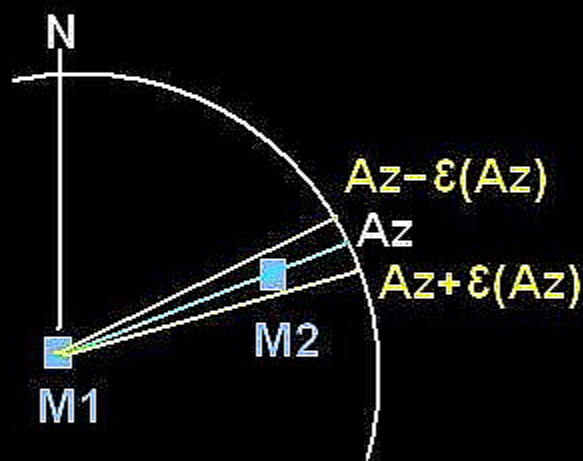


**La valutazione dell'errore  $\varepsilon(Az)$   
sull'azimut astronomico misurato  
è di fondamentale importanza!**

**$\varepsilon(Az)$  non è il "*pointing error*"  $\Delta(Az)$**

$$\Delta(Az) = Az - A^*$$

Supponiamo che in un sito sia stato identificato un singolo allineamento astronomicamente significativo di azimuth  $Az$  e margine d'errore  $\pm \varepsilon(Az)$  in gradi



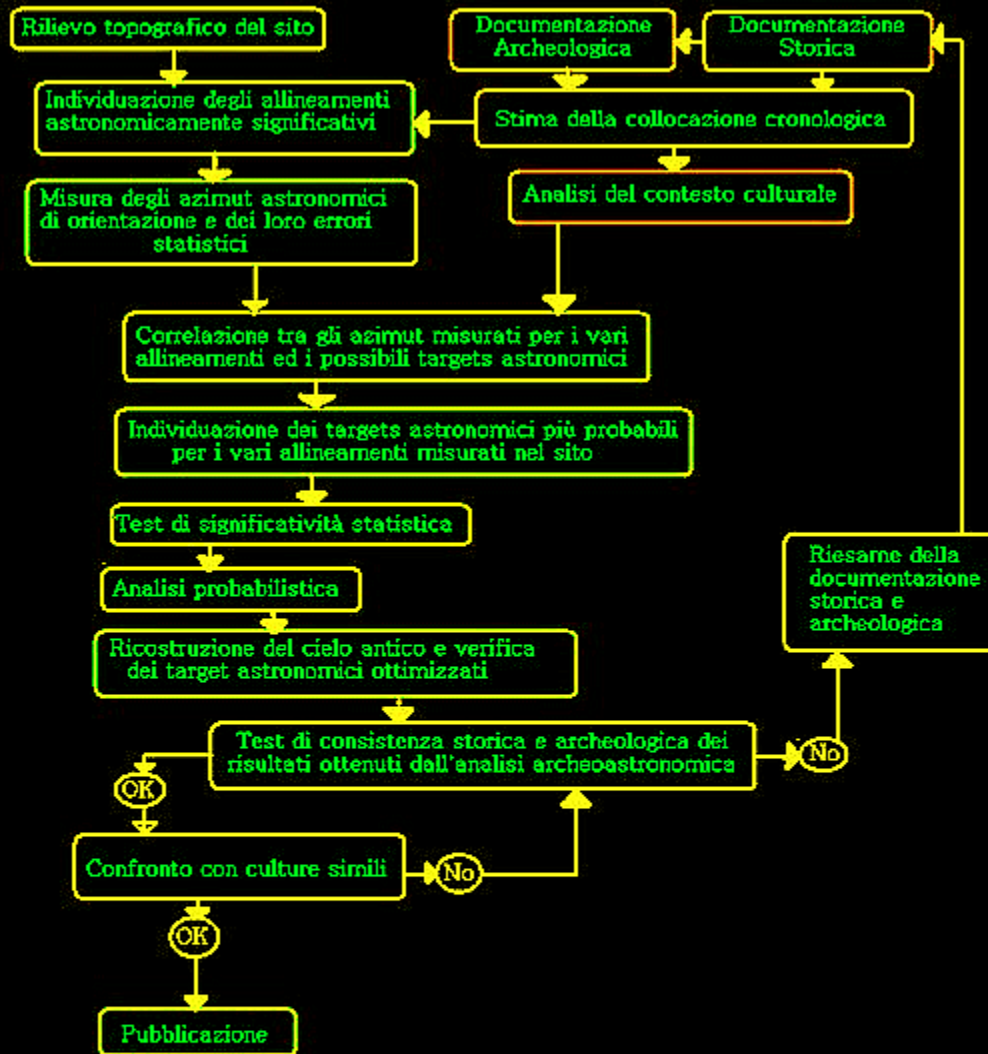
$$\Pr(Az) = \frac{2 \varepsilon(Az)}{360^\circ} = \frac{\varepsilon(Az)}{180^\circ}$$

(principio del "Blind Marksman")

$\Pr(AZ)$  è la probabilità geometrica che in un sito esista casualmente un allineamento di azimuth  $Az$  con un margine di incertezza  $\varepsilon(Az)$

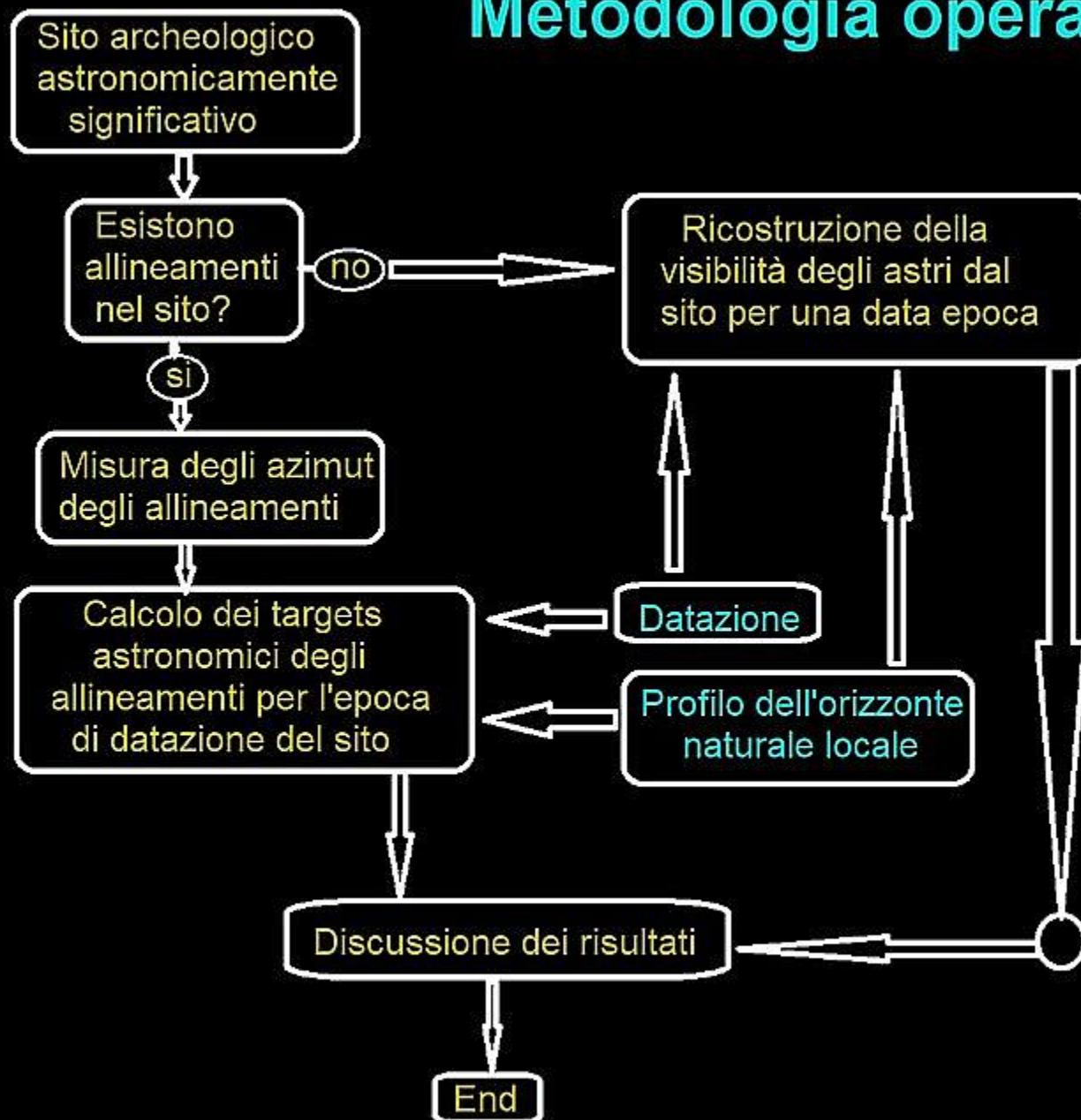


# Metodologia operativa

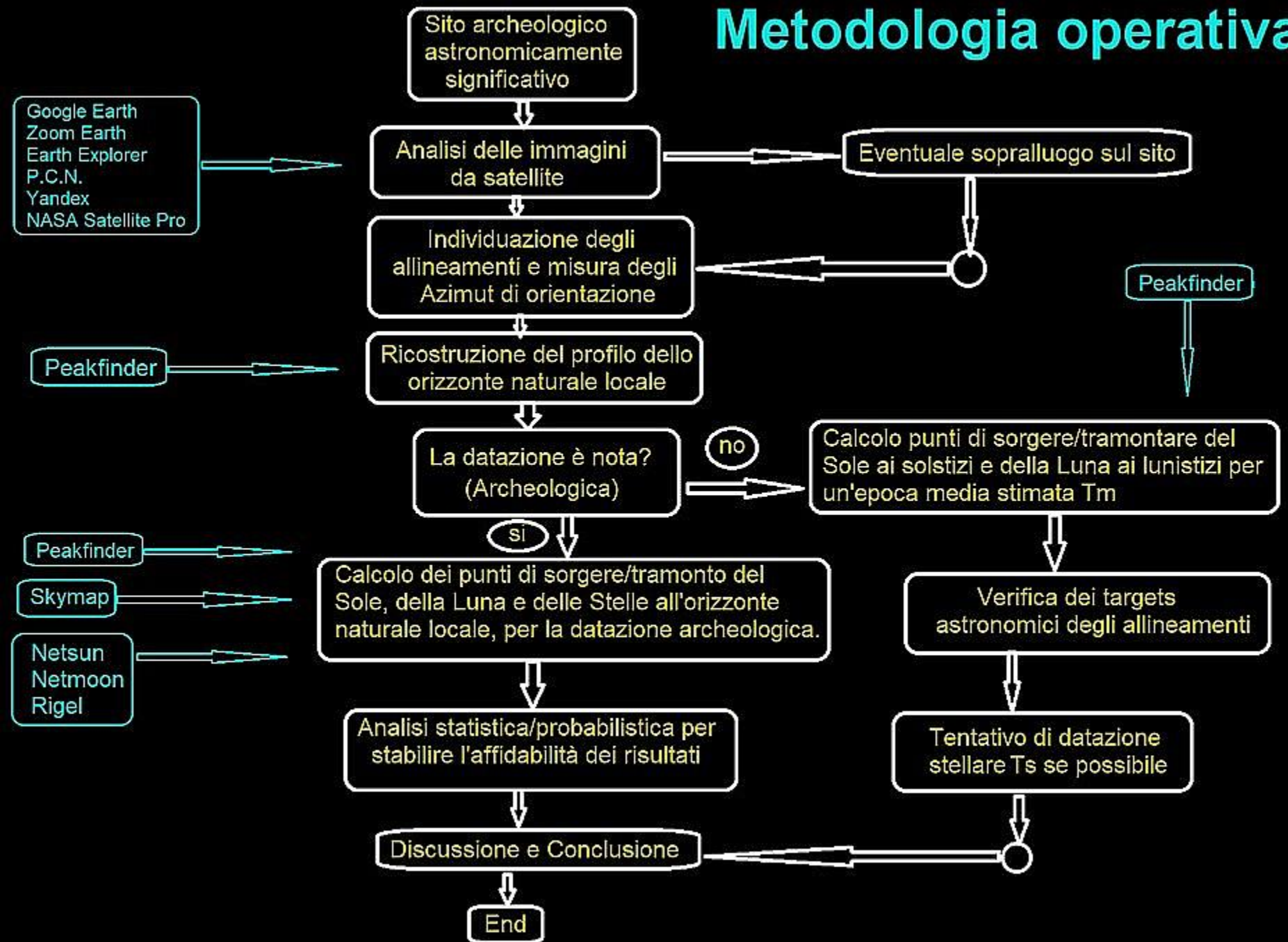


Linee guida per l'analisi archeoastronomica di un sito archeologico potenzialmente astronomicamente significativo

# Metodologia operativa



# Metodologia operativa



# Visione Zen dell'Archeoastronomia

**Bisogna eseguire  
correttamente e  
rigorosamente la  
procedura completa di  
analisi archeoastronomica  
senza preoccuparsi  
dei risultati.**

**Se ci sono, verranno da sè**

# Cosa abbiamo misurato?

## a) Angoli orizzontali

Squadro, Teodolite, vari goniometri

## b) Azimut magnetici

Bussole topografiche e da rilevamento

## c) Azimut geodetici

Sistemi GPS, GyroTeodolite

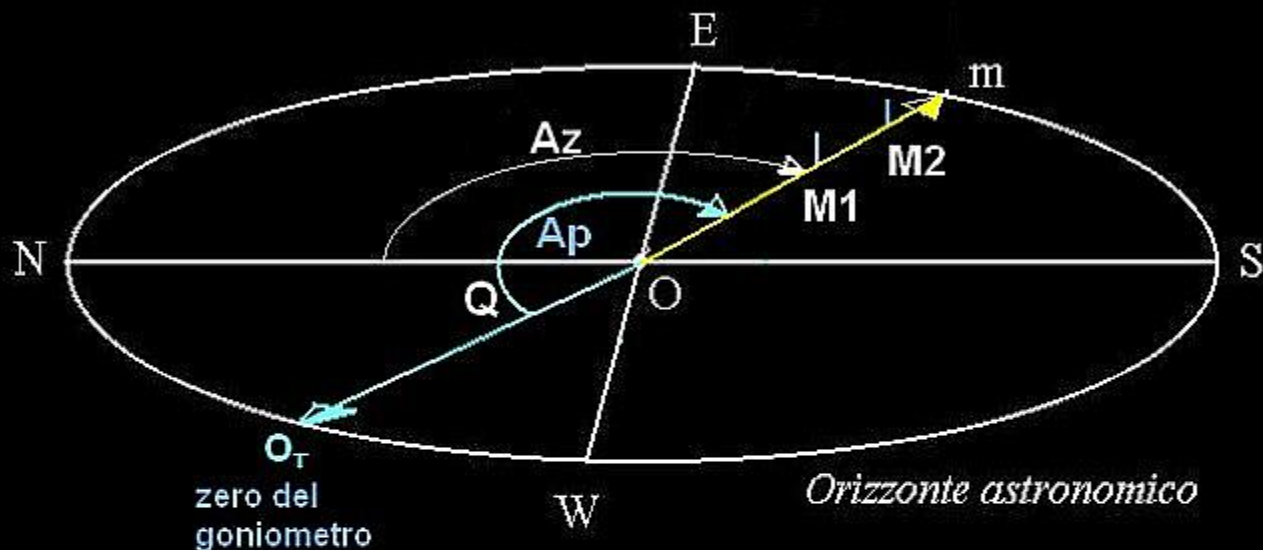
# la Calibrazione

**Conversione degli angoli  
orizzontali (misurati) in  
azimut astronomici**

$$\text{Az(astro)} = \text{Angolo orizzontale} + C$$

**C = correzione (offset)**

# Calibrazione



$A_z$  = Azimut Astronomico (da determinare)

$A_p$  = Angolo Orizzontale (misurato)

Calibrazione:

$$A_z = A_p - Q$$

**La Calibrazione richiede SEMPRE la misura dell'Azimut Astronomico (Geodetico) di una direzione di riferimento collimabile con lo strumento utilizzato per il rilievo archeoastronomico**

La linea di riferimento può essere:

**Topografica o Geodetica (Base GPS o ibrida)**  
**Astronomica (direzione solare o stellare)**

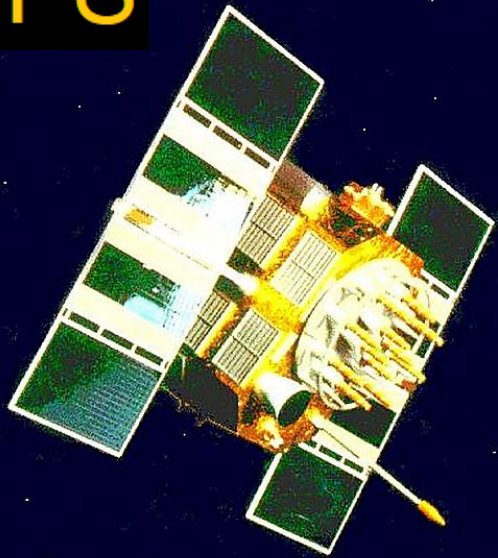


# Tecniche satellitari GPS/GNNS

Glonass



GPS

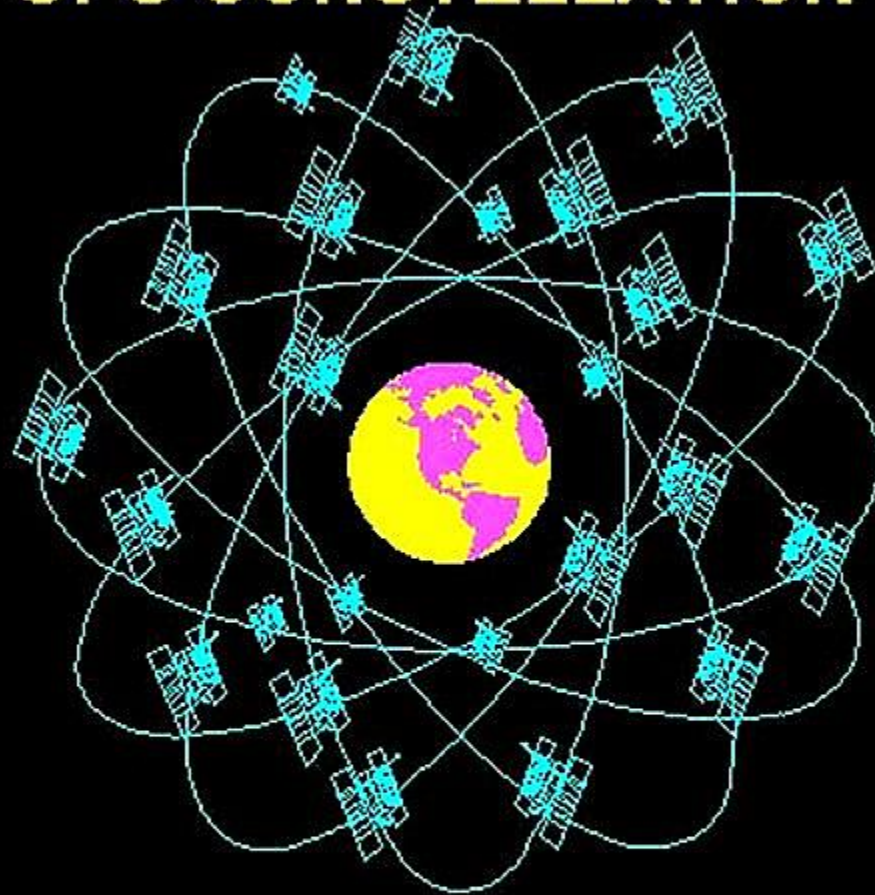


Satellite NAVSTAR

Beidou

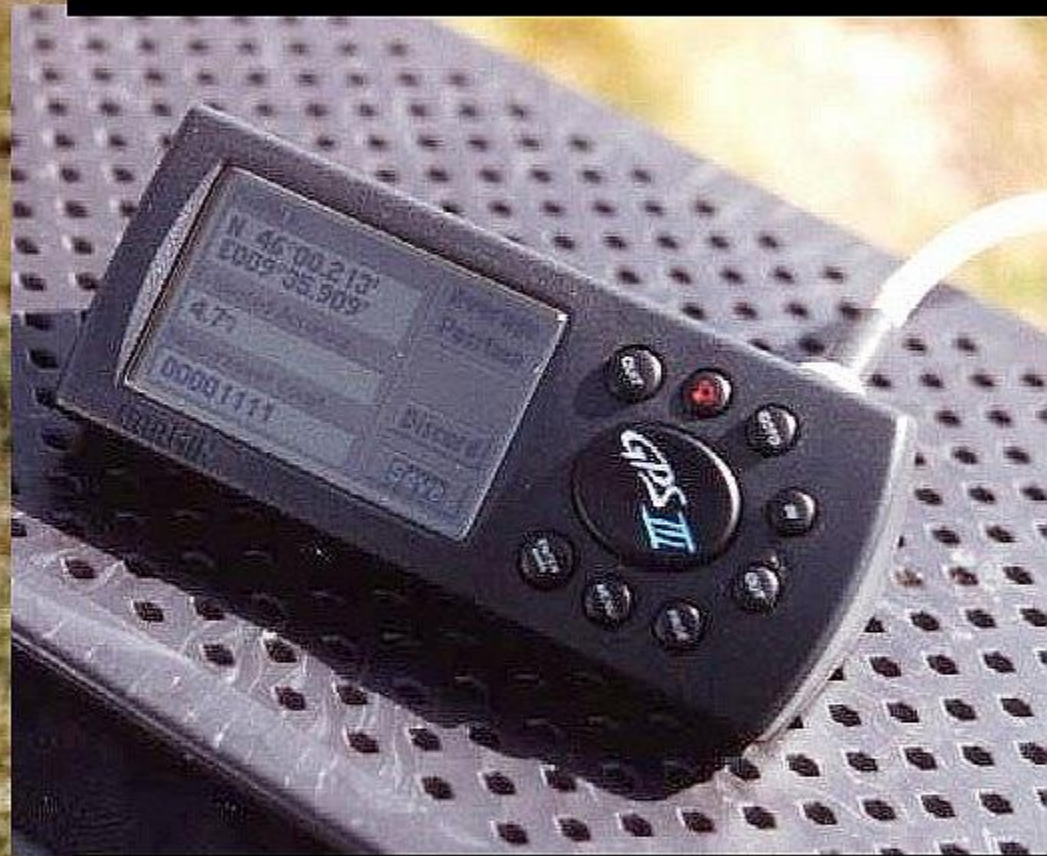


# GPS CONSTELLATION



**21 SATELLITES WITH 3 OPERATIONAL SPARES  
6 ORBITAL PLANES, 55 DEGREE INCLINATIONS  
20,200 KILOMETER, 12 HOUR ORBITS**





Piani del Monte Avaro (settembre 2017)

Rilievi GPS



# Ellissoide WGS84



Semiassse maggiore

$$a = 6378137 \text{ m}$$

Semiassse minore

$$b = 6356752,314 \text{ m}$$

Raggio di curvatura polare  $c = \frac{a^2}{b} = 6399593,626 \text{ m}$

Schiacciamento  $f = \frac{a-b}{a} = \frac{1}{298,257223563} = 3,352810665 \cdot 10^{-3}$

Eccentricità prima  $e = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a} = 8,181919084 \cdot 10^{-2}$

$$e^2 = 6,694379990 \cdot 10^{-3}$$

Eccentricità seconda  $e' = \sqrt{\frac{e^2}{1-e^2}} = 8,209443795 \cdot 10^{-2}$

$$(e')^2 = 6,739496742 \cdot 10^{-3}$$

Isolinee delle differenze in latitudine tra l'elissoide Roma40 e WGS84

$$\Delta \text{Lat} = \text{Lat}(\text{Roma40}) - \text{Lat}(\text{WGS84}) \quad (\text{secondi sessagesimali})$$

Equidistanza = 0".02



**Isolinee delle differenze di longitudine tra l'ellissoide Roma40 e WGS84**

**$\Delta \text{Lon} = \text{Lon}(\text{Roma40}) - \text{Lon}(\text{WGS84})$**  (secondi sessagesimali)

Equidistanza = 0".05





# Roma40 ↔ WGS84

Correzione delle coordinate di un punto rilevato dalle tavolette IGMI (riferite al datum Roma40) per trasformarle nelle coordinate riferite al datum WGS84 per eseguire confronti con i rilievi GPS.

Le coordinate geografiche si correggono utilizzando le seguenti formule:

$$\text{LAT}(\text{WGS84}) = \text{LAT}(\text{Roma40}) - D(\text{lat})$$

$$\text{LON}(\text{WGS84}) = \text{LON}(\text{Roma40}) - D(\text{lon})$$

e viceversa:

$$\text{LAT}(\text{Roma40}) = \text{LAT}(\text{WGS84}) + D(\text{lat})$$

$$\text{LON}(\text{Roma40}) = \text{LON}(\text{WGS84}) + D(\text{lon})$$

Per la Lombardia vanno bene (mediamente):

$$D(\text{lat}) = 0^{\circ}.000678 \quad ( = 2''.44 \text{ +/- } 0''.02)$$

$$D(\text{lon}) = 0^{\circ}.000306 \quad ( = 1''.10 \text{ +/- } 0''.10)$$

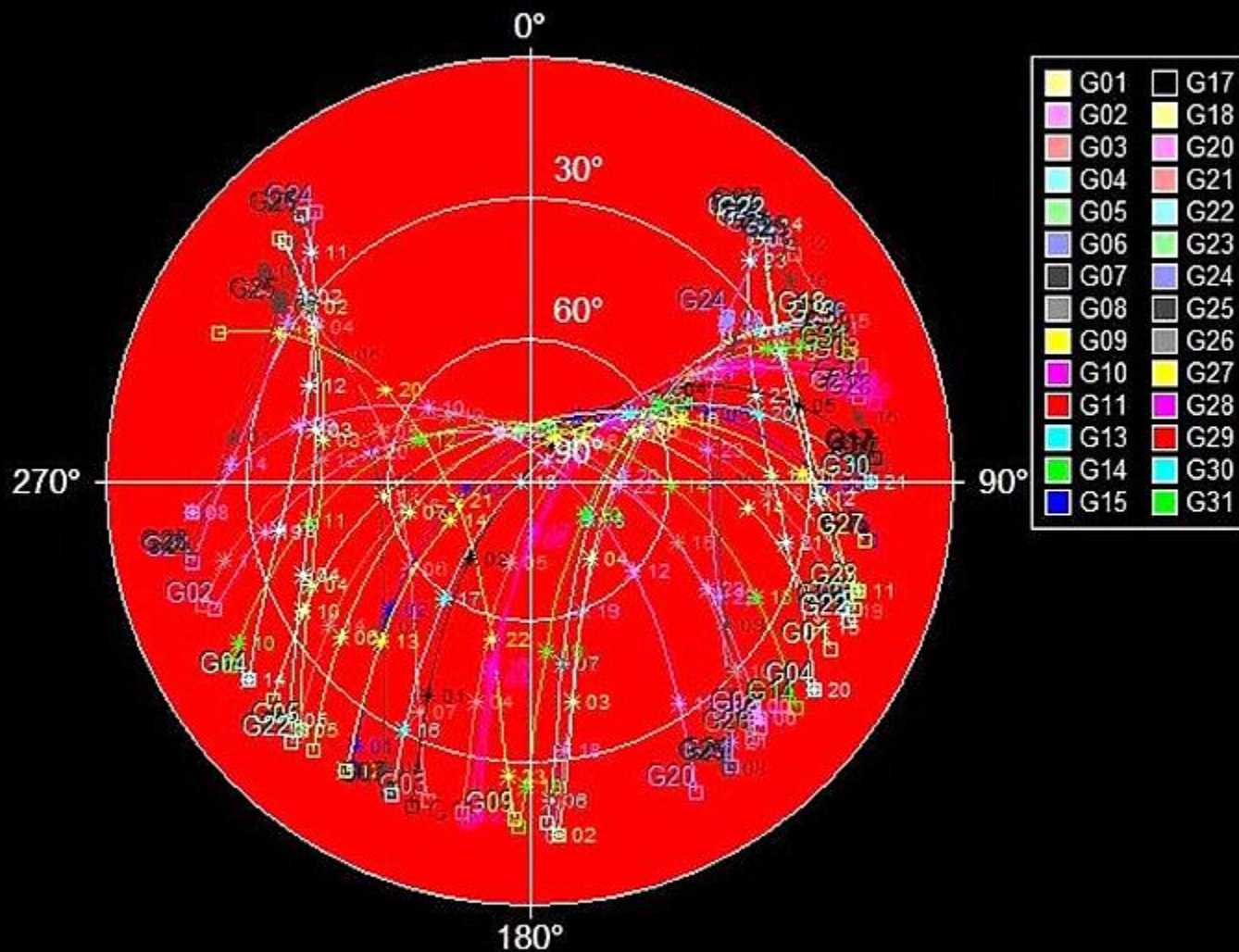


**Latitudine:**       $1'' = 30,818$       **metri**  
**Longitudine:**     $1'' = 30,922 \cdot \cos(\varphi)$     **metri**

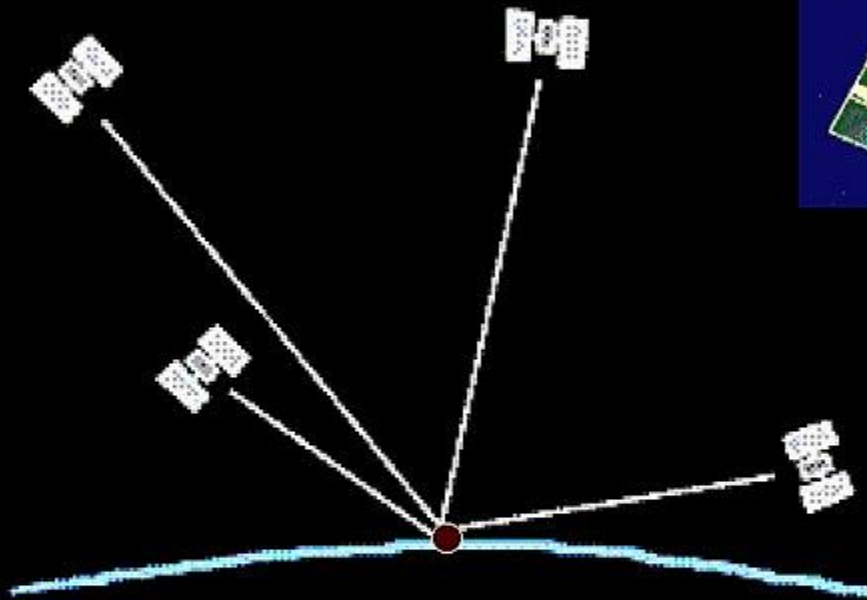
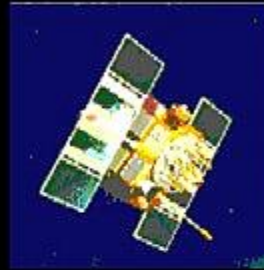
## Misure di incertezza sulla posizione GPS

	E-N Mean/58%	E-N RMS/68%	E-N 95%	Horizontal CEP/50%	Horizontal Mean/54%	Horizontal RMS/63%	Horizontal 95%
E-N Mean/58%	1.00	1.25	2.46	1.48	1.57	1.77	3.06
E-N RMS/68%	0.80	1.00	1.96	1.18	1.25	1.41	2.44
E-N 95%	0.41	0.51	1.00	0.60	0.64	0.72	1.24
Horizontal CEP/50%	0.68	0.85	1.67	1.00	1.06	1.20	2.08
Horizontal Mean/54%	0.64	0.80	1.56	0.94	1.00	1.13	2.01
Horizontal RMS/63%	0.57	0.71	1.39	0.83	0.89	1.00	1.73
Horizontal 95%	0.33	0.41	0.81	0.48	0.50	0.58	1.00

# Mappa del Cielo

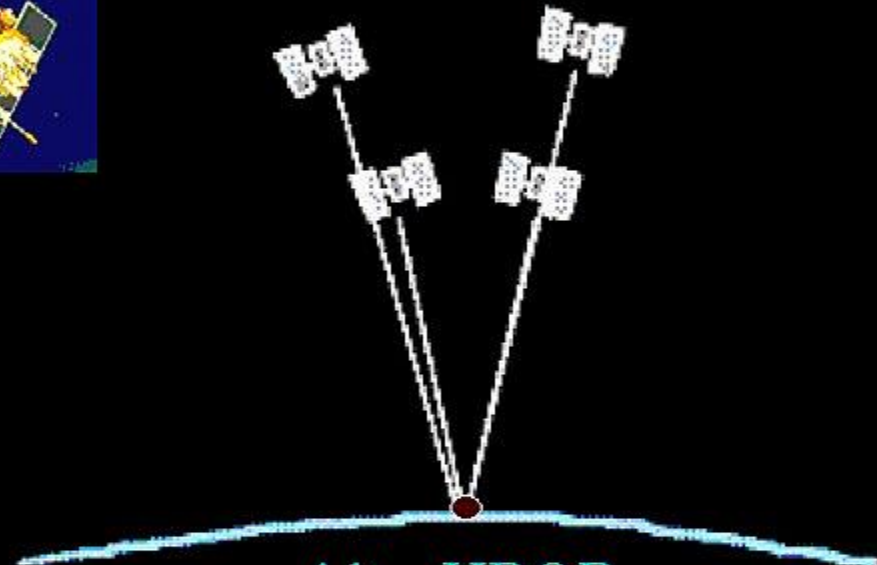


## HDOP : Horizontal Dilution Of Precision



Bassa HDOP

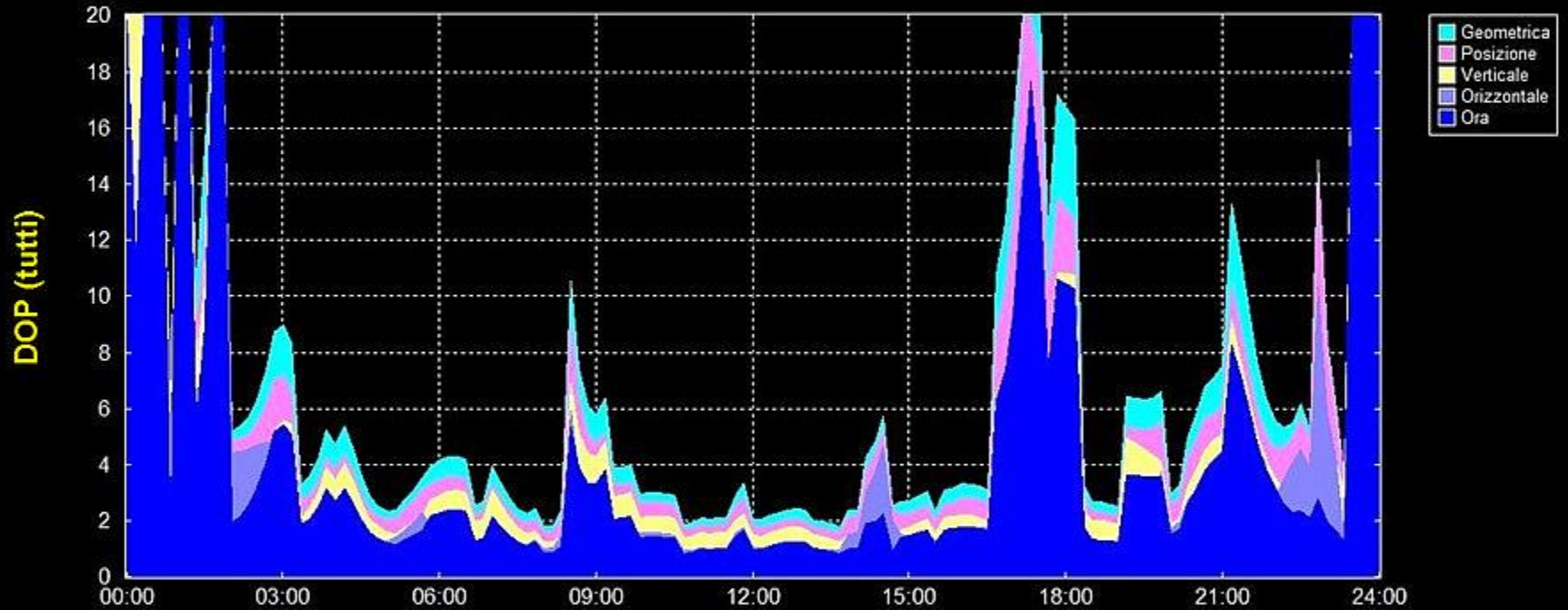
posizione GPS con  
errore ridotto

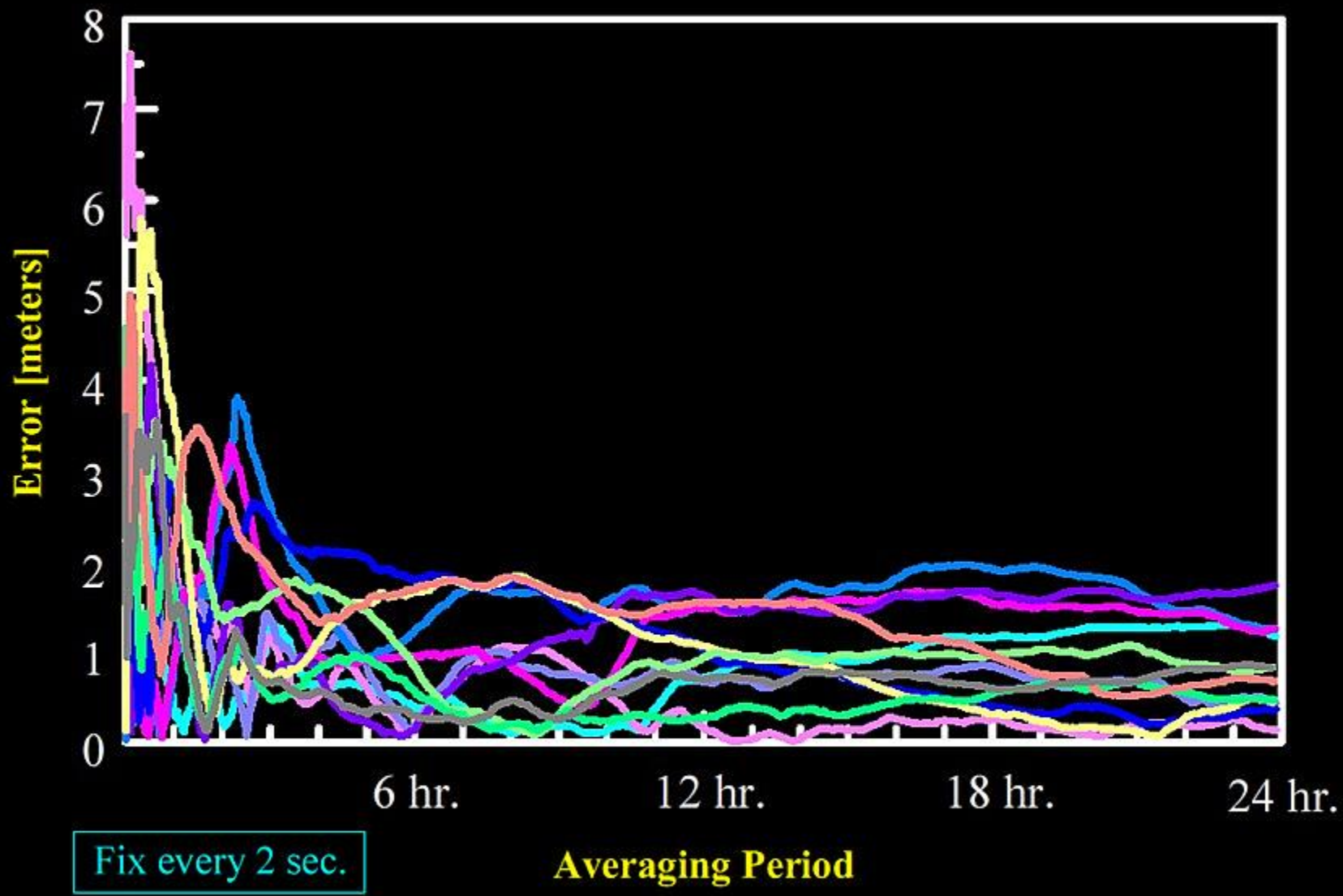


Alta HDOP

posizione GPS con errore  
elevato

## DOP (tutti)





# GNSS

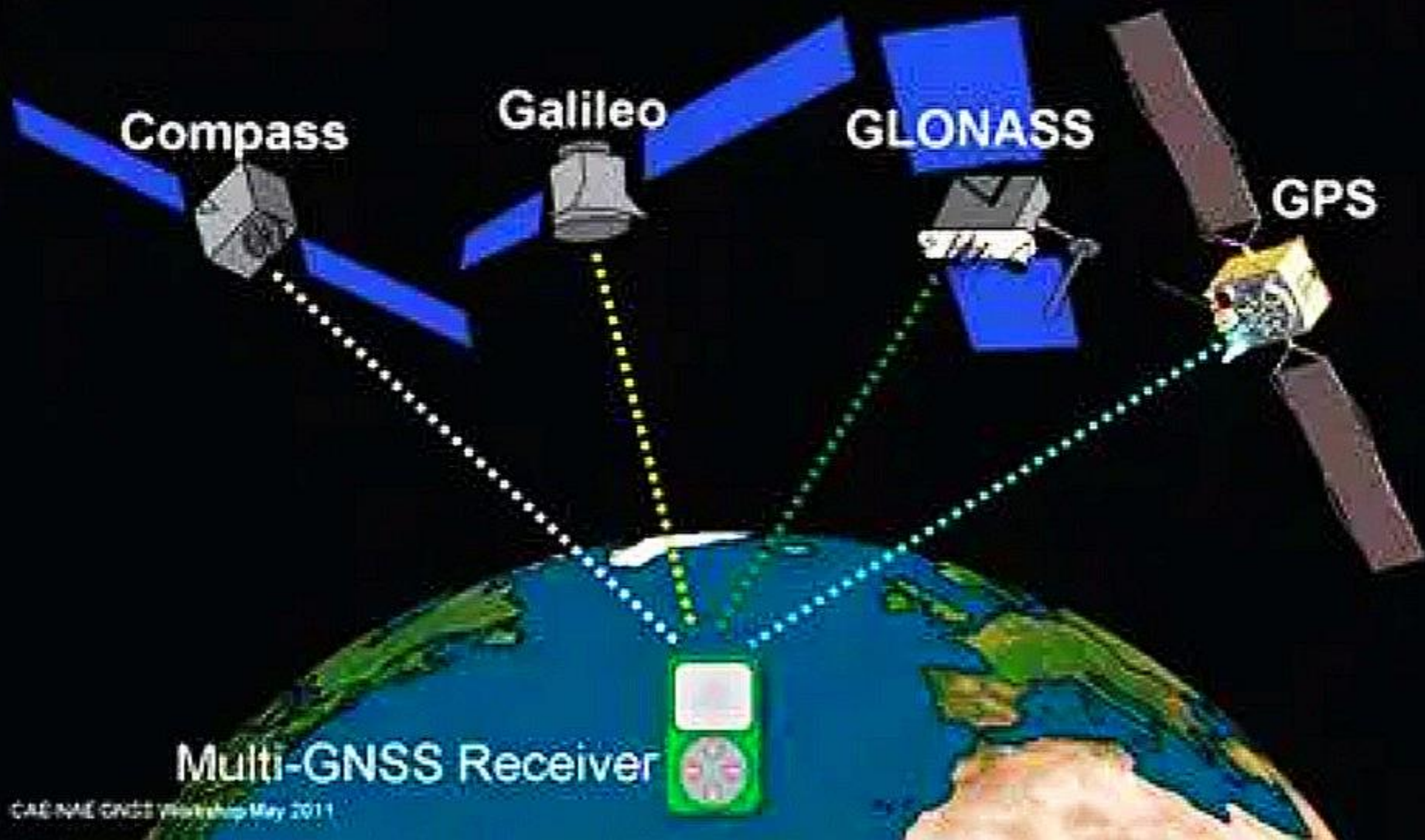
**G**lobal  
**N**avigation  
**S**atellite  
**S**ystems



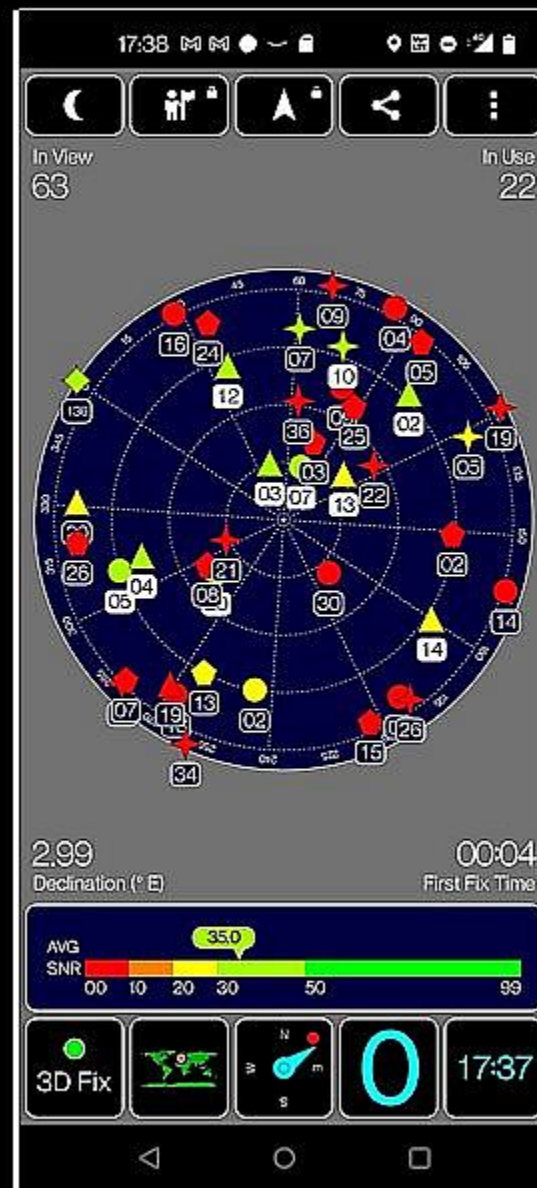
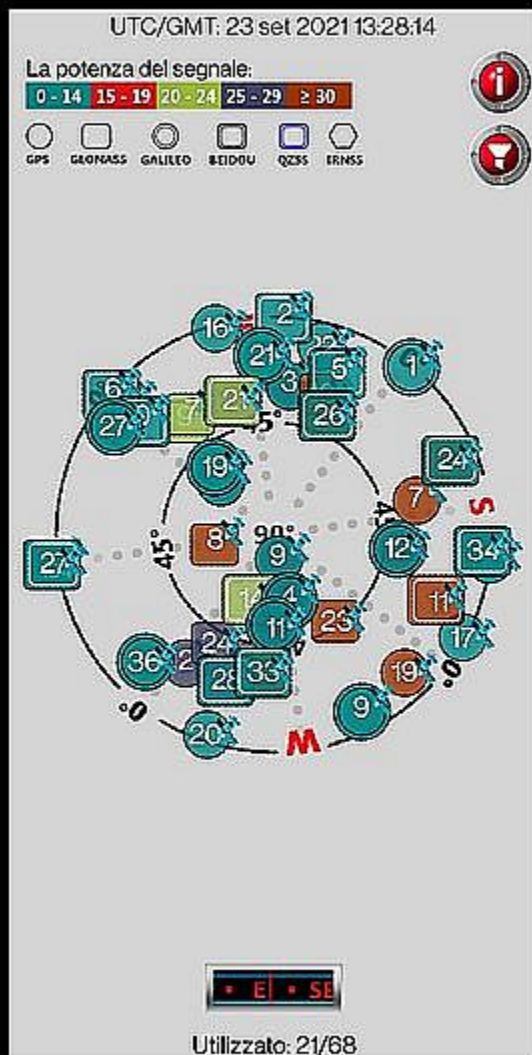
- GPS
- GLONASS
- GALILEO
- BEIDOU



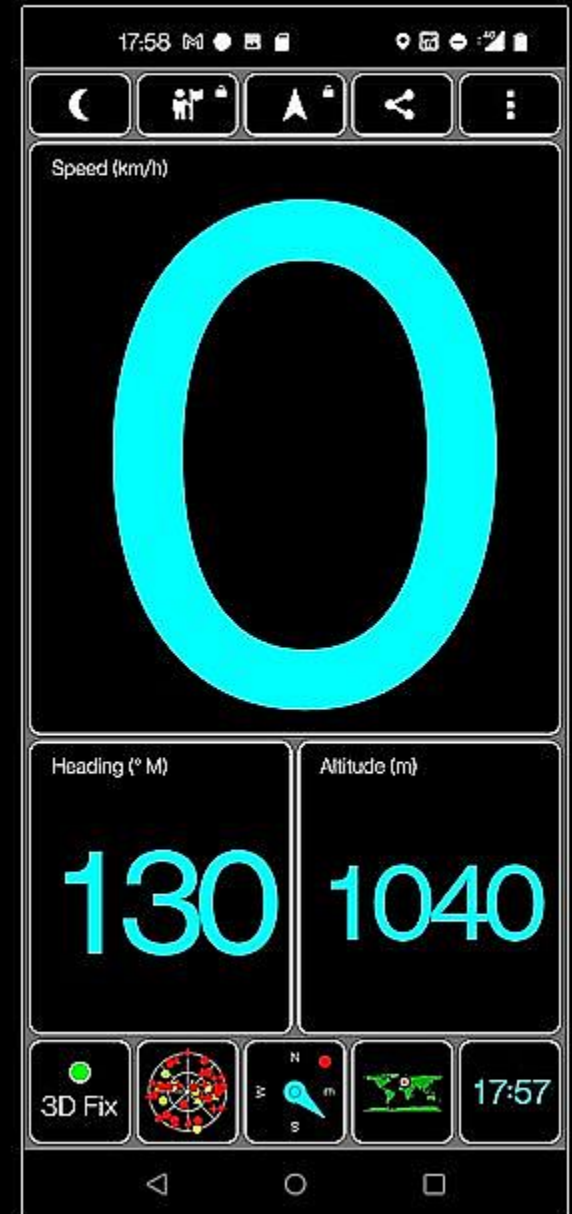
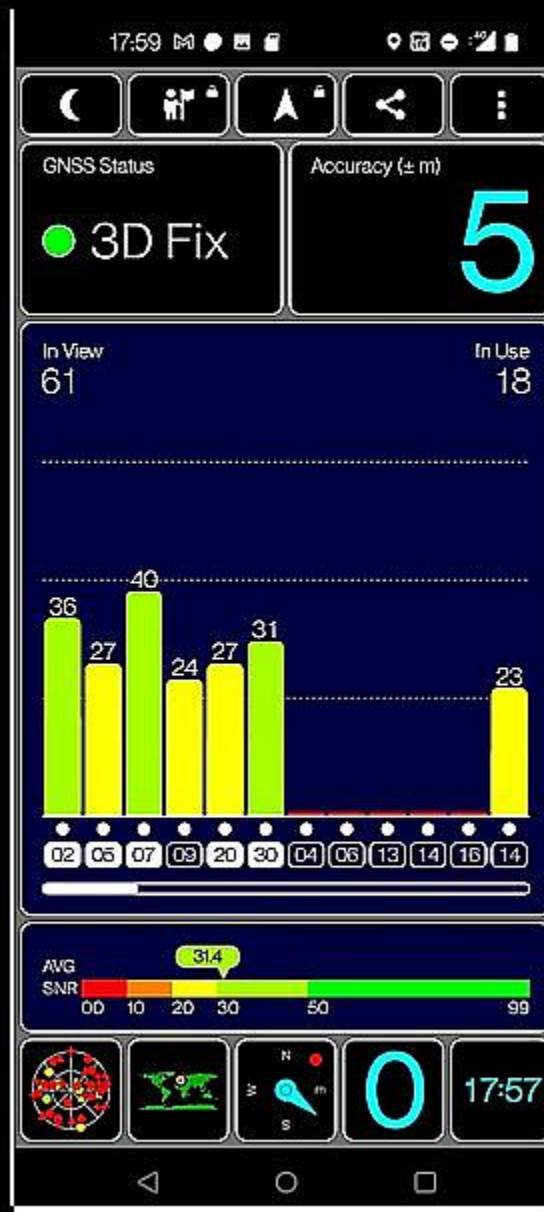
# GNSS



# Rilievo GNSS mediante app su smartphone

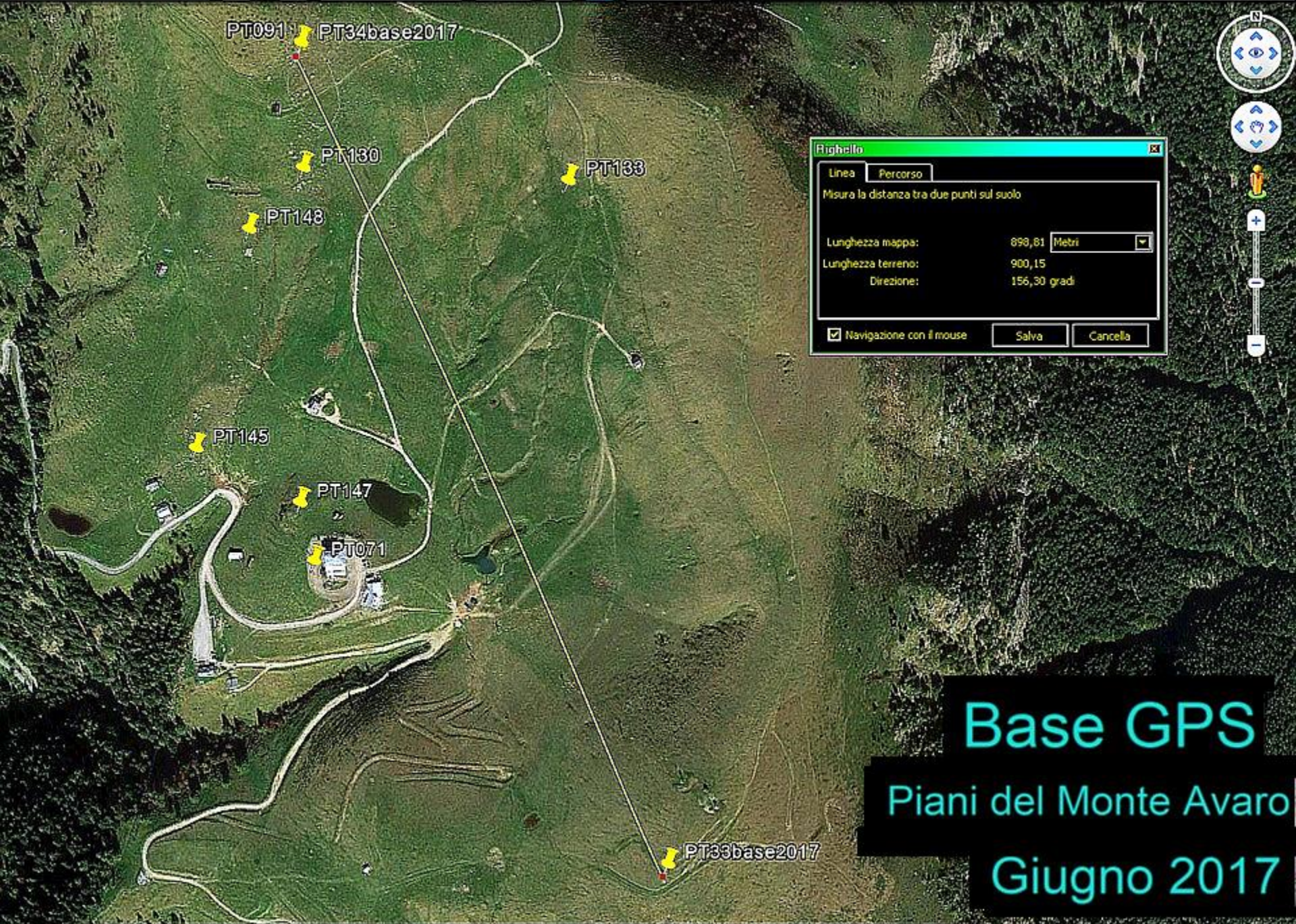


# Rilievo GNSS mediante app su smartphone





# **Calibrazione mediante una base GPS**



**Righello**

Linea    Percorso

Misura la distanza tra due punti sul suolo

Lunghezza mappa:	898,81	Metri
Lunghezza terreno:	900,15	
Direzione:	156,30	gradi

Navigazione con il mouse    Salva    Cancella

**Base GPS**  
**Piani del Monte Avaro**  
**Giugno 2017**

Base GPS

Piani del Monte Avaro

Giugno 2017



Base GPS

Piani del Monte Avaro

Giugno 2017



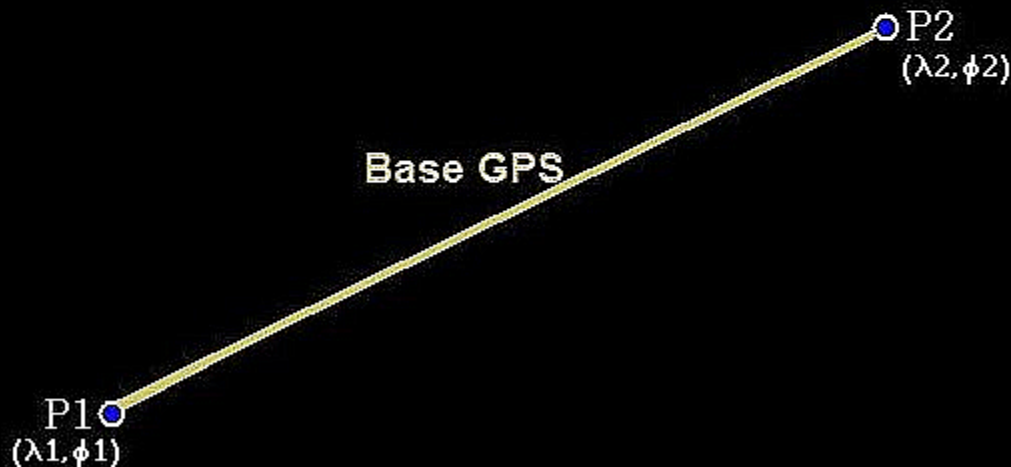


## Procedura di rilievo archeoastronomico mediante Bussola Topografica di precisione e ricevitore GPS

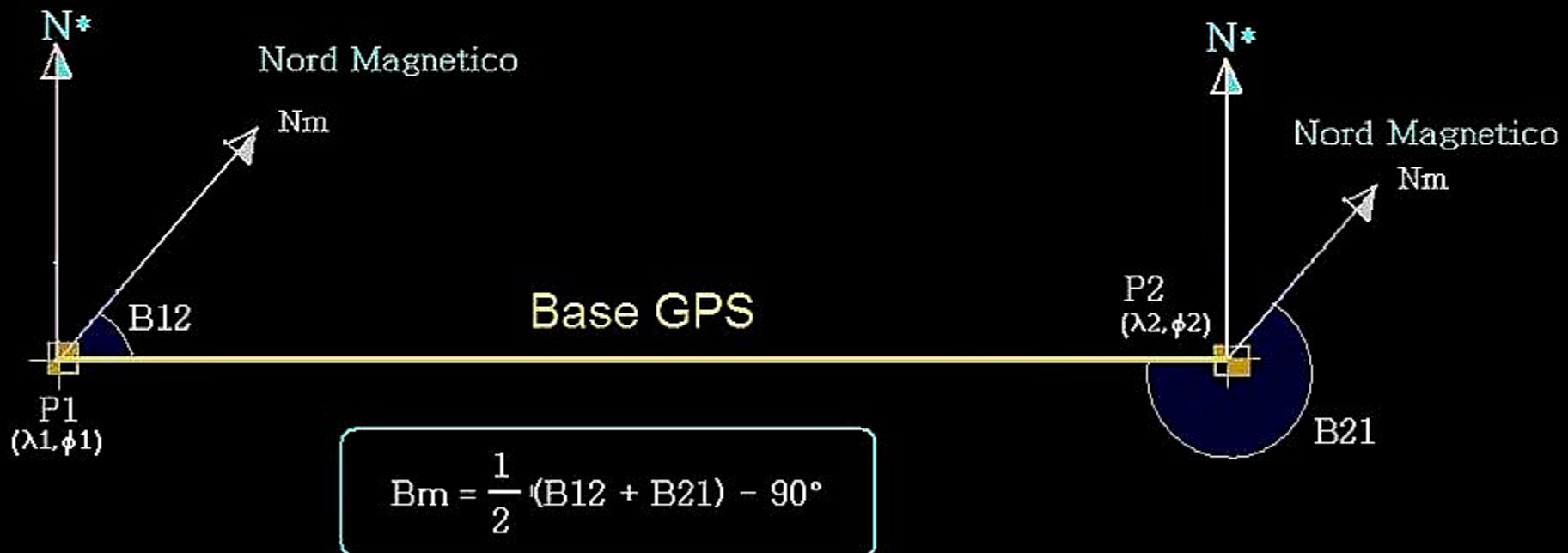
- 1) Materializzazione della base GPS nel sito archeologico stabilendone i punti estremi e misurando le coordinate geografiche (oppure UTM) di esse riferite al datum WGS84.
- 2) Misura con la bussola, in andata ed in ritorno, dell'azimut magnetico di orientazione della base GPS facendo stazione alternativamente in un estremo e collimando l'altro e viceversa.
- 3) Misura dell'azimut magnetico di orientazione, con la bussola, di tutti gli allineamenti potenzialmente astronomicamente significativi presenti nel sito archeologico. Anche in questo caso in andata ed in ritorno.
- 4) Calcolo della differenza tra l'azimut magnetico di orientazione della base GPS e quello geodetico calcolato utilizzando le coordinate geografiche dei suoi estremi.
- 5) Calibrazione degli allineamenti rilevati nel sito, sottraendo ai rispettivi azimut magnetici la differenza calcolata al punto 4) ottenendo il corrispondente azimut geodetico (astronomico) di ciascuno degli allineamenti misurati.

## Procedura di rilievo archeoastronomico mediante Bussola Topografica di precisione e ricevitore GPS

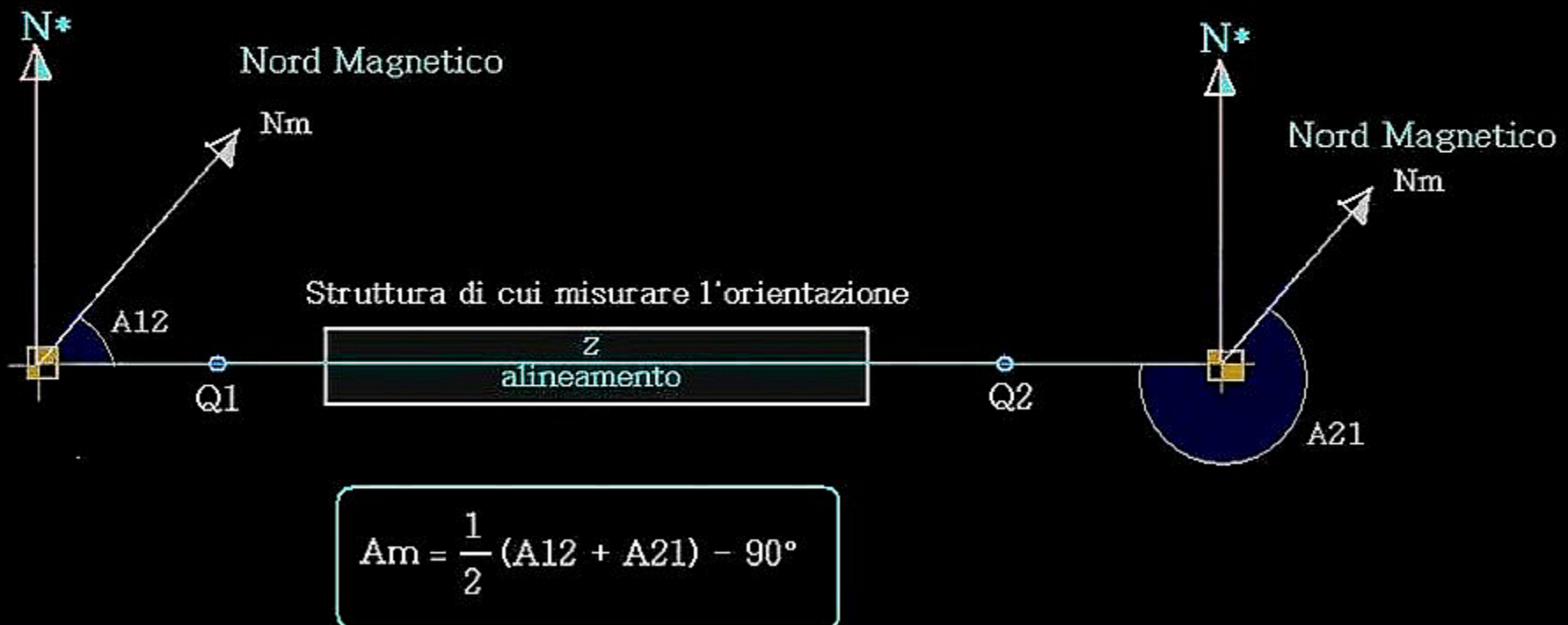
- 1) Materializzazione della base GPS nel sito archeologico stabilendone i punti estremi e misurando le coordinate geografiche (oppure UTM) di esse riferite al datum WGS84.



2) Misura con la bussola, in andata ed in ritorno, dell'azimut magnetico di orientazione della base GPS facendo stazione alternativamente in un estremo e collimando l'altro e viceversa.



3) Misura dell'azimut magnetico di orientazione, con la bussola, di tutti gli allineamenti potenzialmente astronomicamente significativi presenti nel sito archeologico. Anche in questo caso in andata ed in ritorno.



4) Calcolo della differenza tra l'azimut magnetico di orientazione della base GPS e quello geodetico calcolato utilizzando le coordinate geografiche dei suoi estremi.

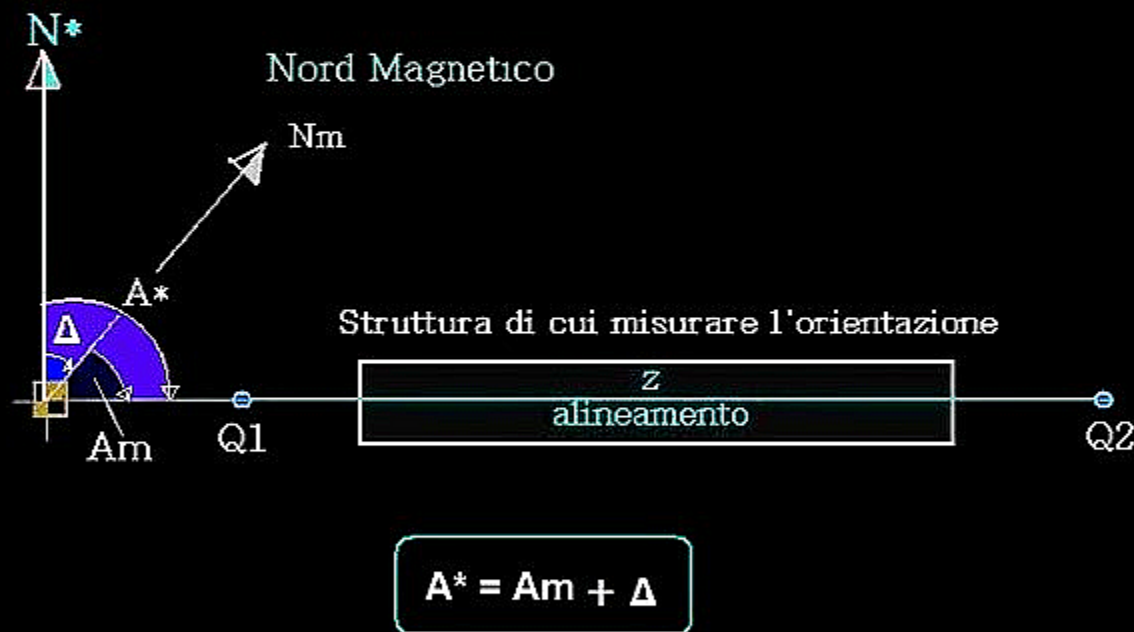
$$B_{gps} = \text{atan} \left[ \frac{(\lambda_2 - \lambda_1)}{(\phi_2 - \phi_1)} \cos(\phi_0) \right]$$

$$\phi_0 = \frac{(\phi_2 + \phi_1)}{2}$$

$$\Delta = B_m - B_{gps}$$

**Lunghezza della Base < 15 km**

- 5) Calibrazione degli allineamenti rilevati nel sito, sommando ai rispettivi azimut magnetici la differenza calcolata al punto 4) ottenendo il corrispondente azimut geodetico (astronomico) di ciascuno degli allineamenti misurati.

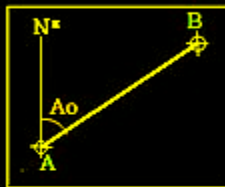


## Azimut di una base GPS con misure di codice C/A

Sia AB una base GPS di azimut astronomico pari ad  $A_0$  e lunghezza  $D$ , essa può essere materializzata misurando le coordinate dei due estremi A e B, riferite al datum WGS84 mediante un ricevitore GPS operante con misure di codice C/A trasmesso sulla sola frequenza L1 (1575,42 MHz).

Quantità misurate:

Punto	Latitudine (gradi)	Longitudine (gradi)	Numero di fixes
A	$\varphi_A$	$\lambda_A$	$N_A$
B	$\varphi_B$	$\lambda_B$	$N_B$



Calcolo azimut geodetico della base:

$$A_0 = \arctan \left( \frac{\lambda_B - \lambda_A}{\varphi_B - \varphi_A} \cos(\varphi_0) \right) \quad (\text{gradi})$$

dove:

$$\varphi_0 = \frac{\varphi_B + \varphi_A}{2} \quad (\text{gradi})$$

L'incertezza con cui l'azimut geodetico  $A_0$  è determinato vale:

$$\sigma' = \frac{168 \text{ HDOP}}{D} \quad (\text{gradi})$$

e lo SDOM vale:

$$\text{SDOM} = \sigma' / \sqrt{N_0} \quad (\text{gradi})$$

con:

$$N_0 = (N_A + N_B) / 2$$

I limiti di confidenza ( $p=95\%$ ) relativi all'azimut geodetico della base saranno:

$$A_u = A_0 + 2 \sigma' / \sqrt{N_0} \quad (\text{gradi})$$

$$A_d = A_0 - 2 \sigma' / \sqrt{N_0} \quad (\text{gradi})$$

A questo punto l'azimut della base GPS sarà:  $A_0 \pm \text{SDOM}$  e quindi si avrà:

$$A_d \leftarrow A_0 \leftarrow A_u$$

con un livello di probabilità pari al 95%.

## Lunghezza di una base GPS con misure di codice C/A

La lunghezza di una base GPS che congiunge due punti A e B può essere misurata utilizzando le coordinate dei due punti estremi riferite al datum WGS84 utilizzando le sole misure di codice C/A trasmesso sulla sola frequenza L1 (1545,72 MHz) come segue:

$$D_0 = 111129 \sqrt{(\varphi_B - \varphi_A)^2 + (\lambda_B - \lambda_A)^2 \cos^2(\varphi_0)} \quad \text{metri}$$

dove:

$$\varphi_0 = \frac{\varphi_B + \varphi_A}{2}$$

L'incertezza  $\sigma(D)$  sulla lunghezza  $D$  calcolata vale:

$$\sigma = 3 \sqrt{2} \text{ HDOP} \quad (\text{metri})$$

e lo SDOM sarà:

$$\text{SDOM} = \sigma / \sqrt{N_0} \quad (\text{metri})$$

dove:

$$N_0 = (N_A + N_B) / 2$$

I limiti di confidenza (95%) sulla distanza misurata sono:

$$D_u = D_0 + 2 \sigma / \sqrt{N_0} \quad (\text{metri})$$

$$D_d = D_0 - 2 \sigma / \sqrt{N_0}$$

La lunghezza della base GPS sarà:  $D_0 \pm \text{SDOM}$  e quindi si avrà:

$$D_d \leftarrow D_0 \leftarrow D_u$$

con un livello di probabilità pari al 95%.

# Azimut Geodetico tre Due Stazioni

**Stazione 1 = WPT01**

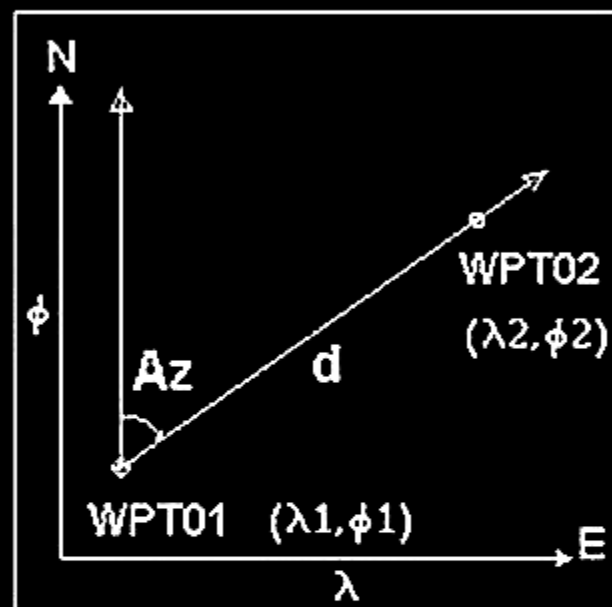
**Stazione 2 = WPT02**

$\lambda$  = Longitudine

$\phi$  = Latitudine

**Az = Azimut geodetico**

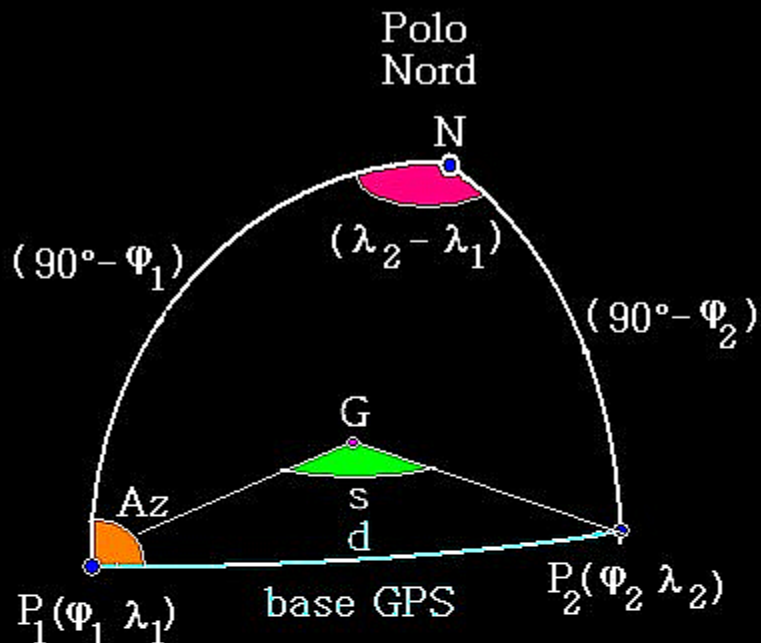
**d = Distanza**



**Formula valida nel Campo Topografico ( $d < 15$  km)**

$$Az = \text{atan} \left[ \frac{(\lambda_2 - \lambda_1)}{(\phi_2 - \phi_1)} \cos(\phi_1) \right]$$





$(\lambda_2 - \lambda_1)$  = angolo al Polo

$(90^\circ - \varphi_1)$  = colatitudine di P1

$(90^\circ - \varphi_2)$  = colatitudine di P2

Az = Azimut della base GPS P1-P2

s = angolo al centro

d = lunghezza della base GPS

P1 =  $P_1(\varphi_1 \lambda_1)$ : punto estremo PT034

P2 =  $P_2(\varphi_2 \lambda_2)$ : punto estremo PT033

$$\sigma = 0,01 \cdot \lambda_c \cdot \text{HDOP} + \dots$$

$$\text{Az} = \arctan \left[ \frac{\lambda_2 - \lambda_1}{\varphi_2 - \varphi_1} \cos(\varphi_o) \right]$$

$$\varphi_o = \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2}$$

# Azimut Geodetico tre Due Stazioni

Stazione 1 = WPT01

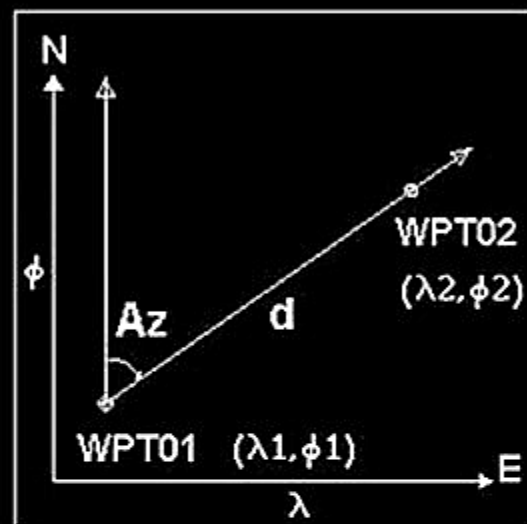
Stazione 2 = WPT02

$\lambda$  = Longitudine

$\phi$  = Latitudine

Az = Azimut geodetico

d = Distanza



Formula valida nel Campo Geodetico (Terra Sferica)

$$Az = 180^\circ + \text{atan} \left[ \frac{\sin(\lambda_2 - \lambda_1)}{\tan(\phi_2) \cos(\phi_1) - \sin(\phi_1) \cos(\lambda_2 - \lambda_1)} \right]$$

**Lunghezza della Base < 120 Km**

# Azimut Geodetico tre Due Stazioni

**Stazione 1 = WPT01**

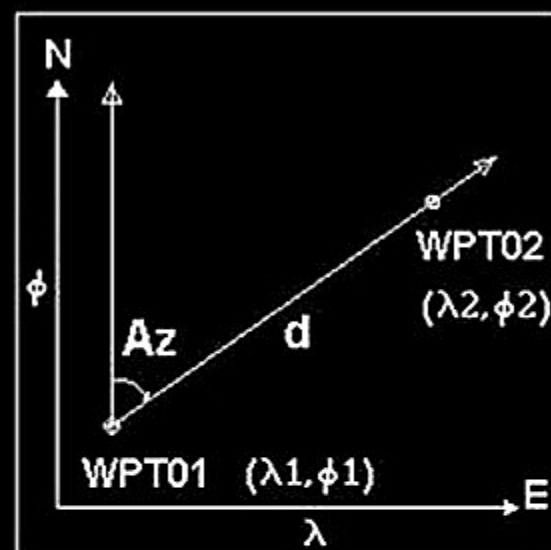
**Stazione 2 = WPT02**

$\lambda$  = Longitudine

$\phi$  = Latitudine

**Az = Azimut geodetico**

**d = Distanza**



**Formula Generale (Terra Elissoidica, WGS84)**

$$N1 = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2(\phi_1)}} \quad ; \quad N2 = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2(\phi_2)}}$$

$$G = (1 - e^2) \tan(\phi_2) + \frac{N1 \sin(\phi_1)}{N2 \sin(\phi_2)} e^2$$

$$Az = 180 + \operatorname{atan} \left[ \frac{\sin(\lambda_2 - \lambda_1)}{G \cos(\phi_1) - \sin(\phi_1) \cos(\lambda_2 - \lambda_1)} \right]$$

$$a = 6378137 \text{ metri}$$

$$e = 0.08209443795$$

# Azimut Geodetico tre Due Stazioni

Incertezza sulla valutazione dell'Azimut Geodetico

Stazione 1 = WPT01

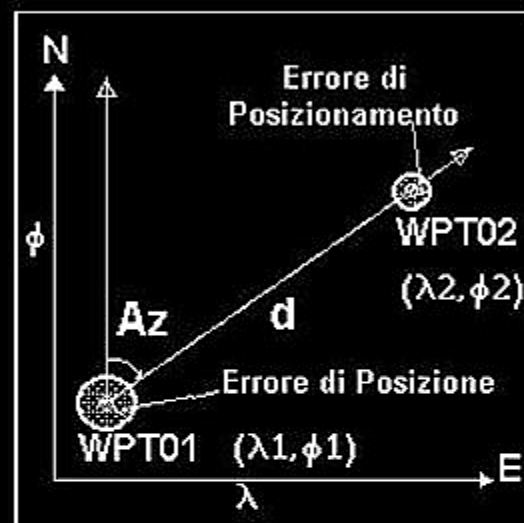
Stazione 2 = WPT02

$\lambda$  = Longitudine

$\phi$  = Latitudine

Az = Azimut geodetico

d = Distanza (m)



Incertezza sull'Azimut Geodetico

$$e(Az) \approx 57.3 (e_2 + e_1) / d$$

$$s = 0.0175 Re$$

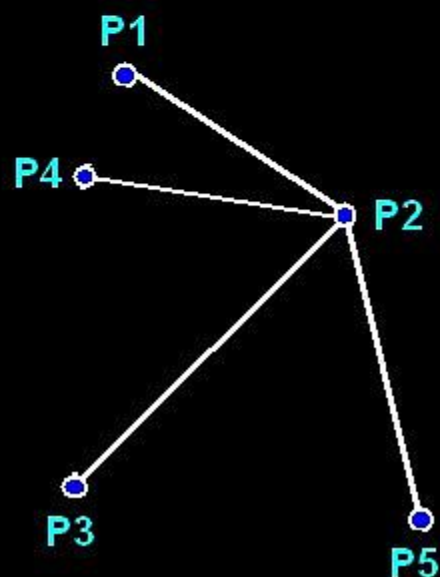
$$Re \approx [6378.14 - 21.39 \sin(\phi_1)] \cdot 1000$$

$$d = \sqrt{(\lambda_2 - \lambda_1)^2 \cos^2(\phi_1) + (\phi_2 - \phi_1)^2} \cdot s$$

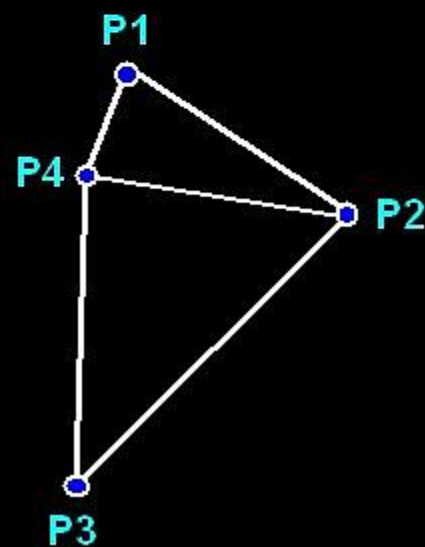
# Una rete GPS è composta da almeno 3 basi.

Le reti GPS possono essere:

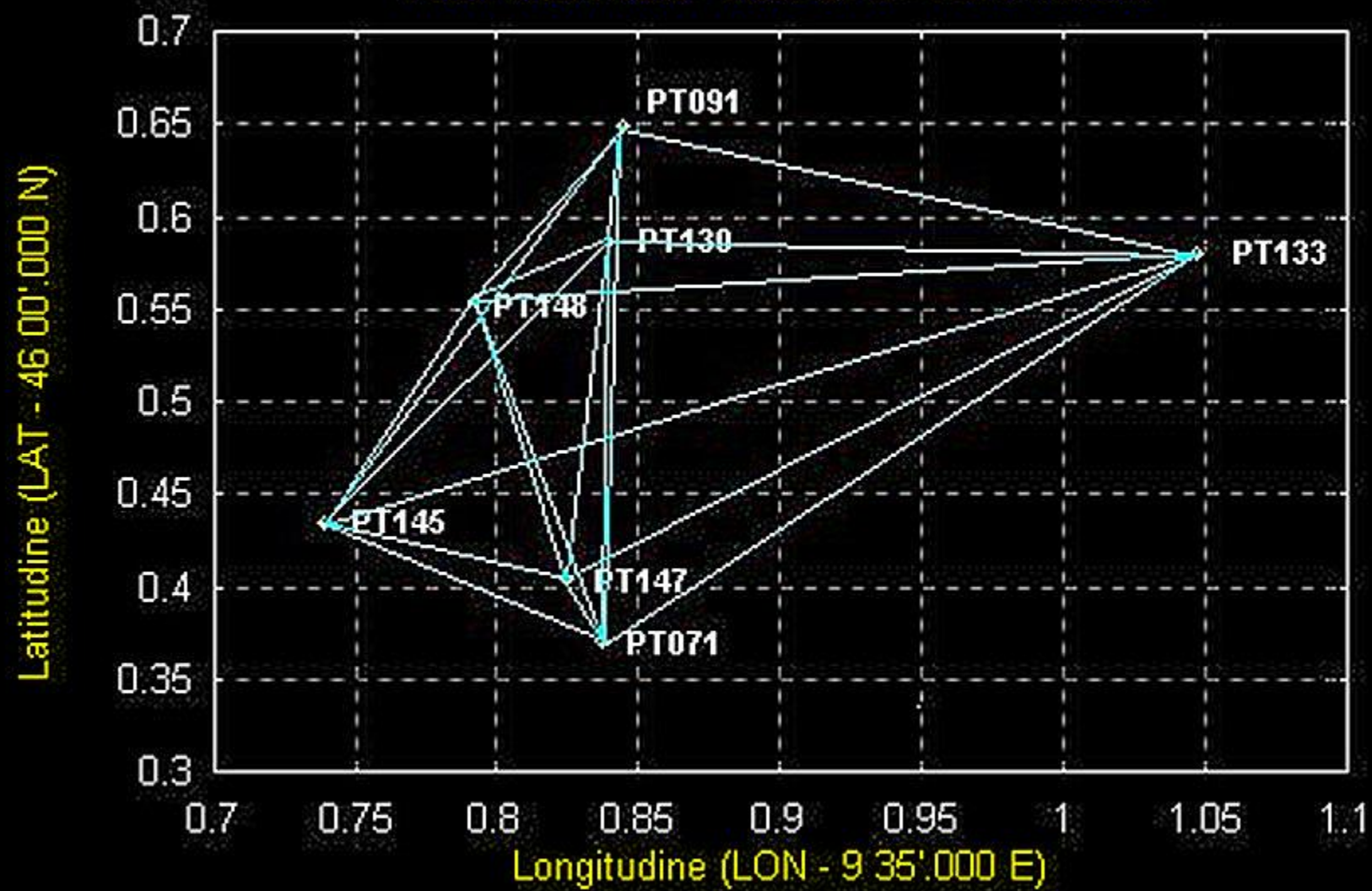
a) Aperte



b) Chiuse



### Piani M.te Avaro - Rete GPS - Punti Rilevati



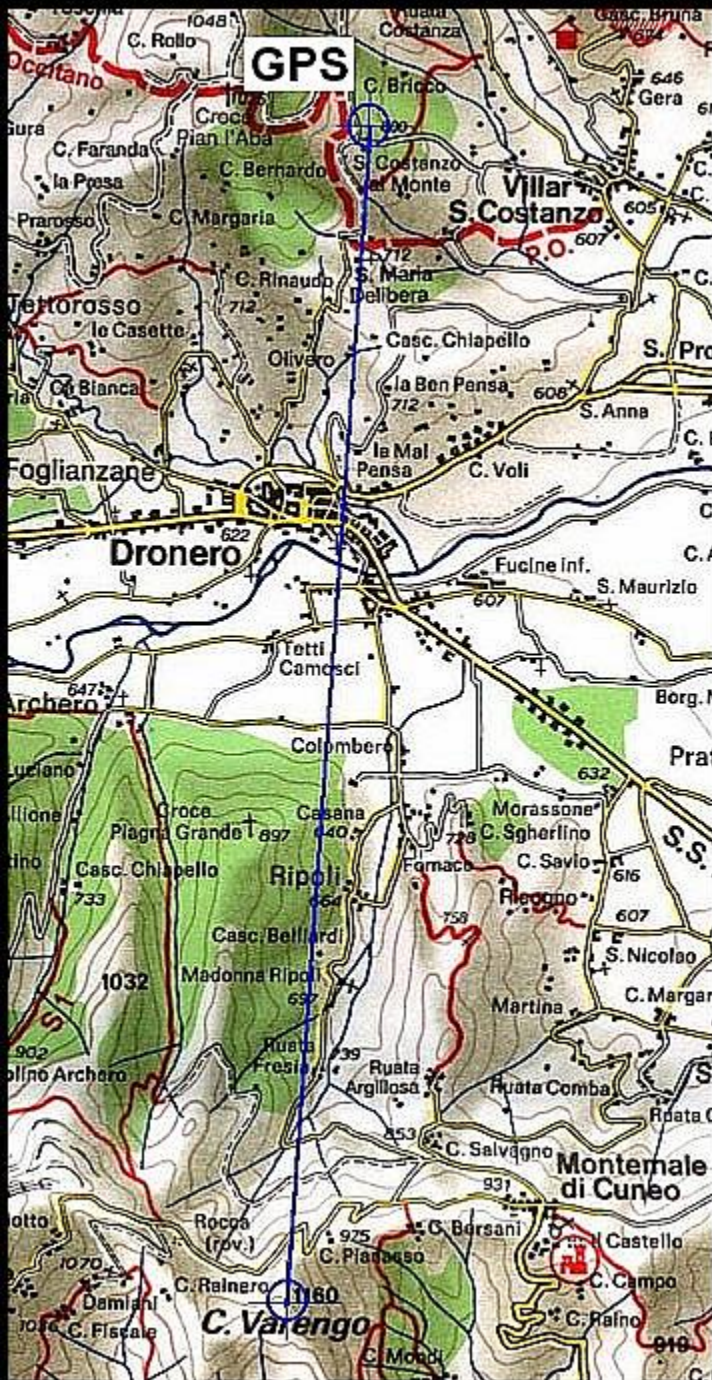
**Le reti GPS forniscono una maggior precisione nella valutazione degli Azimut astronomici, ma richiedono la Compensazione degli Errori**

# Base Ibrida

**Una base ibrida, da usare per calibrare gli azimut misurati, è una linea che congiunge due punti P1 e P2 le cui coordinate geografiche di uno di essi sono state rilevate mediante rilievo satellitare GPS e quelle dell'altro sono state ottenute dalla cartografia IGMI (o da Google Earth o altro) .**

**In una base ibrida di rilevano le coordinate geografiche del punto P1 e si collima con il goniometro il punto P2 (ad esempio) la cima di una montagna in lontananza, per poi rilevare le coordinate di P2 usando la cartografia IGMI oppure (se P2 è un punto trigonometrico) le monografie pubblicate dall'Istituto Geografico Militare Italiano**





Esempio

# Base Ibrida

San Costanzo al Monte - Col Varengo



# Base Ibrida

San Costanzo al Monte - Col Varengo

\*\* Axes of the Error Ellipse at WPT2 - (2 rms) \*\*

Error in Longitude  $e(l)$ : 8.700941E-005 minutes  
Error in Latitude  $e(f)$ : 6.213200E-005 minutes

Estimated Position Error (1 fix) obtained from the  
Least Squares Solution Positioning using all the  
available satellites in view: EPE: 4.0000000 mt.

Average Position Error EA: 3.9000000 mt.

Estimated Error on the absolute positioning  
at the point WPT2 (Target): 1.150047E-001 mt.

Probability that the Estimated Error on  
the positioning is realistic: Po: 9.791395E-001

Local Radius of the Ellipsoid  $R_e$ : 6367.6350000 Km

Linear Components of the Baseline Vector:  
(Referred to the WGS84 Standard Ellipsoid)

Component Dx: -348.9594000 +/- 4.934106E-003 meters  
Component Dy: -5740.7190000 +/- 8.117080E-002 meters  
Component Dz: 354.0000000 +/- 5.005377E-003 meters

Length of the vector  $u$ : 5762.1990000 meters  
Computed Uncertainty  $e(u)$ : 8.147453E-002 meters

---

Astronomical Azimut  $Az$ : 183.4785000 Deg.  
Computed Uncertainty  $e(Az)$ : 1.145701E-003 Deg.

Plane-Distance between WPT2 and WPT1  $d$ : 5.7513150 Km  
Computed Uncertainty  $e(d)$ : 8.132063E-005 Km

---

The plane-distance is projected onto the plane  
osculating the WGS84 ellipsoid

These data are computed according with the WGS-84  
standard ellipsoid adopted by the GPS environment

```
*===== GNSS =====*
|   Azimut of a Baseline Joining two survey points   |
*-----*
| This program works using multifrequency GNSS data. |
| It works well with Mobile Smartphones GNSS apps.  |
| Now process a couple points GPS/GNSS static fix   |
| measured data.                                     |
| It was designed in order to solve the problem of  |
| to compute the astronomical azimut of a baseline  |
| whose ends are two points measured with GPS/GNSS |
| static FIX method.                                |
| The applicability of this software is limited to  |
| surveys made in the topographic field, in a range |
| of max. 15 Km from the station PT, and mainly for |
| archaeoastronomical research purposes.           |
*-----*
|               by A. Gaspani - 2021 Sept. 20       |
*=====*
```

GPS Receiver Used: app GPStest

Site: Valtorta

Date and Time: 19 Settembre 2021

STATION SURVEY POINT PT: Punto di stazione P1

Elevation Mask: 15.0 degrees

# Rilievo Archeoastronomico

## Telerilevamento satellitare



GeoEye



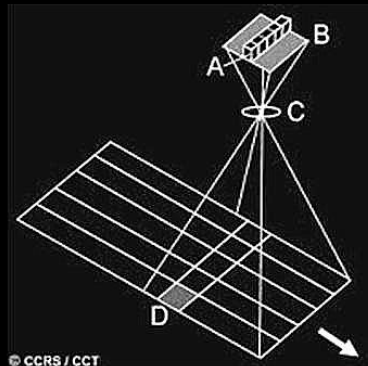
OrbView



QuickBird



Ikonos





# Tipico elemento archeoastronomico: allineamento

Righello

Linea   Percorso

Misura la distanza tra due punti sul suolo

Lunghezza: 401,10 Metri

Direzione: 49,54 gradi

Navigazione con il mouse   Salva   Cancella

**Definito univocamente dal  
suo Azimut di orientazione**

©2010 Google

# Sorgenti di immagini satellitari

**Google Earth**

**gratis....**

**Zoom Earth**

**PCN**

**Nasa World Wind**

**Bing Map**

**Earth Explorer**

**Yandex**

**ACME**

**NASA Satellite Pro**

Sorgente	Georef.	Georett.	Swath Residuo	Ortofoto	SRTM	Salvataggio immagine
Google Earth	si	si	talvolta	no	si	si (<>)
Zoom Earth	si	si	talvolta	no	no	no (<>)
PCN	si (*)	si (*)	no	si	no	no (<>)
NASA World Wind	non sempre		si	no	si	si
Bing Map	si	si	talvolta	no	no	no (<>)
Earth Explorer	si	si	talvolta	no	si (^)	no (<>)
Yandex	si	si	talvolta	no	no	no (<>)
ACME	si	si	talvolta	no	no	no (<>)
NASA Satellite Pro	si	si	no	si	no	no (<>)

#### Note

(\*) non sempre l'azimut misurato è quello astronomico perchè la georeferenziazione non è eseguita utilizzando il datum WGS84.

(^) Earth Explorer permette di accedere ai dati SRTM30 e Aster30 e permette di costruire le mappe del paleopaesaggio. EE utilizza GE come piattaforma.

(<>) dove il software non prevede il salvataggio dell'immagine si ottiene l'hardcopy del monitor, quindi la risoluzione è quella della scheda grafica del computer.



# Il rilievo degli allineamenti

Sorgente

Tecnica di misura dell'Azimut

Google Earth

Funzione "righello" built-in

Zoom Earth

Funzione "misurino" di GIMP sull'immagine salvata

PCN

NASA World Wind

Funzione "misurino" di GIMP sull'immagine salvata

Bing Map

Funzione "misurino" di GIMP sull'immagine salvata

Earth Explorer

{ si calcola utilizzando le coordinate geografiche degli estremi dell'allineamento

Yandex

Funzione "misurino" di GIMP sull'immagine salvata

ACME

Funzione "misurino" di GIMP sull'immagine salvata

NASA Satellite Pro

Funzione "misurino" di GIMP sull'immagine salvata

**in tutti i casi è possibile misurare le coordinate in pixels degli estremi degli allineamenti e valutare l'azimut astronomico di orientazione**

## Altre sorgenti di immagini satellitari

Corona High Resolution Space Phot. KH7/KH9 \$\$\$\$

Cosmos KVR1000 \$\$\$\$

Landsat

Spot

Aster

} gratis con GE

Quick Bird

Ikonos

} gratis con GE

SIR-A, SIR-B, SIR-C, X-SAR (immagini radar) \$\$\$\$

\$\$\$\$ = a pagamento

# Le immagini satellitari

$DN(r,c)$

$r = \text{riga}$

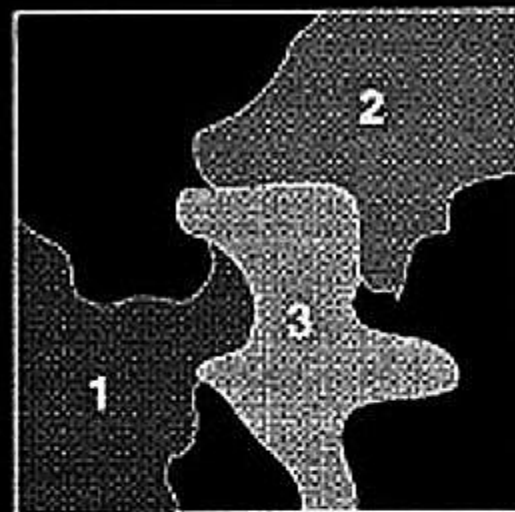
$c = \text{colonna}$

$r = 1, \dots, N$  ;  $c = 1, \dots, M$

DN = Digital Number

$$DN = 2^b$$

$b = \text{numero di bit utilizzati per codificare il livello di intensità di ciascun pixel}$



0	0	0	0	0	2	2	2	2
0	0	0	0	2	2	2	2	2
0	0	0	2	2	2	2	2	2
0	0	0	3	3	3	2	2	0
1	0	0	1	3	3	2	0	0
1	1	1	1	3	3	0	0	0
1	1	1	3	3	3	3	3	0
1	1	1	0	3	3	0	0	0
1	1	1	0	0	3	0	0	0

$r$

$c$

# **importante!!!**

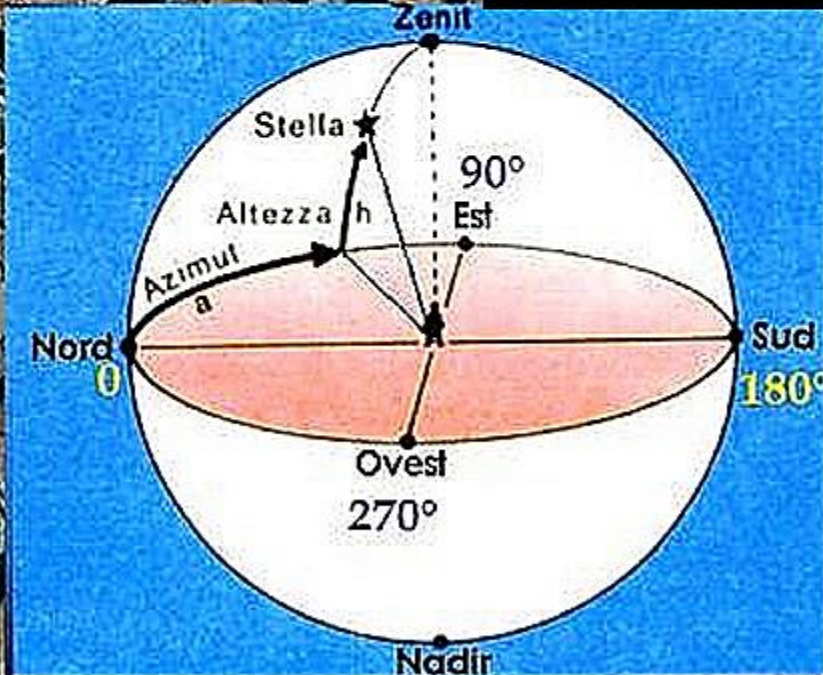
**Il requisito fondamentale per l'utilizzo delle immagini da satellite per il rilievo archeoastronomico dei siti archeologici è che qualsiasi trasformazione che si opera sull'immagine non distorca la sua geometria.**

**Altrimenti l'Azimut di orientazione viene misurato sbagliato...**

Meridiano astronomico locale

$N^*$

# Azimut Astronomico



## misura dell'Azimut Astronomico

Esistono svariate procedure per misurare l'azimut astronomico di orientazione di un allineamento oppure di un edificio e la procedura a cui tutti i metodi possono essere ricondotti è quello di rilevare le coordinate geografiche di due punti appartenenti alla linea di cui si vuole misurare l'orientazione, ed eseguire il calcolo dell'azimut astronomico utilizzando le loro coordinate. Qualora l'immagine sia stata correttamente georeferenziata, georettificata e correttamente rappresentata sul monitor del computer con i lati paralleli alle direzioni cardinali dell'ellissoide geocentrico WGS84 che sono molto prossime a quelle astronomiche, il valore dell'azimut viene calcolato, generalmente in maniera automatica dal software utilizzato, mediante la semplice relazione:

$$Az = atan(De/Dn)$$

In cui  $De$  è il numero di pixel di differenza tra i due estremi della linea tracciata dall'utente nella direzione est-ovest dell'immagine (*Easting*) e  $Dn$  quelli della differenza nella direzione nord-sud (*Northing*). Se l'immagine non è correttamente orientata l'azimut misurato sarà sbagliato della stessa entità dell'angolo di rotazione di essa. Ovviamente la scala metrica deve essere identica ed uniforme sia nella direzione X (longitudine geografica) che in quella Y (latitudine geografica).

La distanza  $d$  tra i due punti (lunghezza dell'allineamento) è data da:

$$d = R_e \cdot s^{\text{rad}}$$

dove  $s$  è espresso in radianti ed è calcolato con:

$$s = \arccos \left[ \cos(\varphi_1) \cdot \cos(\varphi_2) \cdot \cos(\lambda_2 - \lambda_1) + \sin(\varphi_1) \cdot \sin(\varphi_2) \right]$$

e  $R_e$  è il raggio della Terra.

In realtà è bene utilizzare il raggio locale dell'ellissoide WGS84.

# Regole pratiche per valutare l'errore sull'azimut di orientazione di una linea misurato sulle immagini riprese dai satelliti

**Righello** [X]

Linea   **Percorso**

Misura la distanza tra due punti sul suolo

Lunghezza:            351,69   Metri

Direzione:            41,83 gradi

Navigazione con il mouse   **Salva**   **Cancella**

## Stonehenge

Misura dell'azimut di orientazione dell'asse della struttura a "ferro di cavallo".



Misura dell'azimut  $Az$  di orientazione della linea A  $\rightarrow$  B, di lunghezza "d" sull'immagine.

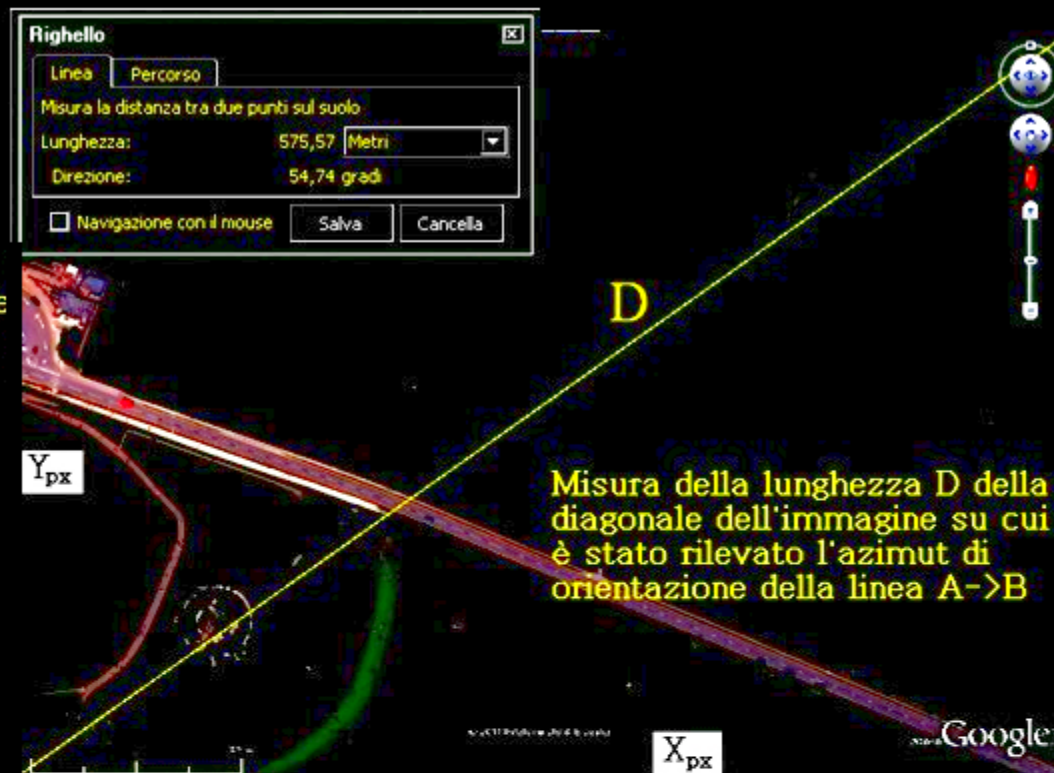


# Metodo pratico per valutare l'errore complessivo sulla misura dell'azimut astronomico degli allineamenti sulle immagini satellitari

$$\varepsilon(Az) = B \frac{D}{d} \quad (\text{gradi})$$

**B(...)** è una funzione di molte variabili

Misura della diagonale dell'immagine

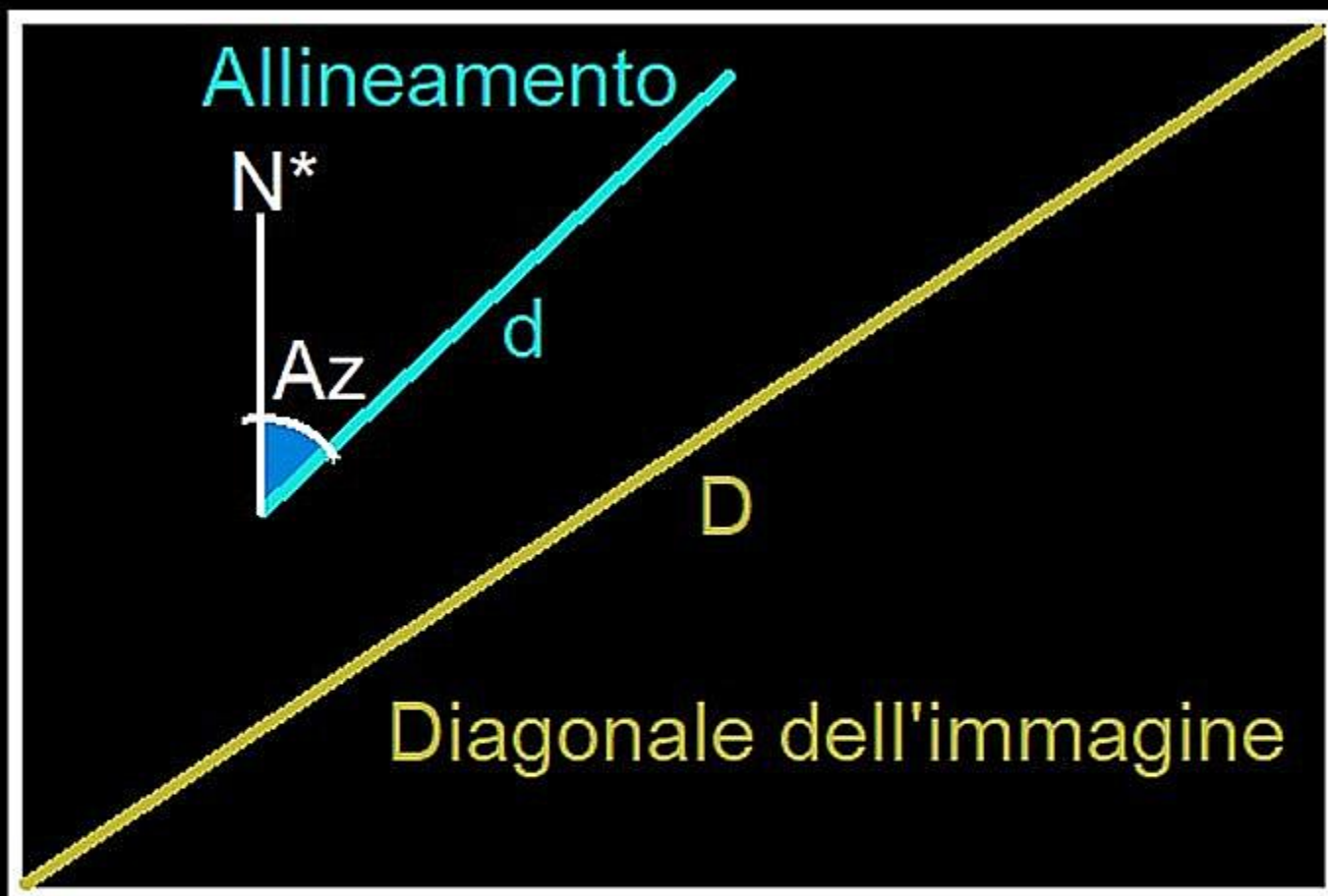


Misura della lunghezza D della diagonale dell'immagine su cui è stato rilevato l'azimut di orientazione della linea A->B

Una buona stima dell'errore  $\varepsilon(Az)$  sull'azimut di orientazione della linea A->B, in gradi, dovuto all'operatore che esegue la misura può essere statisticamente ottenuta mediante la seguente relazione:

$$\varepsilon(Az) = \frac{360^\circ \cdot Q_{px}}{\pi \sqrt{\pi}} \cdot \frac{1}{\sqrt{X_{px}^2 + Y_{px}^2}} \cdot \frac{D}{d} \quad (\text{gradi})$$

in cui D è la lunghezza della diagonale dell'immagine e "d" è la lunghezza della linea di cui è stato misurato l'azimut geodetico di orientazione Az,  $Q_{px}$  è la dimensione in pixels del quadrato che forma l'immagine dei punti estremi della linea che si traccia sulla immagine, quindi l'incertezza sulla determinazione di ciascuno di tali punti,  $X_{px}$  e  $Y_{px}$  sono le dimensioni in pixels dell'immagine visualizzata sul monitor del computer. Le quantità D e "d" possono essere espresse in qualsiasi unità di misura, purché siano le stesse per le due lunghezze sulla stessa immagine.



$$\varepsilon(Az) = 0,1 \frac{D}{d}$$

(gradi)

**B** dipende dalle caratteristiche di rappresentazione dell'immagine sul monitor del computer dove l'Azimut astronomico dell'allineamento viene misurato:

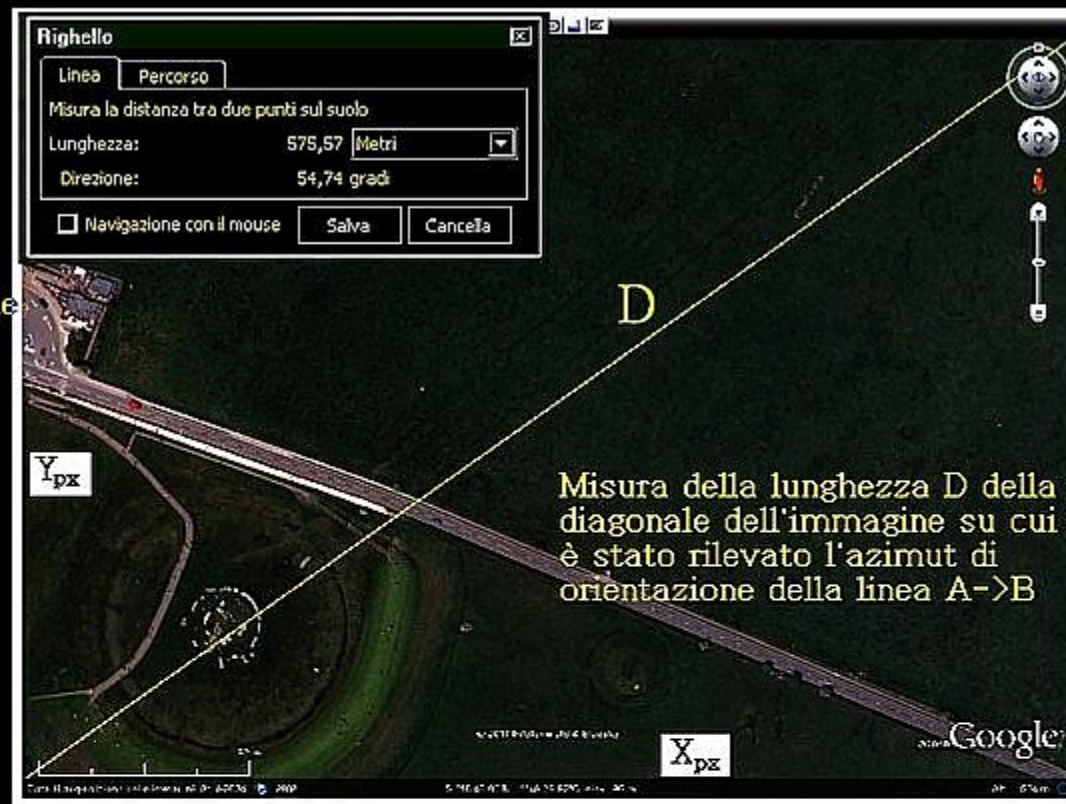
$$B = \frac{360^\circ \cdot Q_{px}}{\pi \sqrt{\pi}} \cdot \frac{1}{\sqrt{X_{px}^2 + Y_{px}^2}} \quad (\text{gradi})$$

$Q_{px}$  = dimensione del pixel iniziale e terminale della linea che misura l'allineamento, oppure il suo spessore.

$X_{px}$ ,  $Y_{px}$  = dimensioni, in pixel, dell'immagine rappresentata sul monitor del computer

Alla fine **B** dipende dalla scheda grafica del computer. Maggiore è la risoluzione, minore sarà **B** e gli Azimut degli allineamenti saranno misurabili più accuratamente.

Misura della diagonale dell'immagine



Misura della lunghezza D della diagonale dell'immagine su cui è stato rilevato l'azimut di orientazione della linea A->B

Una buona stima dell'errore  $\varepsilon(Az)$  sull'azimut di orientazione della linea A->B, in gradi, dovuto all'operatore che esegue la misura può essere statisticamente ottenuta mediante la seguente relazione:

$$\varepsilon(Az) = \frac{360^\circ \cdot Q_{px}}{\pi \sqrt{\pi}} \cdot \frac{1}{\sqrt{X_{px}^2 + Y_{px}^2}} \cdot \frac{D}{d} \quad (\text{gradi})$$

in cui D è la lunghezza della diagonale dell'immagine e "d" è la lunghezza della linea di cui è stato misurato l'azimut geodetico di orientazione Az,  $Q_{px}$  è la dimensione in pixels del quadrato che forma l'immagine dei punti estremi della linea che si traccia sulla immagine, quindi l'incertezza sulla determinazione di ciascuno di tali punti,  $X_{px}$  e  $Y_{px}$  sono le dimensioni in pixels dell'immagine visualizzata sul monitor del computer. Le quantità D e "d" possono essere espresse in qualsiasi unità di misura, purché siano le stesse per le due lunghezze sulla stessa immagine.

**Righello**

Linea    Percorso

Misura la distanza tra due punti sul suolo

Lunghezza:      57,31    Metri

Direzione:      3,84    gradi

Navigazione con il mouse    Salva    Cancella



**Righello**

Linea    Percorso

Misura la distanza tra due punti sul suolo

Lunghezza:      198,13    Metri

Direzione:      234,05    gradi

Navigazione con il mouse    Salva    Cancella



In questo esempio:

$$\varepsilon(Az) = 0^\circ,1 \frac{198,13}{57,31} = 0^\circ,35$$

quindi:

$$Az = 3^\circ,8 \pm 0^\circ,4$$

Una buona stima dell'errore  $\varepsilon(Az)$  sull'azimut di orientazione della linea A->B, in gradi, dovuto all'operatore che esegue la misura può essere statisticamente ottenuta mediante la seguente relazione:

$$\varepsilon(Az) = \frac{1}{10} \frac{D}{d} \left[ 1 + \frac{3}{2} |\ln(I/I_*)| + \dots \right] \quad (\text{gradi})$$

# Esempio

## Stonehenge

Misura dell'azimut di orientazione dello asse della struttura a "ferro di cavallo".

$$Az = 41^{\circ},8 \pm 0^{\circ},5$$



$$Pr(Az) = 2 \cdot 0^{\circ},5 / 360^{\circ} = 0,0028$$

la probabilità che quell'allineamento sia casuale e' pari allo 0,28%, quindi con un livello di probabilità 99,72% tale allineamento non e' casuale.

**B può assumere valori differenti a seconda del metodo utilizzato per misurare l'Azimut astronomico di orientazione sulla stessa immagine.**

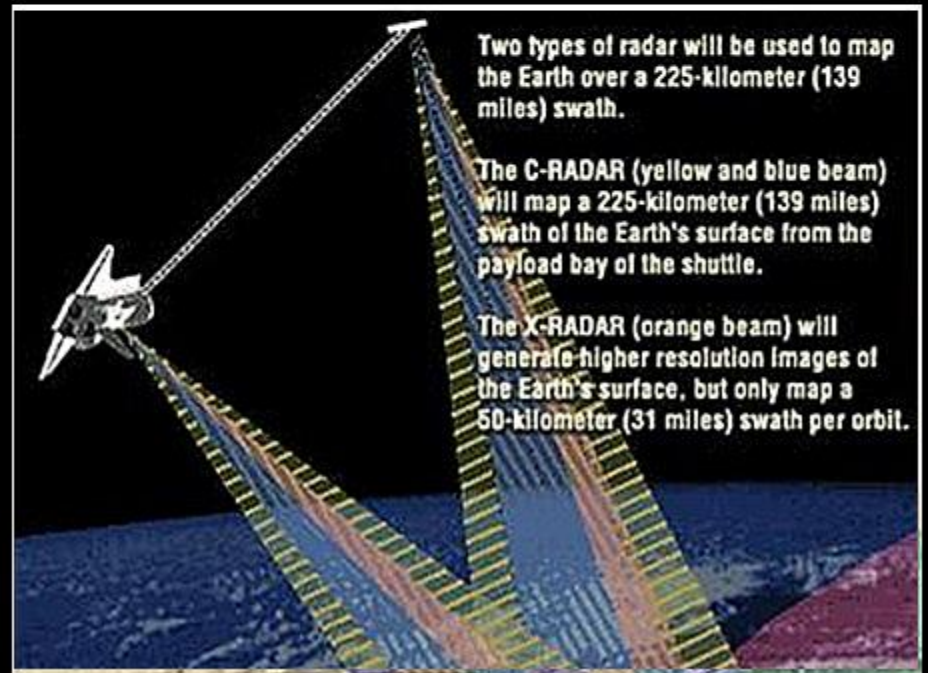
**$B = 0^{\circ},10 - 0^{\circ},15$  va bene per la funzione "righello" di Google Earth**



**L'analisi archeoastronomica di un  
sito archeologico non può  
prescindere dalla conoscenza  
dettagliata del profilo dell'orizzonte  
naturale locale lungo le direzioni  
degli allineamenti**

# SRTM (Shuttle Radar Topography Mission)

Nel Febbraio 2000 lo Space Shuttle Endeavour ottenne in 11 giorni la mappatura radar completa in alta risoluzione della superficie terrestre ad intervalli di 90 metri per ogni punto del pianeta



**SRTM (Shuttle Radar Topography Mission)**

# **Bande Radar**

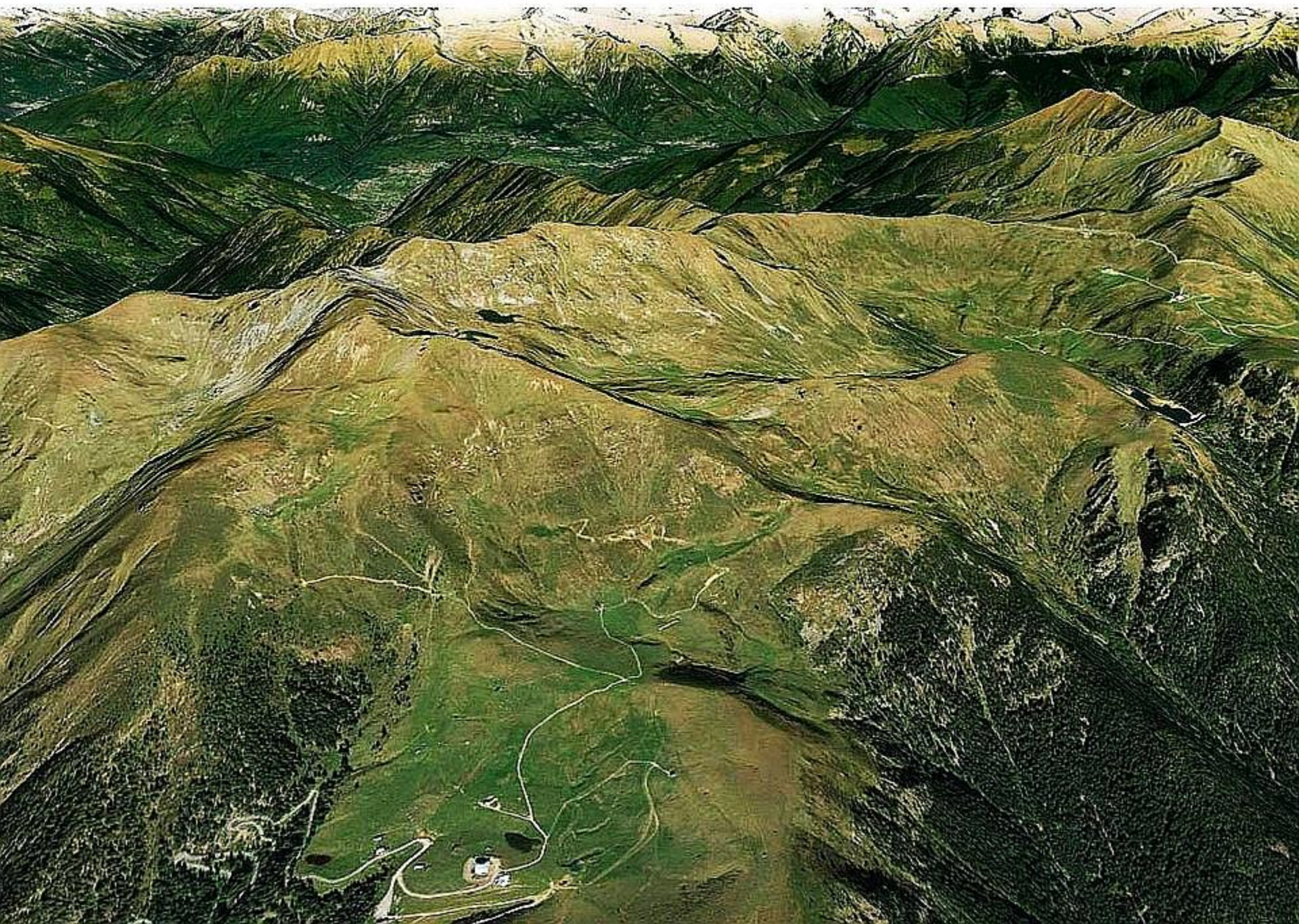
**Lo Shuttle operò in 2 bande Radar**

**La banda C produsse la mappatura radar ad una campionatura di 90 metri.**

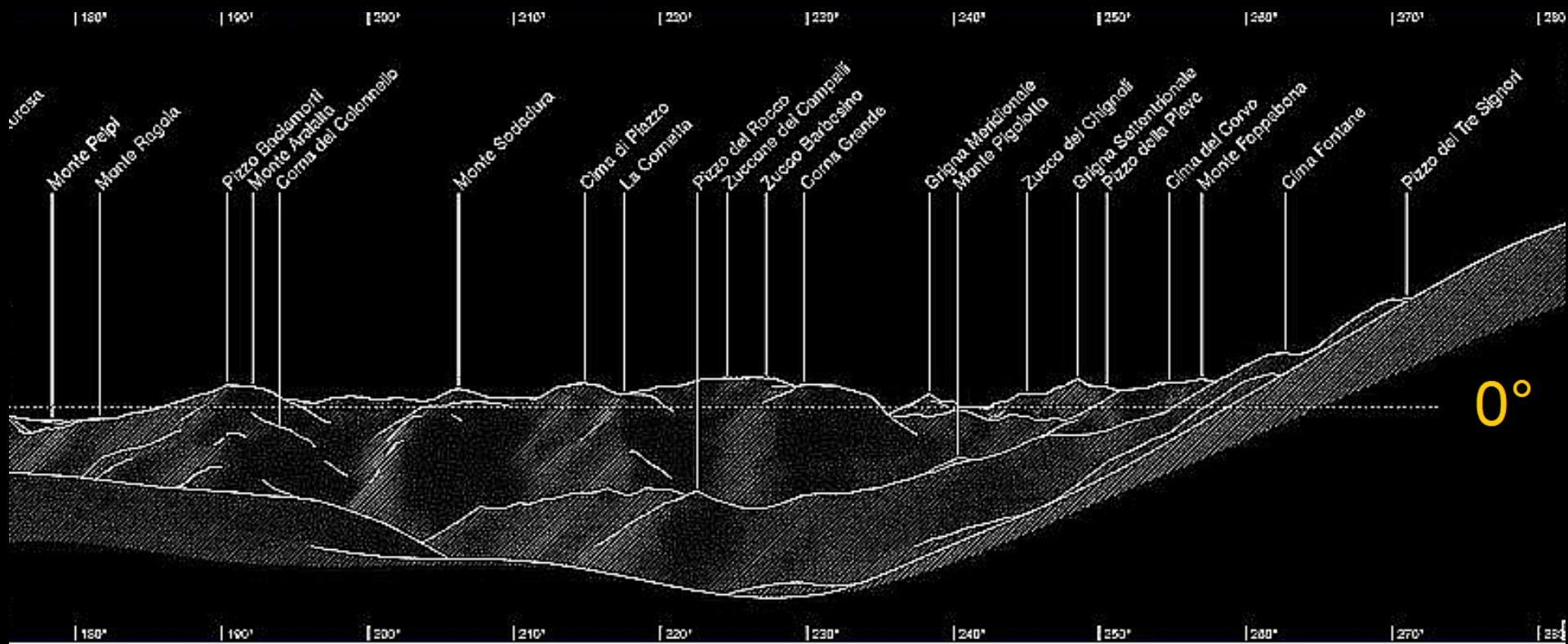
**La banda X produsse una campionatura più fitta (30 metri) di alcune celle della banda C**

**i dati DEM a 90 metri sono scaricabili gratuitamente da internet**

# Piani del Monte Avaro - Modello digitale 3D



# Sintesi SRTM del profilo dell'orizzonte naturale locale visibile da un sito archeologico



Azimut (gradi)

**Consistenza interna dei  
risultati dell'analisi  
archeoastronomica**

## Allineamenti

Verifica di possibili allineamenti archeoastronomici.

$$r = 0.58 \cdot e^{(-H/8400)} \cdot e^{(-S/3)}$$

$$G = S - r + p$$

$$\sin(d) = \sin(L) \cdot \sin(G) + \cos(L) \cdot \cos(G) \cdot \cos(A)$$

$$\sin(B) = \frac{\cos(L) \cdot \sin(A)}{\cos(\delta)}$$

$$\Delta\delta = \delta + q \cdot \cos(B) - d$$

$$V = \frac{\Delta\delta \cdot (1-r/3)}{\cos(B)}$$

dove:

S = altezza (°) dell'orizzonte sul piano

$\delta$  = declinazione obiettivo (stella, Sole, Luna)

A = azimuth misurato da N verso E

L = latitudine del luogo

H = altezza s.l.m. in metri

q = semidiametro del disco dell'obiettivo

p = parallasse dell'obiettivo

Semidiametro:	0	stella o centro disco
	-0.267	sole tang sopra (emisf. Nord)
	0.267	sole tang sotto (emisf. Nord)
	-0.259	luna tang sopra (emisf. Nord)
	0.259	luna tang sotto (emisf. Nord)
Parallasse:	0	stella
	0.002	sole
	0.951	luna

r = angolo di rifrazione

V = angolo di quanto l'obiettivo è sopra la linea dell'orizzonte in direzione dell'azimuth della linea di osservazione

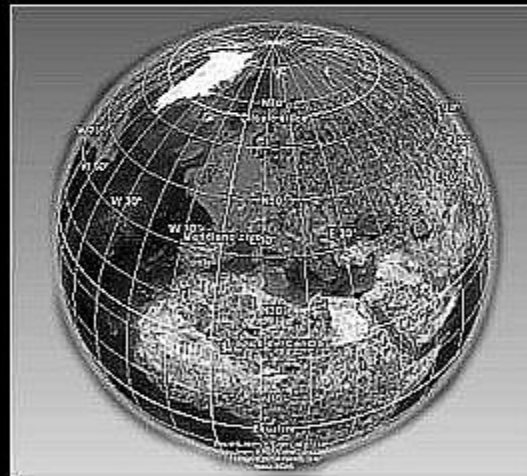
$\Delta\delta$  = errore in declinazione

Per  
Approfondire...

Adriano Gaspani

# Archeoastronomia Satellitare

Tecniche moderne per il rilievo e lo  
studio dei siti archeologici di rilevanza  
astronomica.



Collana Manualistica