



Università della Terza Età "Cardinale Giovanni Colombo" – Milano

A.A. 2023 - 2024

Corso di Archeoastronomia

Docente : **Adriano Gaspani**

Lezione 16

# II GNSS (*Global Navigation Satellite System*) in Archeoastronomia

# Allineamento Archeoastronomico

Un allineamento astronomico è una semiretta orientata che parte da un punto di stazione, passa per il punto di collimazione e interseca l'orizzonte locale in un punto dove, in taluni periodi dell'anno sorge o tramonta un particolare astro

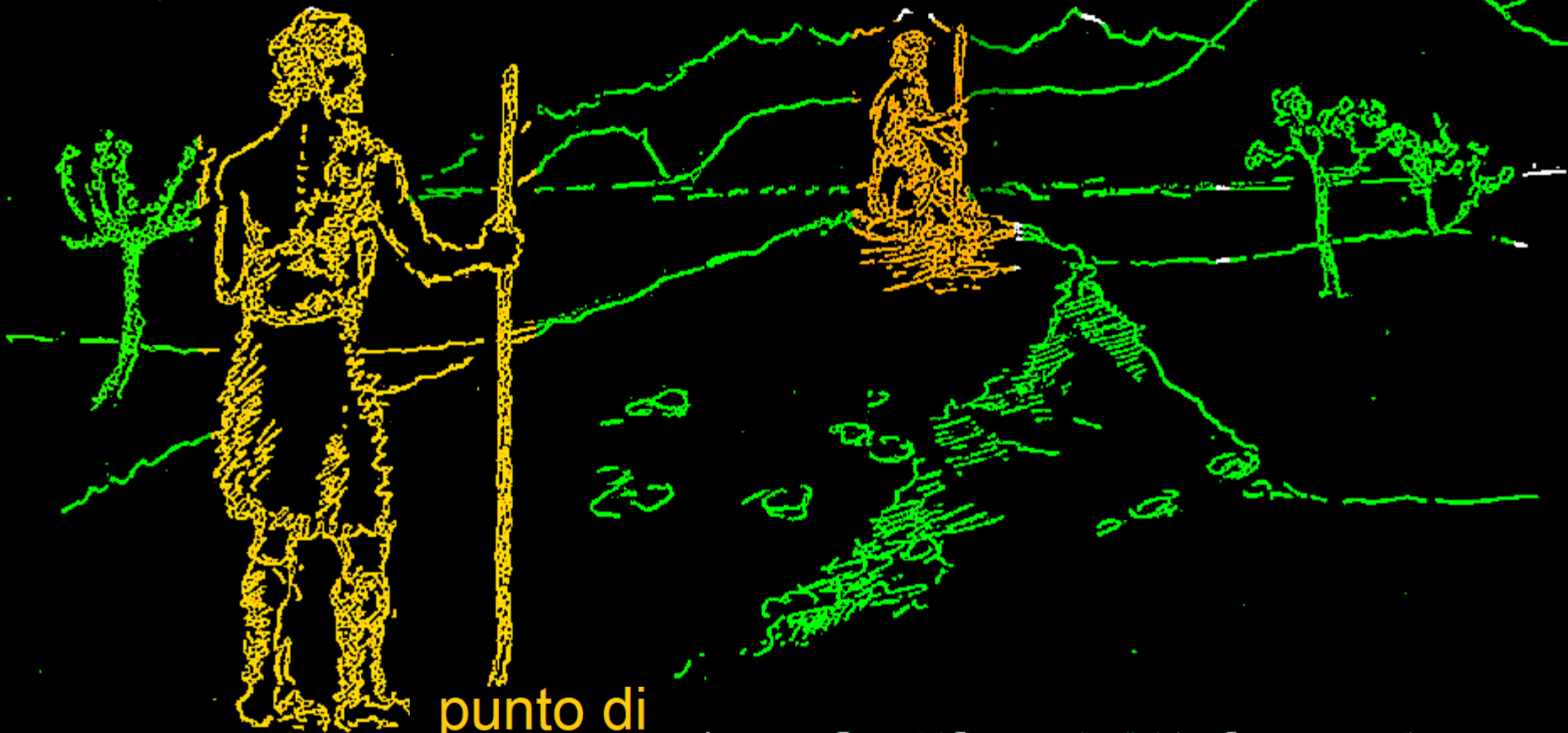
target  
astronomico

punto di  
collimazione



punto di  
stazione

Codifica dell'Informazione



Il rilievo archeoastronomico di un sito archeologico viene sempre eseguito nel sistema di coordinate altazimutali.

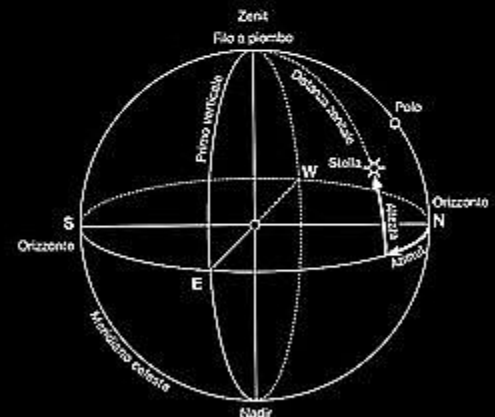
Si misurano:

Azimut (Az)

Altezze Angolari (ho)

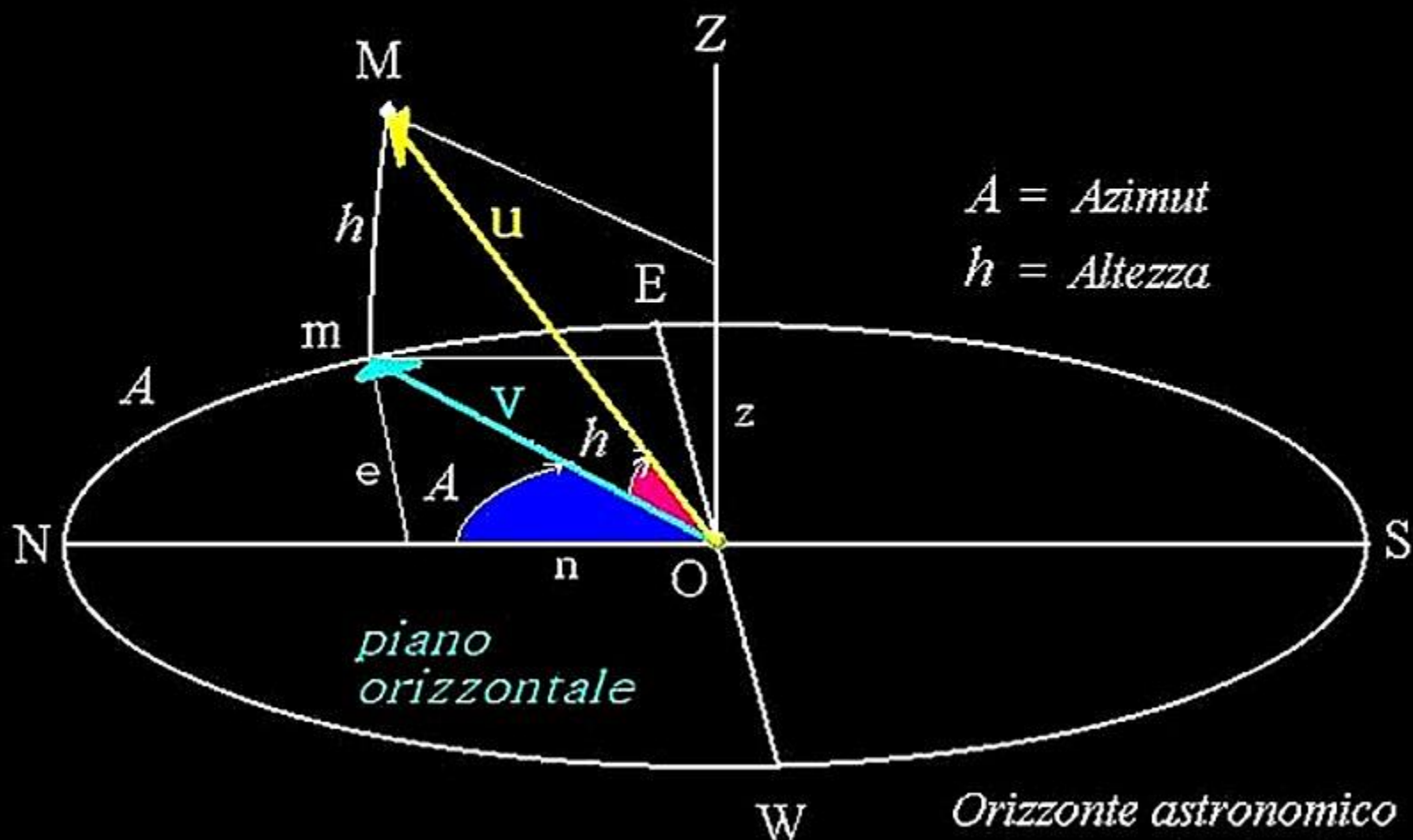
per ogni singolo allineamento

Coordinate Altazimutali



# Definizione di Allineamento

Un allineamento  $\vec{u}$  (OM) è un vettore definito da tre coordinate ortogonali  $n, e, z$  : ( $n = \text{northing}$ ;  $e = \text{easting}$ ;  $z = \text{elevation}$ ) oppure da una coppia di coordinate angolari  $Az, h$  ( $Az = \text{Azimut astronomico}$ ;  $h = \text{altezza angolare}$ ), poichè  $\|\vec{u}\| = 1$ .





$\vec{u}$  = allineamento OM

$\vec{v}$  = proiezione dell'allineamento OM sul piano orizzontale

Az = Azimut astronomico

h = altezza angolare dell'orizzonte naturale locale

e = easting

n = northing

z = elevation

Siccome  $\|u\| = \|v\| := 1$  per definizione si ha:

$$n = \cos(h) \cdot \cos(Az)$$

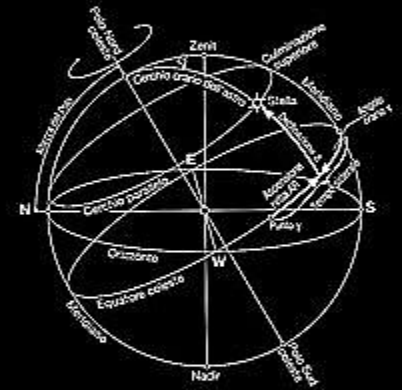
$$e = \cos(h) \cdot \sin(Az)$$

$$z = \sin(h)$$

I calcoli astronomici vanno invece eseguiti nel Sistema Equatoriale

Ascensione Retta ( $\alpha$ )  
Declinazione ( $\delta$ )

Coordinate Equatoriali



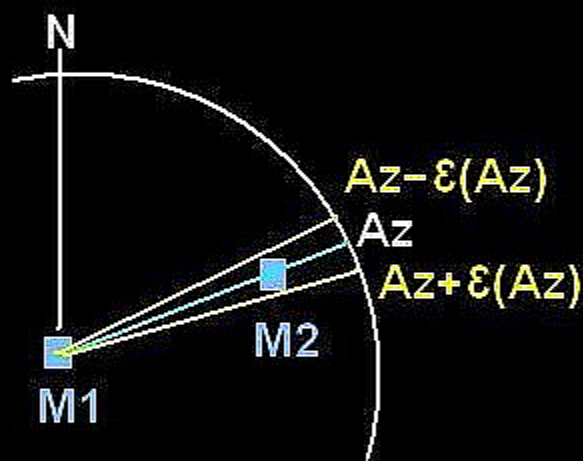
per ogni singolo allineamento

## **Azimut Geodetico e Azimut Astronomico**

**L'Azimut geometrico si misura su una proiezione stabilita da un certo Datum.**

**Se il Datum è il WGS84 allora l'Azimut geodetico corrisponde all'Azimut astronomico**

Supponiamo che in un sito sia stato identificato un singolo allineamento astronomicamente significativo di azimuth  $Az$  e margine d'errore  $\pm \varepsilon(Az)$  in gradi



$$\Pr(Az) = \frac{2 \varepsilon(Az)}{360^\circ} = \frac{\varepsilon(Az)}{180^\circ}$$

(principio del "Blind Marksman")

$\Pr(AZ)$  è la probabilità geometrica che in un sito esista casualmente un allineamento di azimuth  $Az$  con un margine di incertezza  $\varepsilon(Az)$

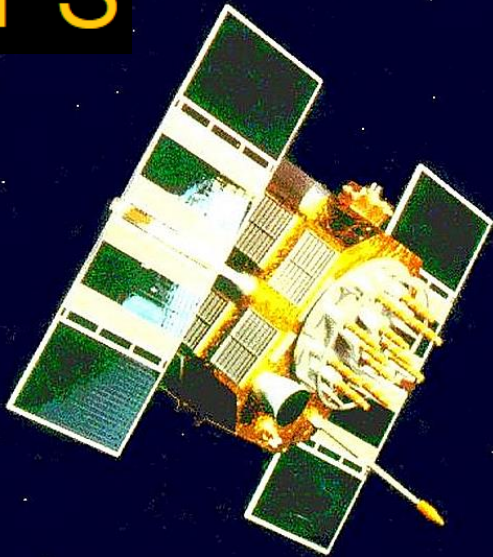


# Tecniche satellitari GPS/GNNS

Glonass



GPS

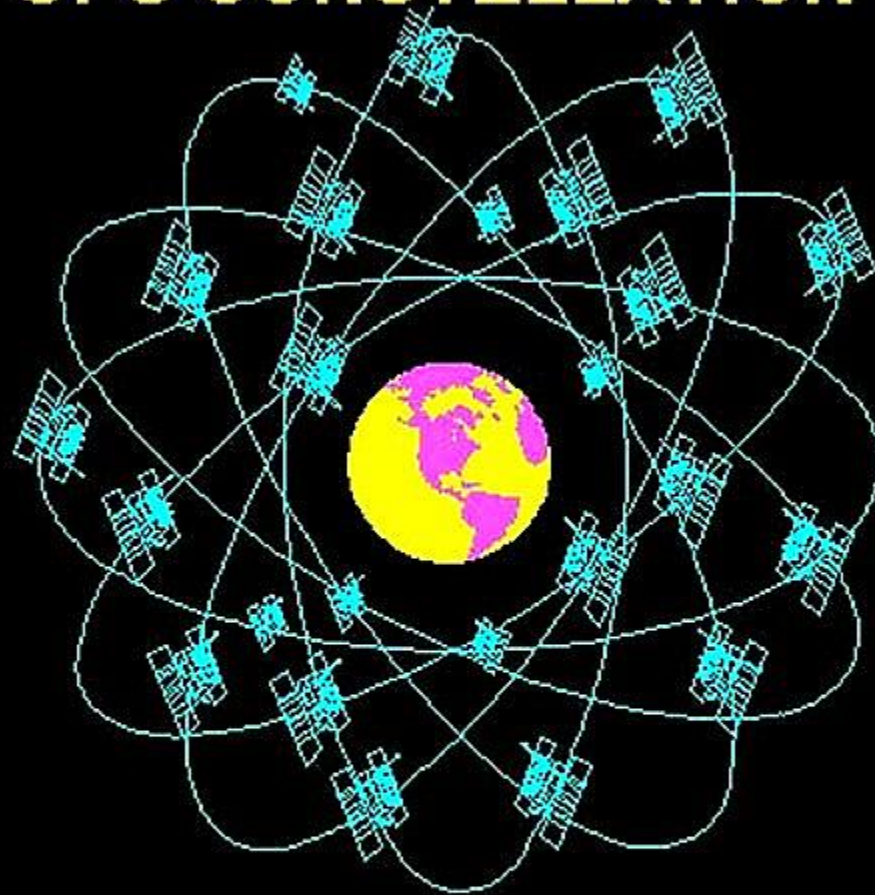


Satellite NAVSTAR

Beidou

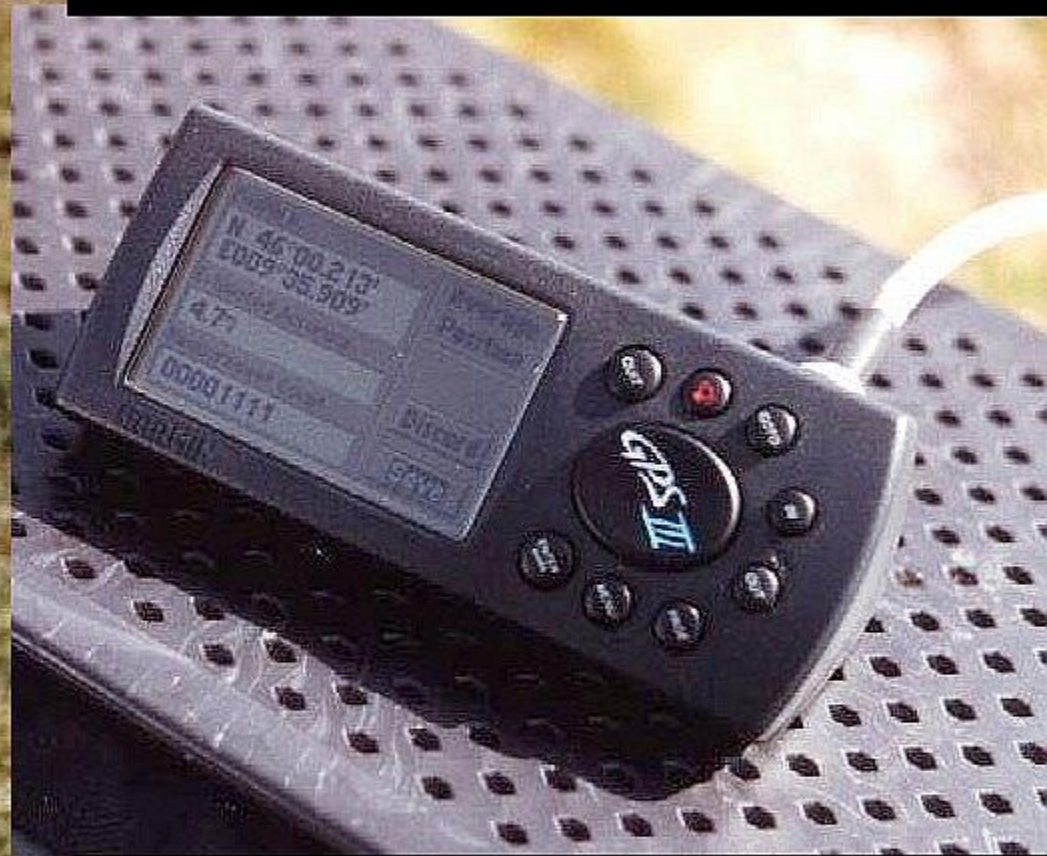


# GPS CONSTELLATION



**21 SATELLITES WITH 3 OPERATIONAL SPARES  
6 ORBITAL PLANES, 55 DEGREE INCLINATIONS  
20,200 KILOMETER, 12 HOUR ORBITS**







Piani del Monte Avaro (settembre 2017)

Rilievi GPS





# Ellissoide WGS84



Semiassse maggiore

$$a = 6378137 \text{ m}$$

Semiassse minore

$$b = 6356752,314 \text{ m}$$

Raggio di curvatura polare  $c = \frac{a^2}{b} = 6399593,626 \text{ m}$

Schiacciamento

$$f = \frac{a-b}{a} = \frac{1}{298,257223563} = 3,352810665 \cdot 10^{-3}$$

Eccentricità prima

$$e = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a} = 8,181919084 \cdot 10^{-2}$$

$$e^2 = 6,694379990 \cdot 10^{-3}$$

Eccentricità seconda

$$e' = \sqrt{\frac{e^2}{1-e^2}} = 8,209443795 \cdot 10^{-2}$$

$$(e')^2 = 6,739496742 \cdot 10^{-3}$$

Isolinee delle differenze in latitudine tra l'elissoide Roma40 e WGS84

$$\Delta \text{Lat} = \text{Lat}(\text{Roma40}) - \text{Lat}(\text{WGS84}) \quad (\text{secondi sessagesimali})$$

Equidistanza = 0".02



Isolinee delle differenze di longitudine tra l'ellissoide Roma40 e WGS84

$\Delta \text{Lon} = \text{Lon}(\text{Roma40}) - \text{Lon}(\text{WGS84})$  (secondi sessagesimali)

Equidistanza = 0".05



# Roma40 ↔ WGS84

Correzione delle coordinate di un punto rilevato dalle tavolette IGMI (riferite al datum Roma40) per trasformarle nelle coordinate riferite al datum WGS84 per eseguire confronti con i rilievi GPS.

Le coordinate geografiche si correggono utilizzando le seguenti formule:

$$\text{LAT}(\text{WGS84}) = \text{LAT}(\text{Roma40}) - D(\text{lat})$$

$$\text{LON}(\text{WGS84}) = \text{LON}(\text{Roma40}) - D(\text{lon})$$

e viceversa:

$$\text{LAT}(\text{Roma40}) = \text{LAT}(\text{WGS84}) + D(\text{lat})$$

$$\text{LON}(\text{Roma40}) = \text{LON}(\text{WGS84}) + D(\text{lon})$$

Per la Lombardia vanno bene (mediamente):

$$D(\text{lat}) = 0^{\circ}.000678 \quad ( = 2''.44 \text{ +/- } 0''.02)$$

$$D(\text{lon}) = 0^{\circ}.000306 \quad ( = 1''.10 \text{ +/- } 0''.10)$$



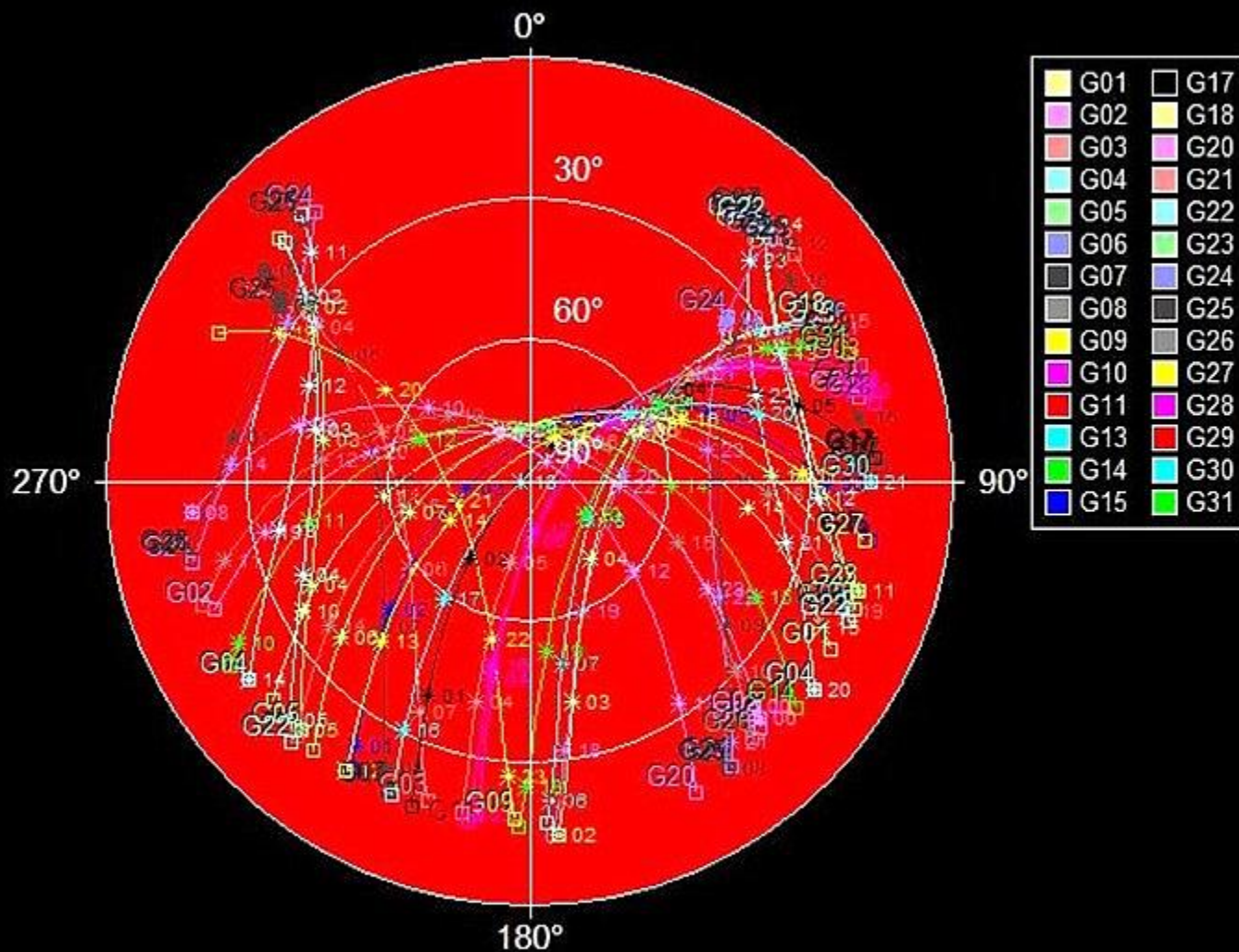


**Latitudine:**       $1'' = 30,818$       **metri**  
**Longitudine:**     $1'' = 30,922 \cdot \cos(\varphi)$     **metri**

## Misure di incertezza sulla posizione GPS

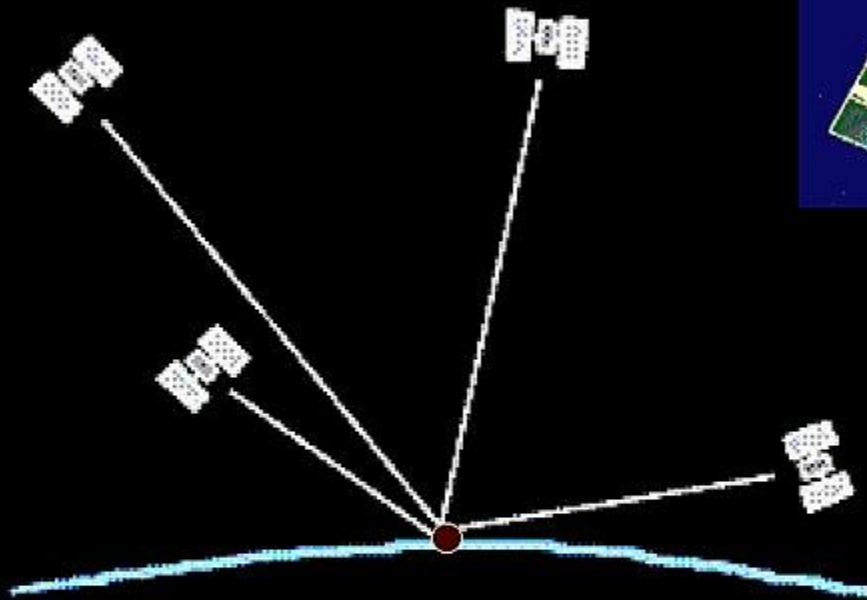
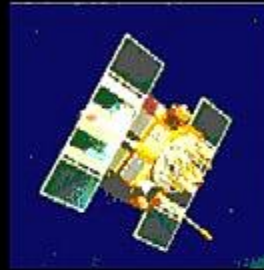
	E-N Mean/58%	E-N RMS/68%	E-N 95%	Horizontal CEP/50%	Horizontal Mean/54%	Horizontal RMS/63%	Horizontal 95%
E-N Mean/58%	1.00	1.25	2.46	1.48	1.57	1.77	3.06
E-N RMS/68%	0.80	1.00	1.96	1.18	1.25	1.41	2.44
E-N 95%	0.41	0.51	1.00	0.60	0.64	0.72	1.24
Horizontal CEP/50%	0.68	0.85	1.67	1.00	1.06	1.20	2.08
Horizontal Mean/54%	0.64	0.80	1.56	0.94	1.00	1.13	2.01
Horizontal RMS/63%	0.57	0.71	1.39	0.83	0.89	1.00	1.73
Horizontal 95%	0.33	0.41	0.81	0.48	0.50	0.58	1.00

# Mappa del Cielo



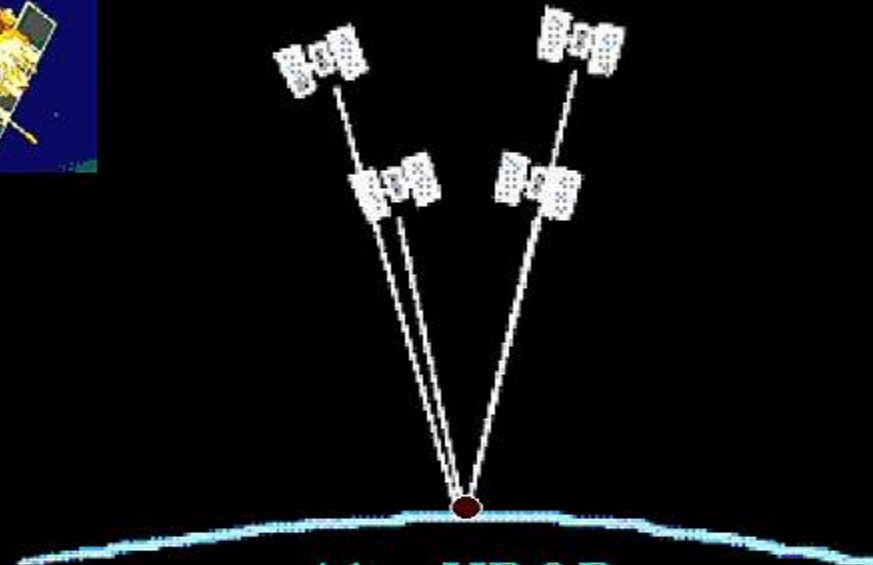


## HDOP : Horizontal Dilution Of Precision



Bassa HDOP

posizione GPS con  
errore ridotto

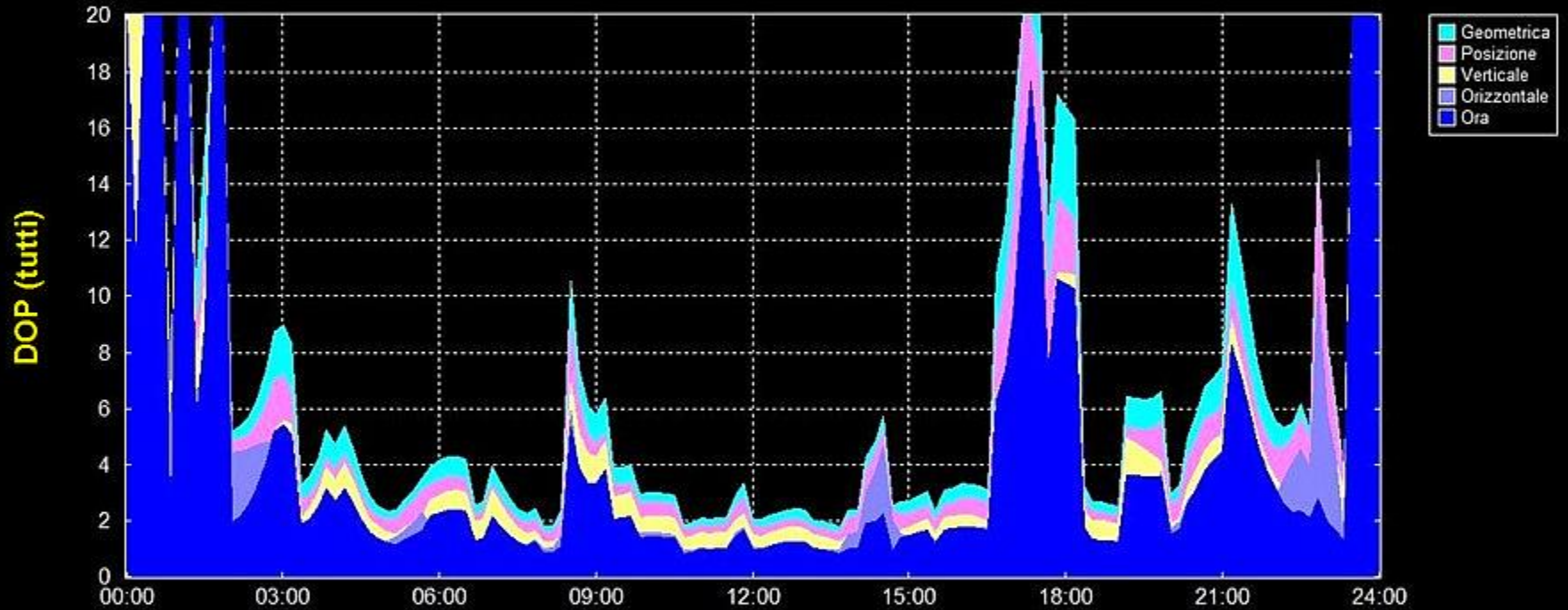


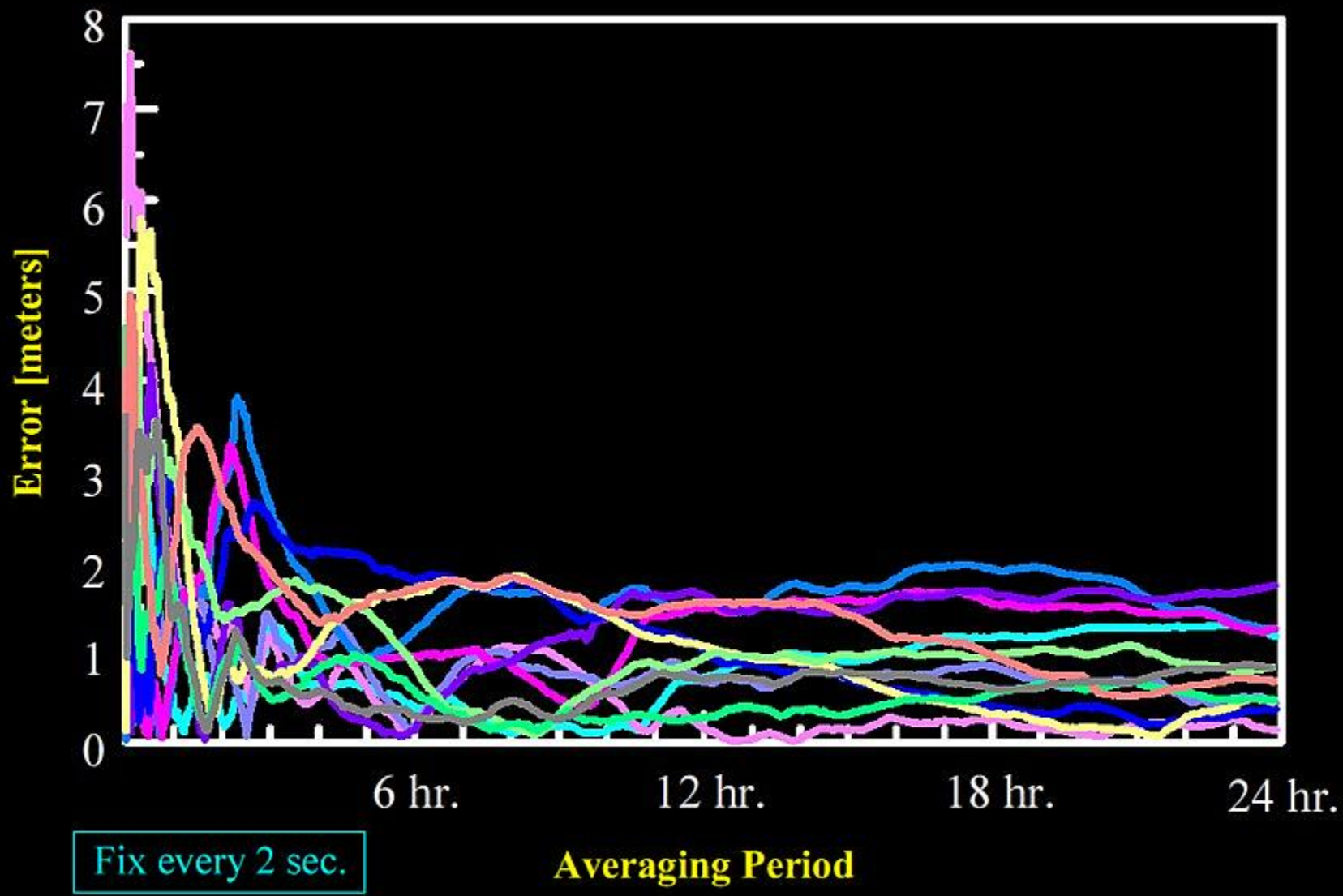
Alta HDOP

posizione GPS con errore  
elevato



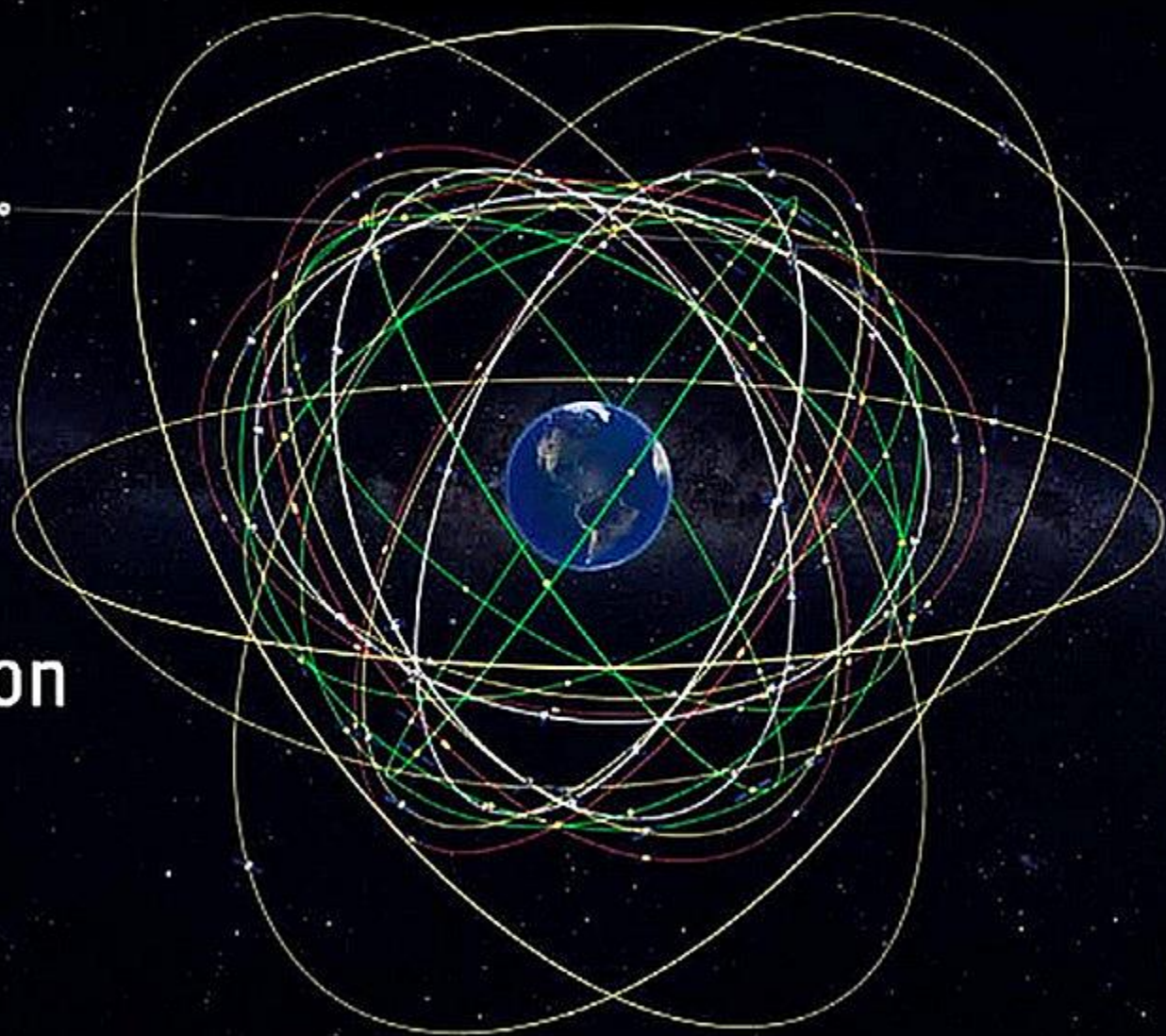
## DOP (tutti)





# GNSS

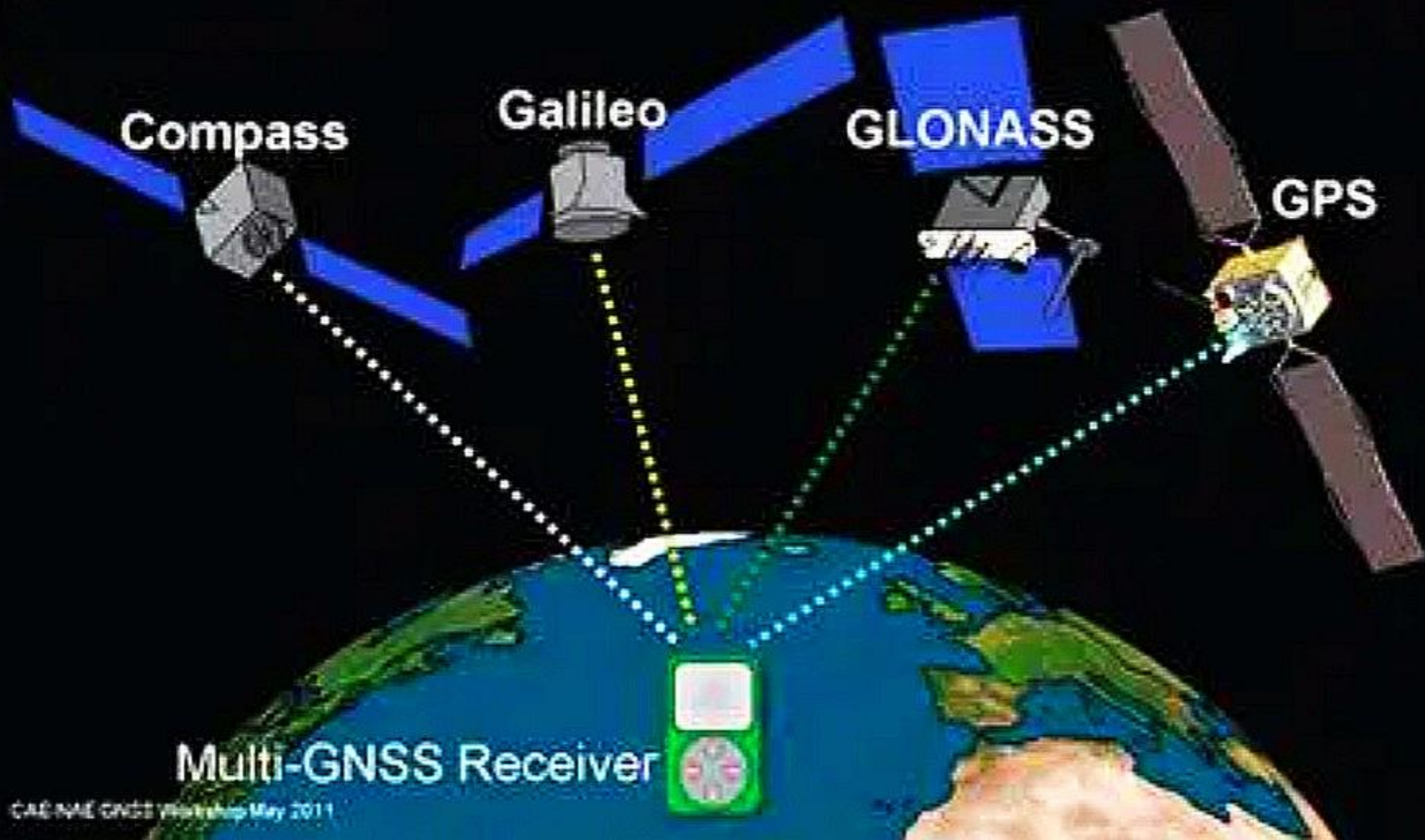
**G**lobal  
**N**avigation  
**S**atellite  
**S**ystems



- GPS
- GLONASS
- GALILEO
- BEIDOU

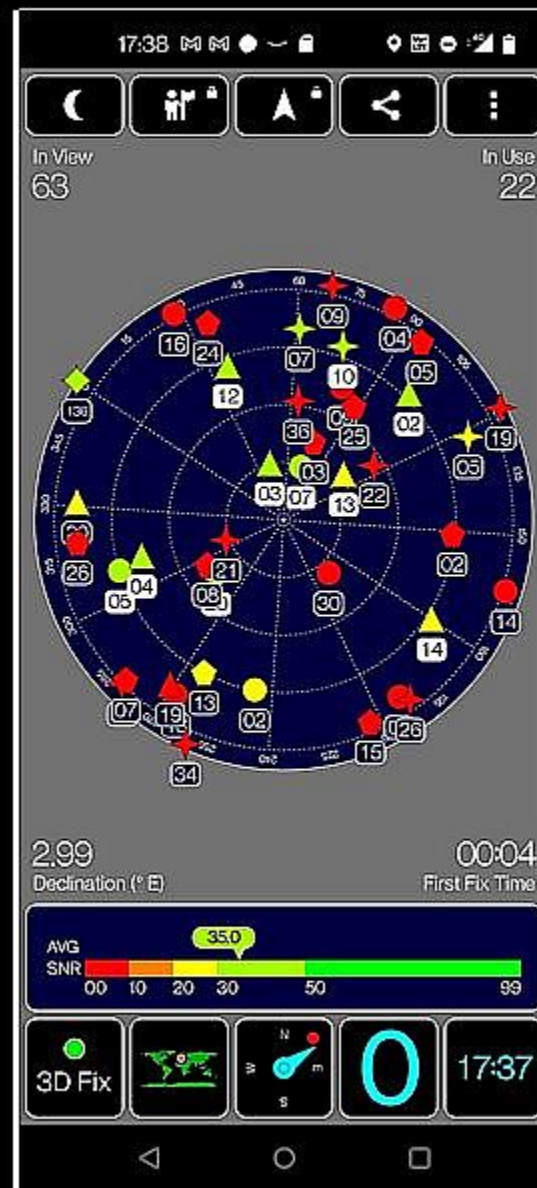
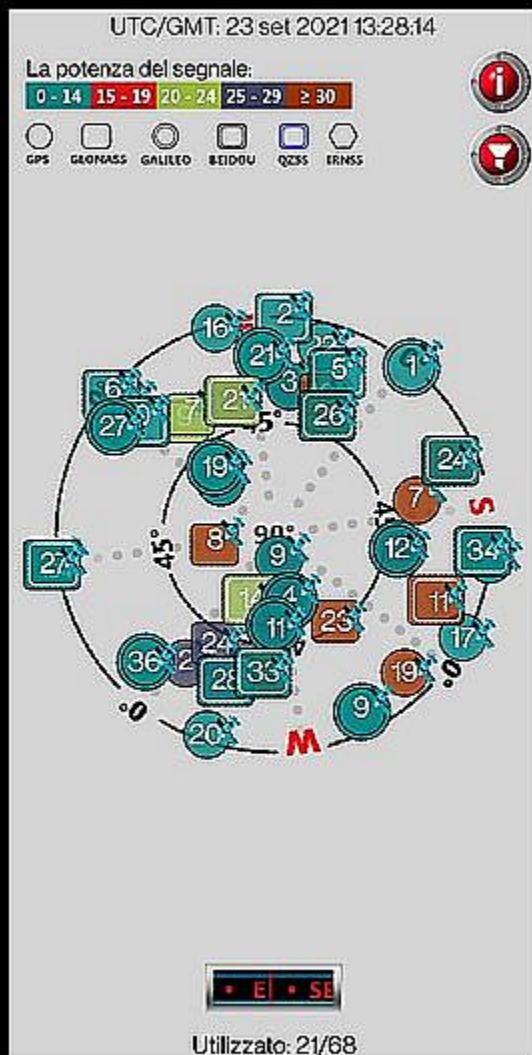


# GNSS

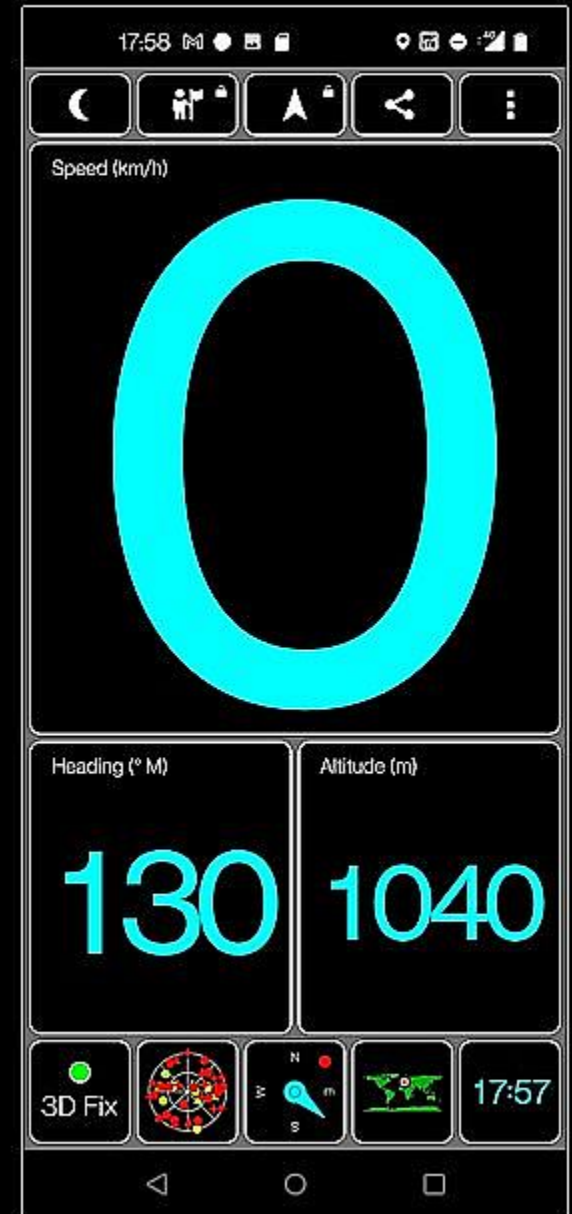
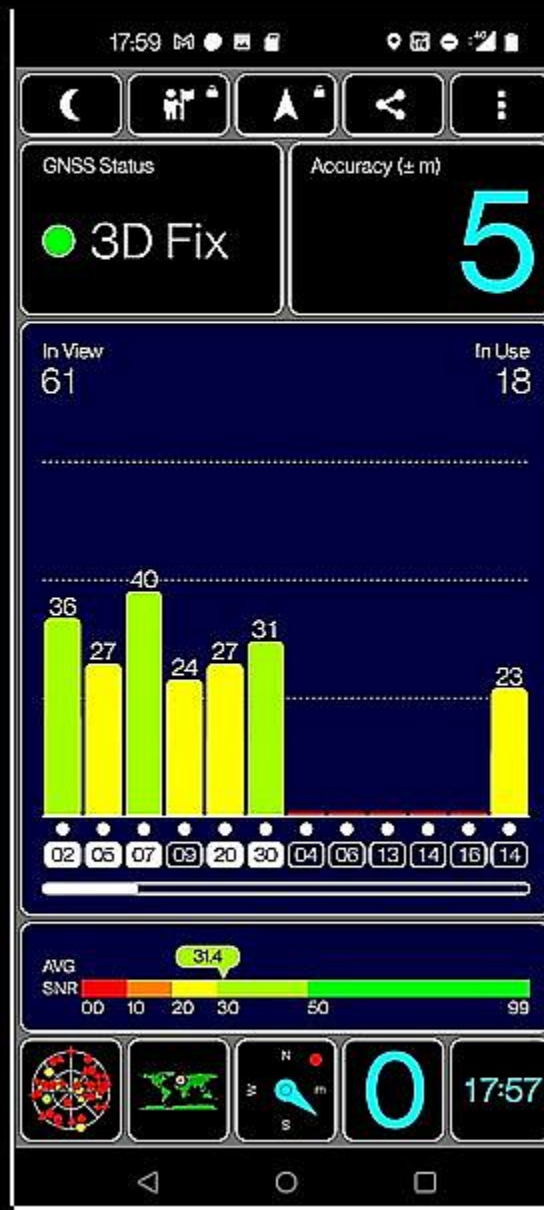




# Rilievo GNSS mediante app su smartphone



# Rilievo GNSS mediante app su smartphone







### Distribuzione Stazioni IGS

l'IGS è un'organizzazione non governativa (nel senso che non dipende da un'unica nazione) e si basa su un network di 160 stazioni di controllo distribuite in maniera abbastanza estesa su tutto il globo.



# Misura di un allineamento usando le coordinate GPS/GNSS degli estremi



# Azimut Geodetico tre Due Stazioni

**Stazione 1 = WPT01**

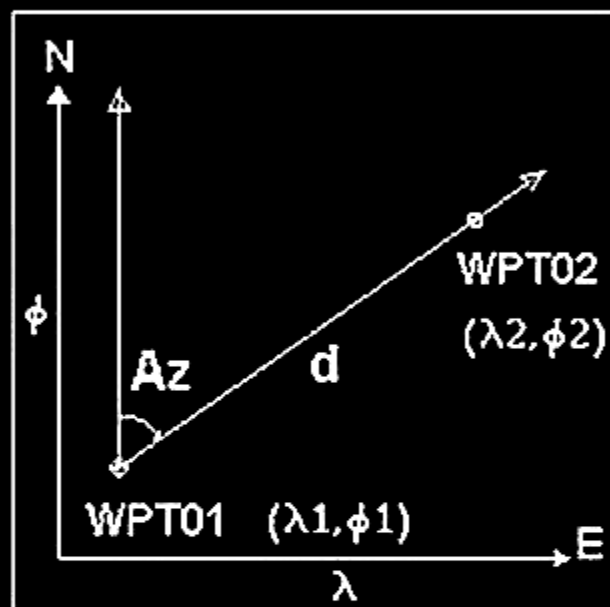
**Stazione 2 = WPT02**

$\lambda$  = Longitudine

$\phi$  = Latitudine

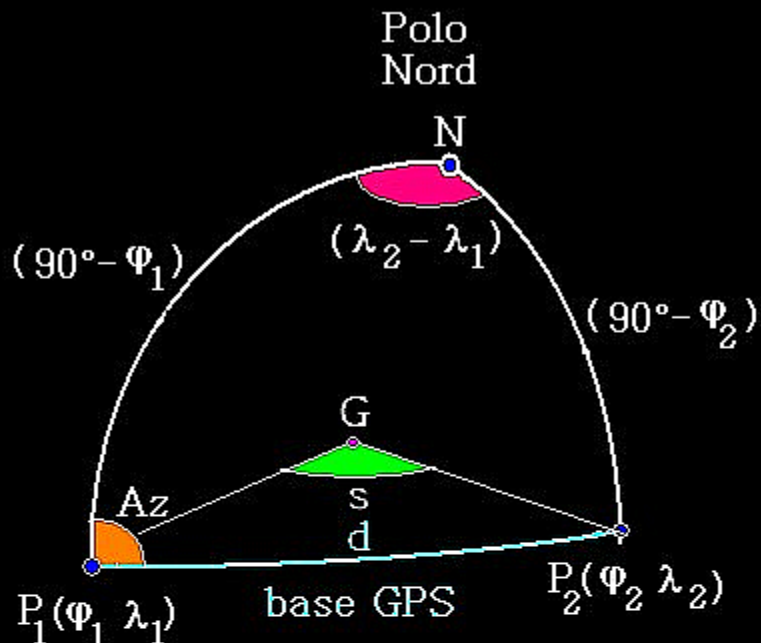
**Az = Azimut geodetico**

**d = Distanza**



**Formula valida nel Campo Topografico ( $d < 15$  km)**

$$Az = \text{atan} \left[ \frac{(\lambda_2 - \lambda_1)}{(\phi_2 - \phi_1)} \cos(\phi_1) \right]$$



$(\lambda_2 - \lambda_1) =$  angolo al Polo

$(90^\circ - \varphi_1) =$  colatitudine di P1

$(90^\circ - \varphi_2) =$  colatitudine di P2

Az = Azimut della base GPS P1-P2

s = angolo al centro

d = lunghezza della base GPS

P1 = P<sub>1</sub>(φ<sub>1</sub>, λ<sub>1</sub>): punto estremo PT034

P2 = P<sub>2</sub>(φ<sub>2</sub>, λ<sub>2</sub>): punto estremo PT033

$$\sigma = 0,01 \cdot \lambda_c \cdot \text{HDOP} + \dots$$

$$\text{Az} = \arctan \left[ \frac{\lambda_2 - \lambda_1}{\varphi_2 - \varphi_1} \cos(\varphi_o) \right]$$

$$\varphi_o = \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2}$$



# Azimut Geodetico tre Due Stazioni

Stazione 1 = WPT01

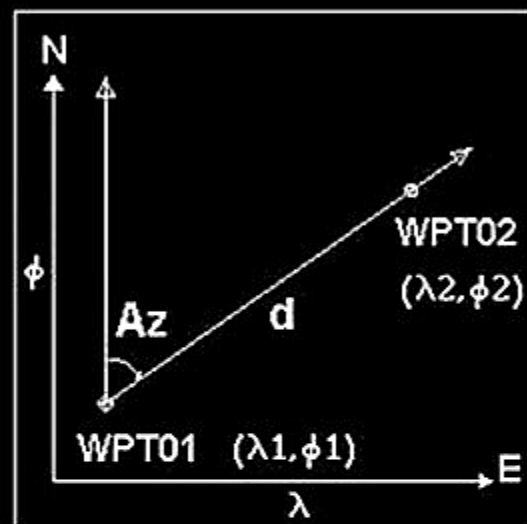
Stazione 2 = WPT02

$\lambda$  = Longitudine

$\phi$  = Latitudine

Az = Azimut geodetico

d = Distanza



Formula valida nel Campo Geodetico (Terra Sferica)

$$Az = 180^\circ + \text{atan} \left[ \frac{\sin(\lambda_2 - \lambda_1)}{\tan(\phi_2) \cos(\phi_1) - \sin(\phi_1) \cos(\lambda_2 - \lambda_1)} \right]$$

**Lunghezza della Base < 120 Km**

# Azimut Geodetico tre Due Stazioni

**Stazione 1 = WPT01**

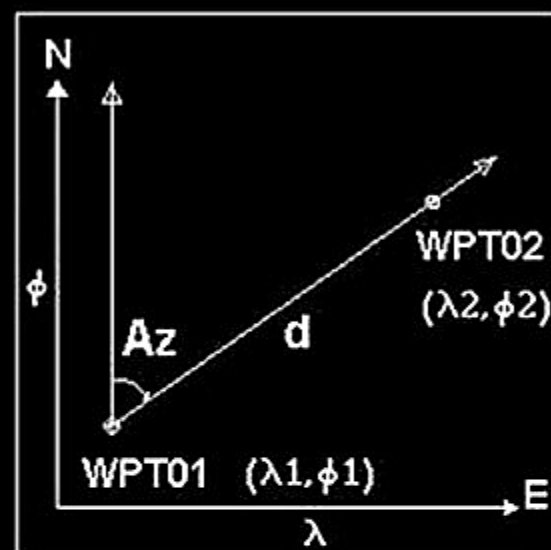
**Stazione 2 = WPT02**

$\lambda$  = Longitudine

$\phi$  = Latitudine

**Az = Azimut geodetico**

**d = Distanza**



**Formula Generale (Terra Elissoidica, WGS84)**

$$N1 = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2(\phi_1)}} \quad ; \quad N2 = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2(\phi_2)}}$$

$$G = (1 - e^2) \tan(\phi_2) + \frac{N1 \sin(\phi_1)}{N2 \sin(\phi_2)} e^2$$

$$Az = 180 + \operatorname{atan} \left[ \frac{\sin(\lambda_2 - \lambda_1)}{G \cos(\phi_1) - \sin(\phi_1) \cos(\lambda_2 - \lambda_1)} \right]$$

$$\begin{aligned} a &= 6378137 \text{ metri} \\ e &= 0.08209443795 \end{aligned}$$

# Azimut Geodetico tre Due Stazioni

Incertezza sulla valutazione dell'Azimut Geodetico

**Stazione 1 = WPT01**

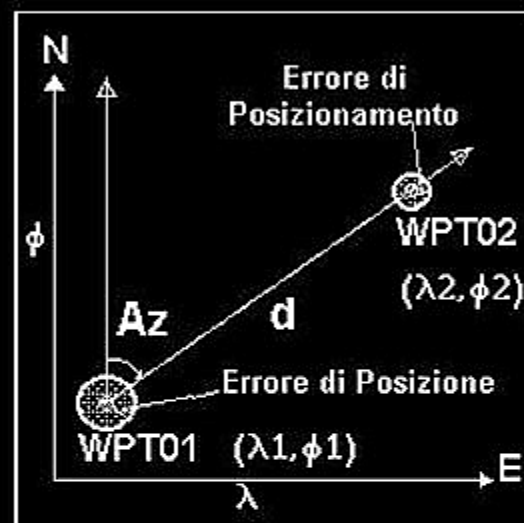
**Stazione 2 = WPT02**

$\lambda$  = Longitudine

$\phi$  = Latitudine

**Az = Azimut geodetico**

**d = Distanza (m)**



Incertezza sull'Azimut Geodetico

$$e(Az) \approx 57.3 (e_2 + e_1) / d$$

$$s = 0.0175 Re$$

$$Re \approx \left[ 6378.14 - 21.39 \sin(\phi_1) \right] \cdot 1000$$

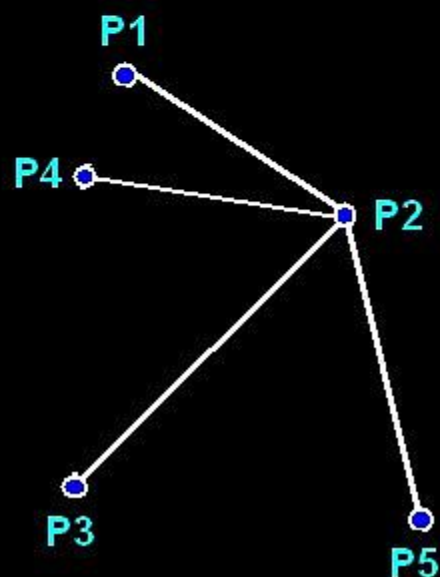
$$d = \sqrt{(\lambda_2 - \lambda_1)^2 \cos^2(\phi_1) + (\phi_2 - \phi_1)^2} \cdot s$$



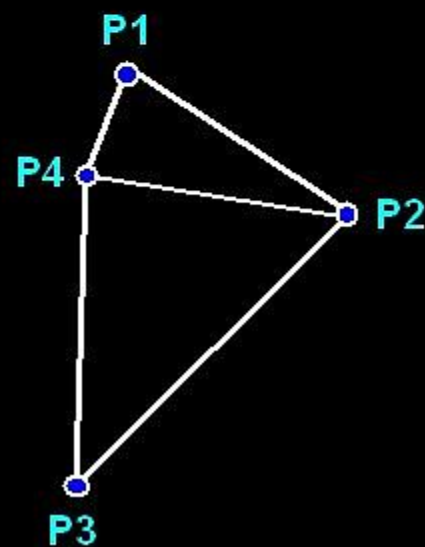
# Una rete GPS è composta da almeno 3 basi.

Le reti GPS possono essere:

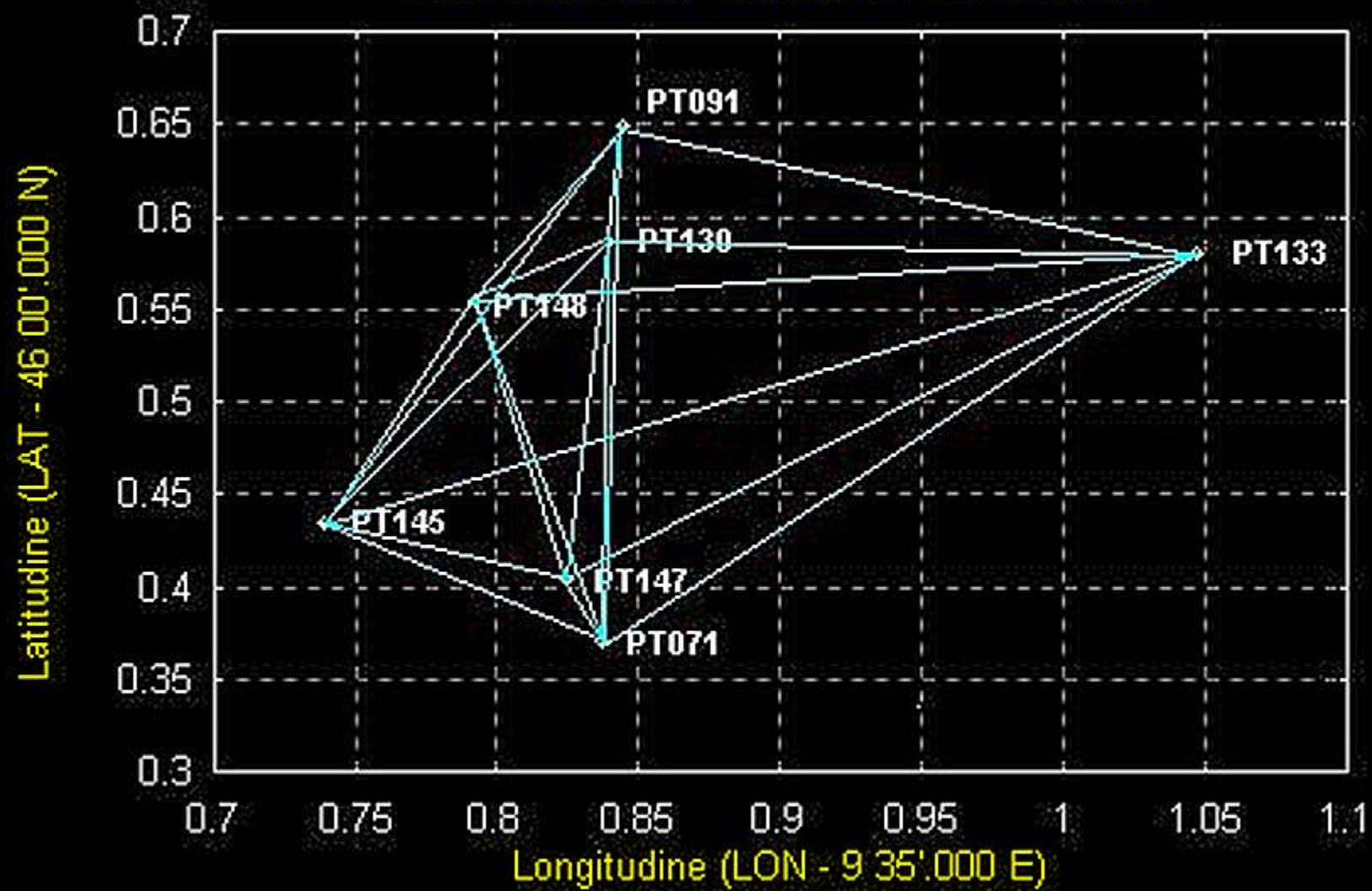
a) Aperte



b) Chiuse



### Piani M.te Avaro - Rete GPS - Punti Rilevati





# Hill of Tara - Rilievi GPS Agosto 2003

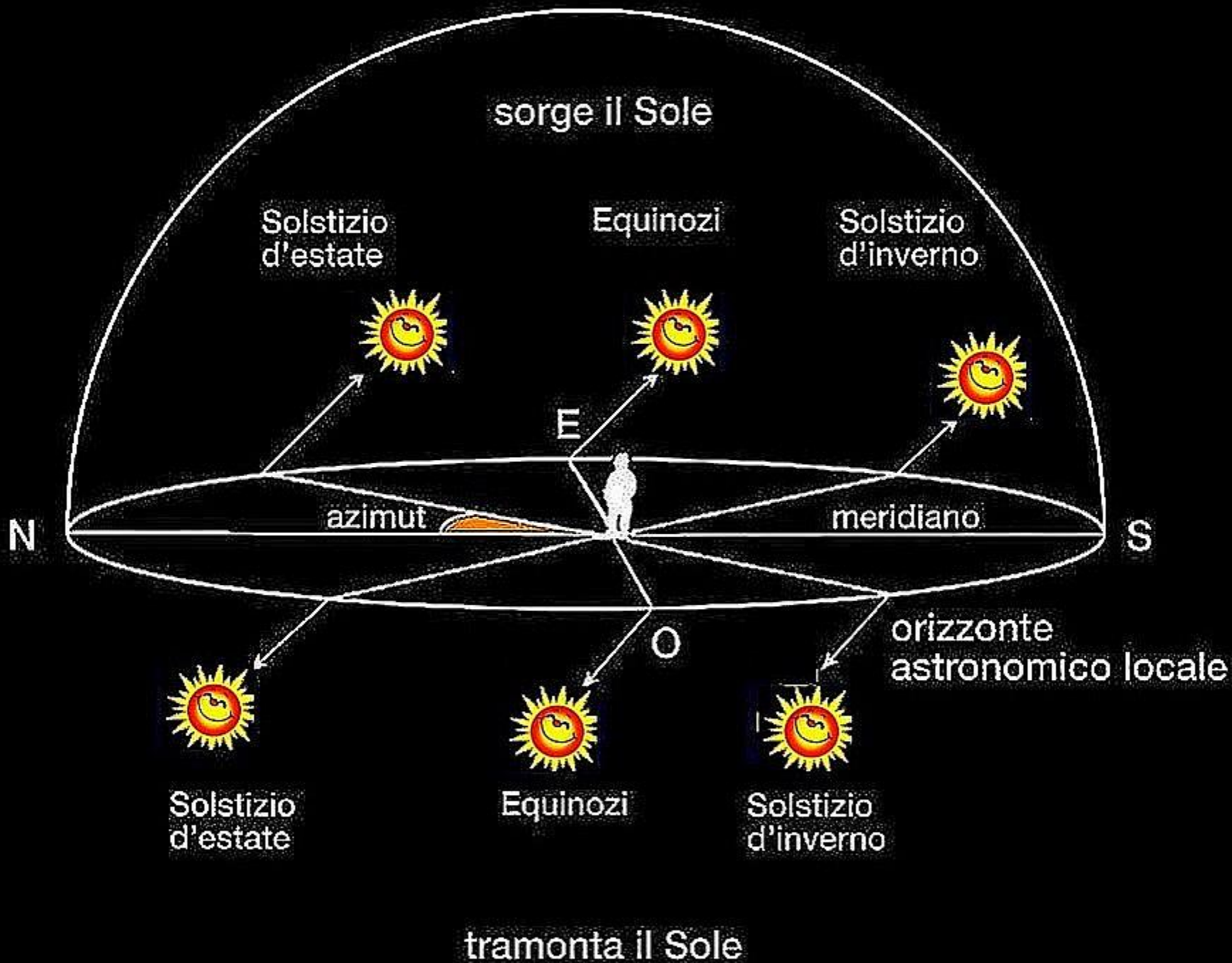


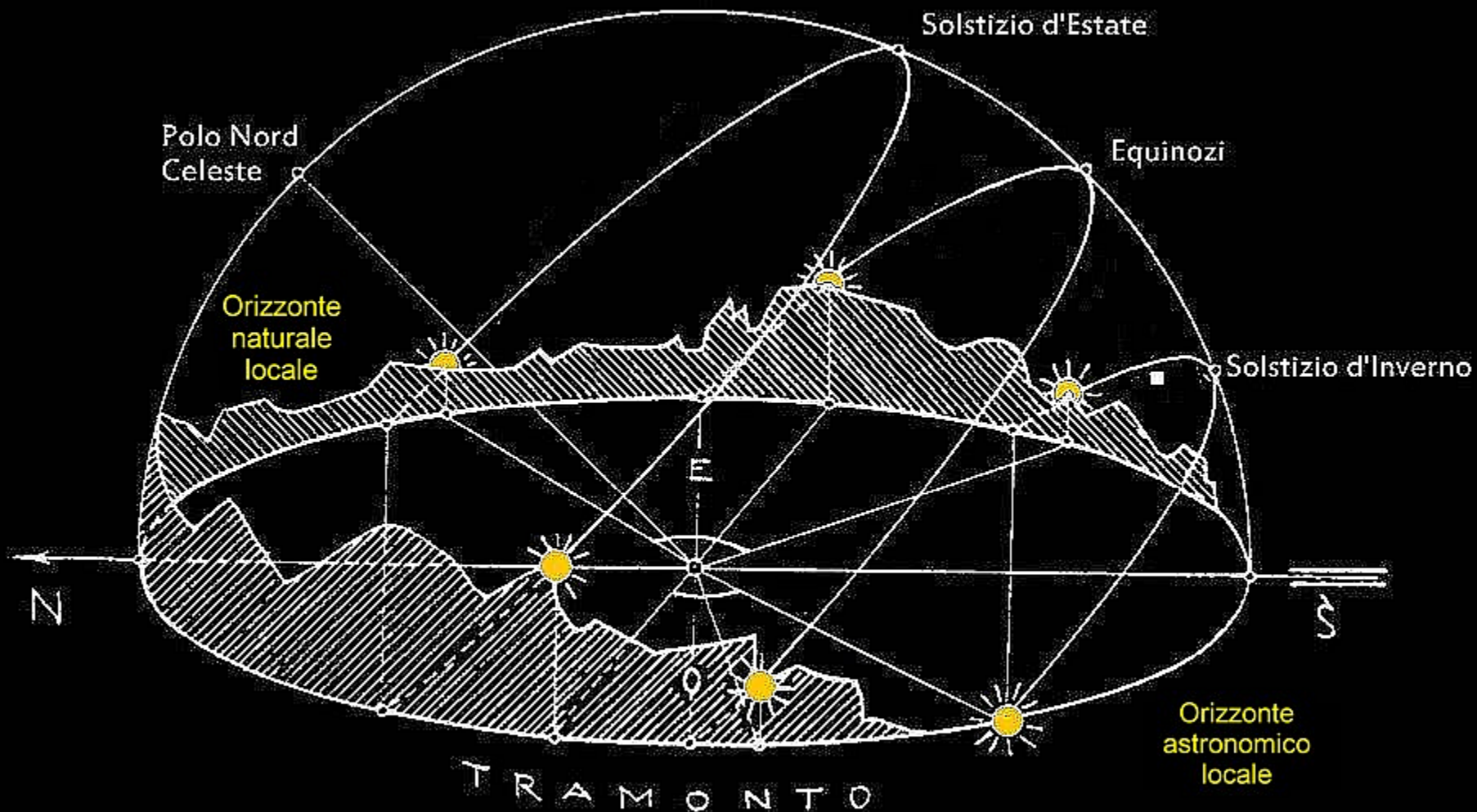
PT176 - Lia Fall, on the top - (WGS84)  
 Lat. : 53° 34' 719 N  
 Lon. : 6° 36' 729 E  
 Quota: 163.0 mt  
 rms = 32 cm  
 2003 Aug. 6th - 13:29:17 GPStime  
 GPS - Measurements: A. Gaspari

**Hill of Tara  
 (Ireland)**



**Le reti GPS forniscono una maggior precisione nella valutazione degli Azimut astronomici, ma richiedono la Compensazione degli Errori**



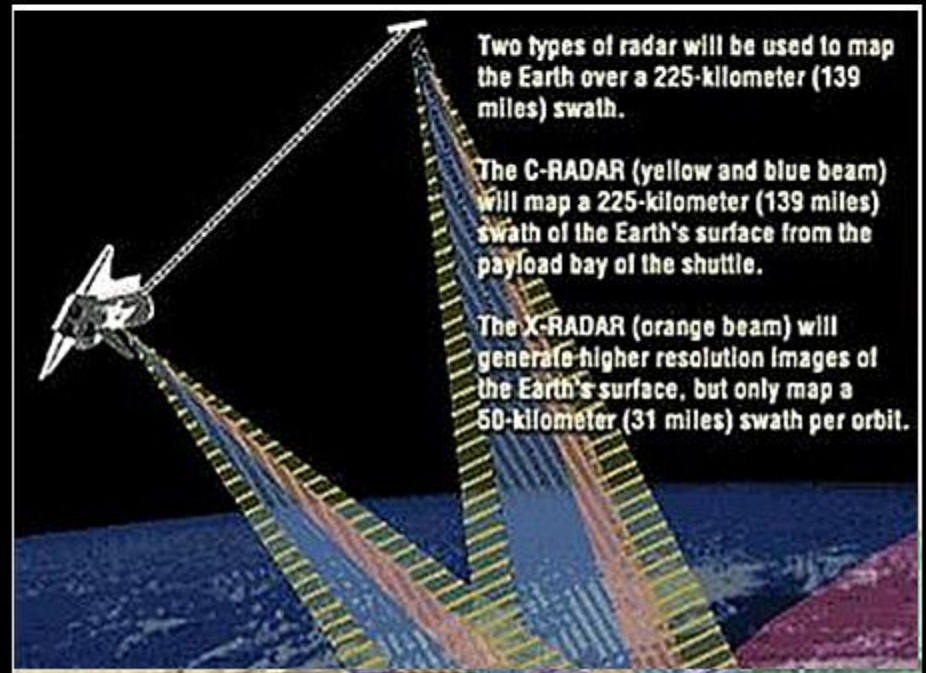
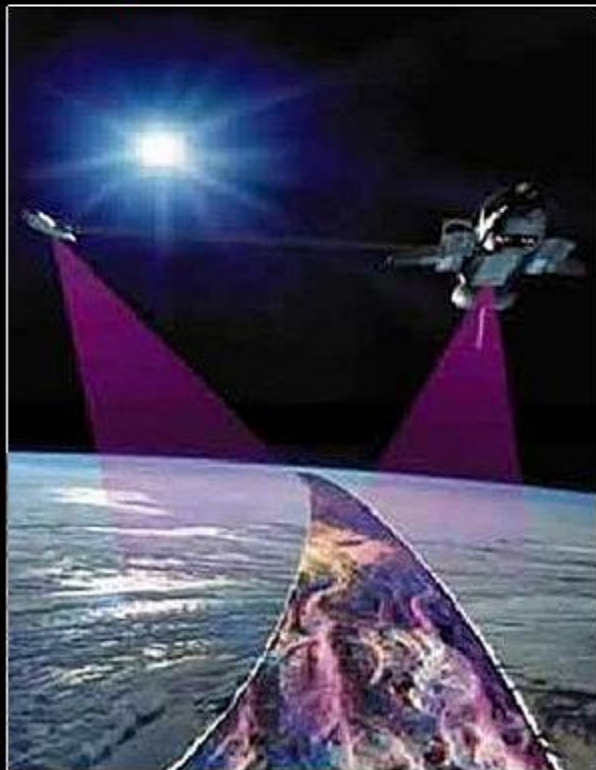


Traiettorie apparenti del Sole in una località alpina



# SRTM (Shuttle Radar Topography Mission)

Nel Febbraio 2000 lo Space Shuttle Endeavour ottenne in 11 giorni la mappatura radar completa in alta risoluzione della superficie terrestre ad intervalli di 90 metri per ogni punto del pianeta



Two types of radar will be used to map the Earth over a 225-kilometer (139 miles) swath.

The C-RADAR (yellow and blue beam) will map a 225-kilometer (139 miles) swath of the Earth's surface from the payload bay of the shuttle.

The X-RADAR (orange beam) will generate higher resolution images of the Earth's surface, but only map a 50-kilometer (31 miles) swath per orbit.

**SRTM (Shuttle Radar Topography Mission)**

# **Bande Radar**

**Lo Shuttle operò in 2 bande Radar**

**La banda C produsse la mappatura radar ad una campionatura di 90 metri.**

**La banda X produsse una campionatura più fitta (30 metri) di alcune celle della banda C**

**i dati DEM a 90 metri sono scaricabili gratuitamente da internet**



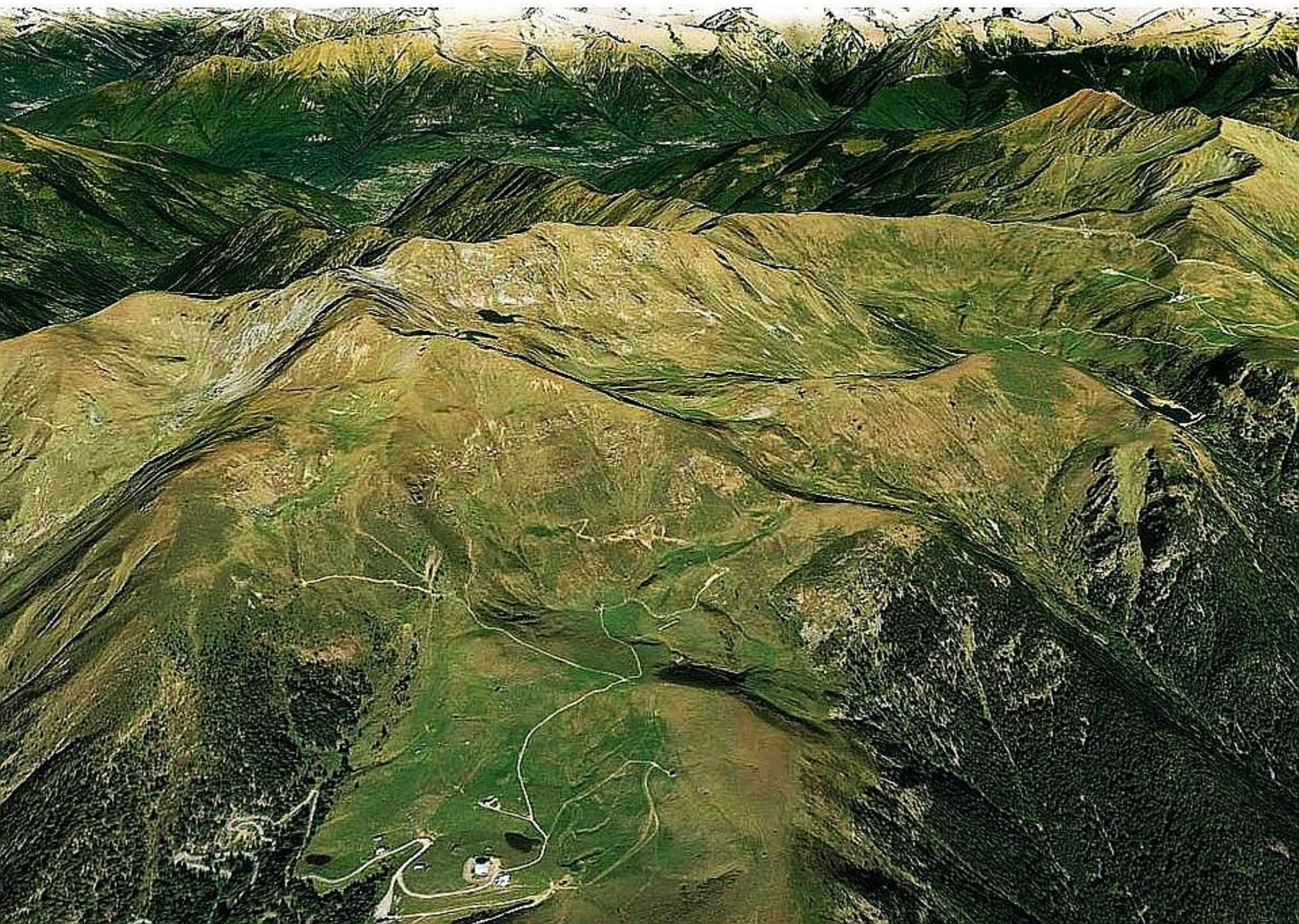
# Barec dei Piani del Monte Avaro



Google earth

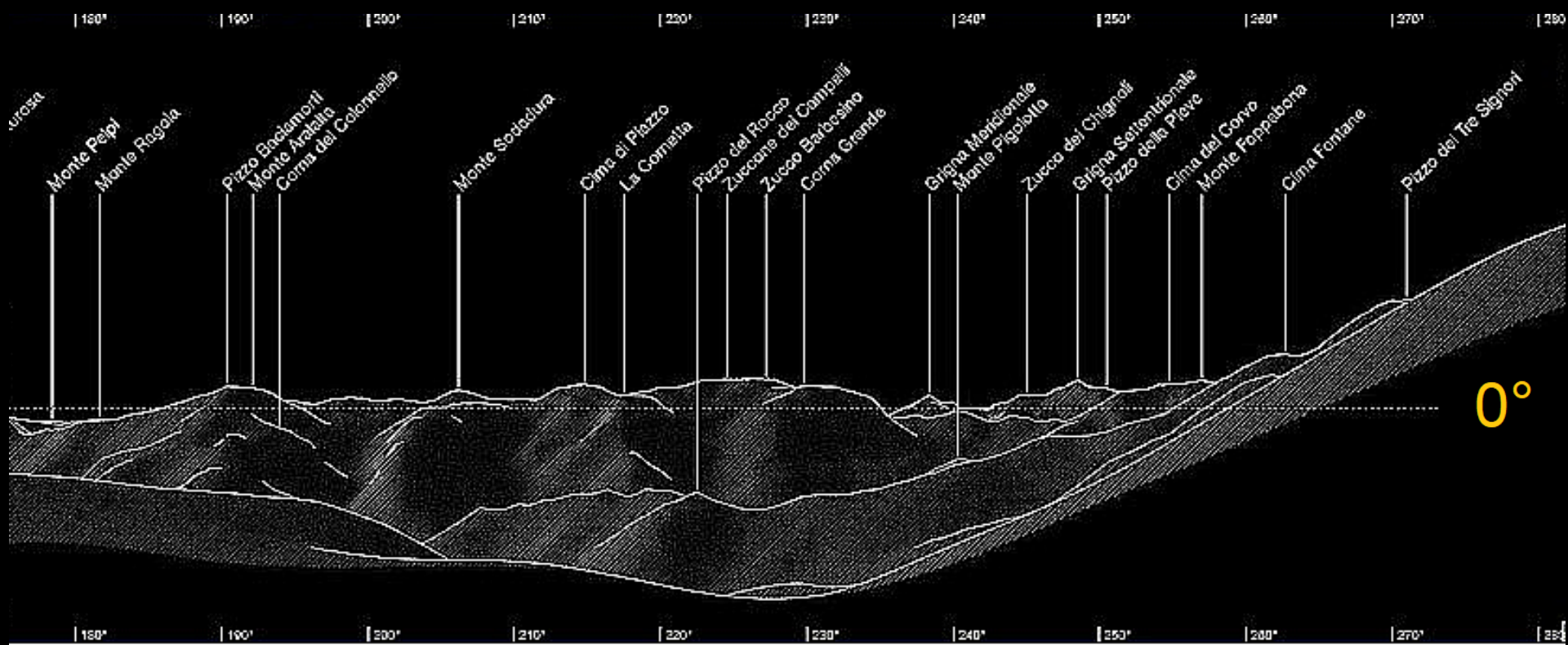


# Piani del Monte Avaro - Modello digitale 3D





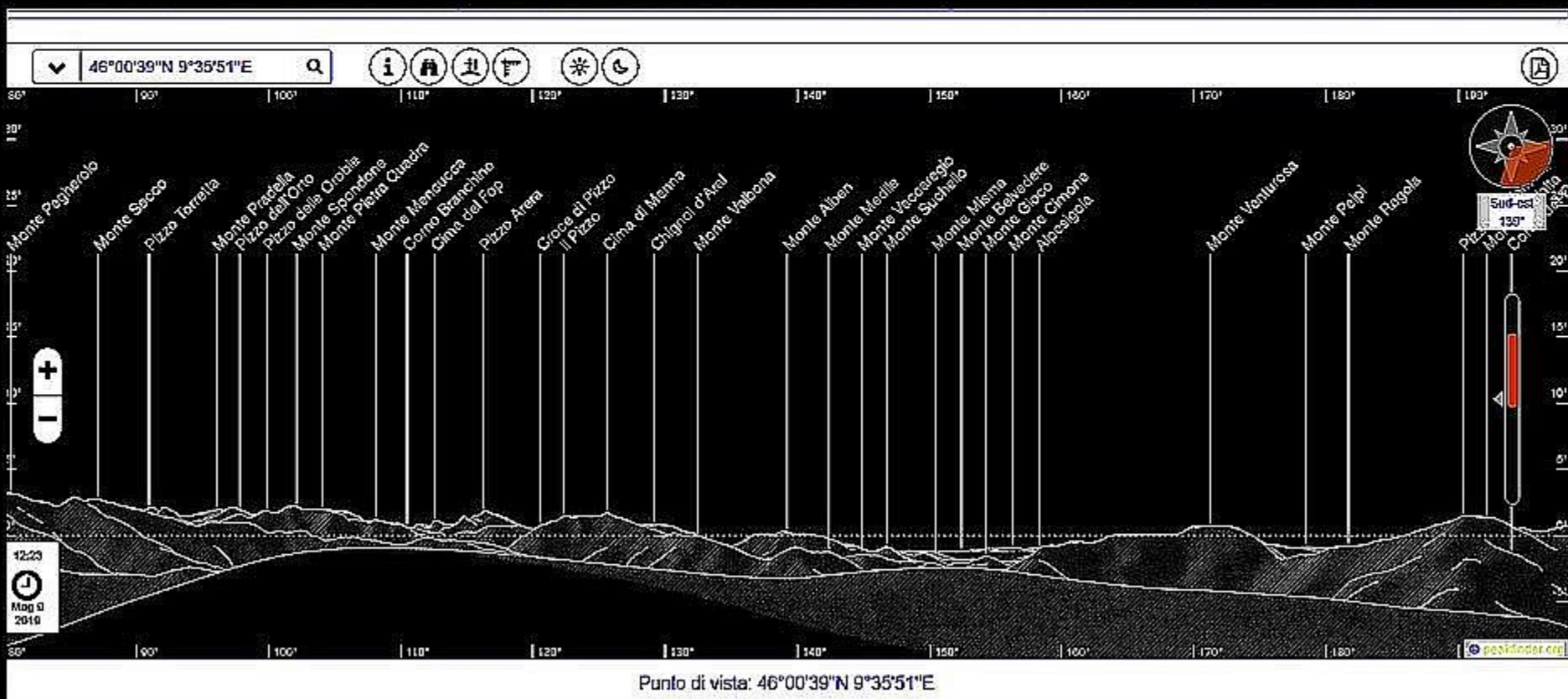
# Sintesi SRTM del profilo dell'orizzonte naturale locale visibile da un sito archeologico



Azimut (gradi)

# Il "Barec" dei Piani dell'Avaro

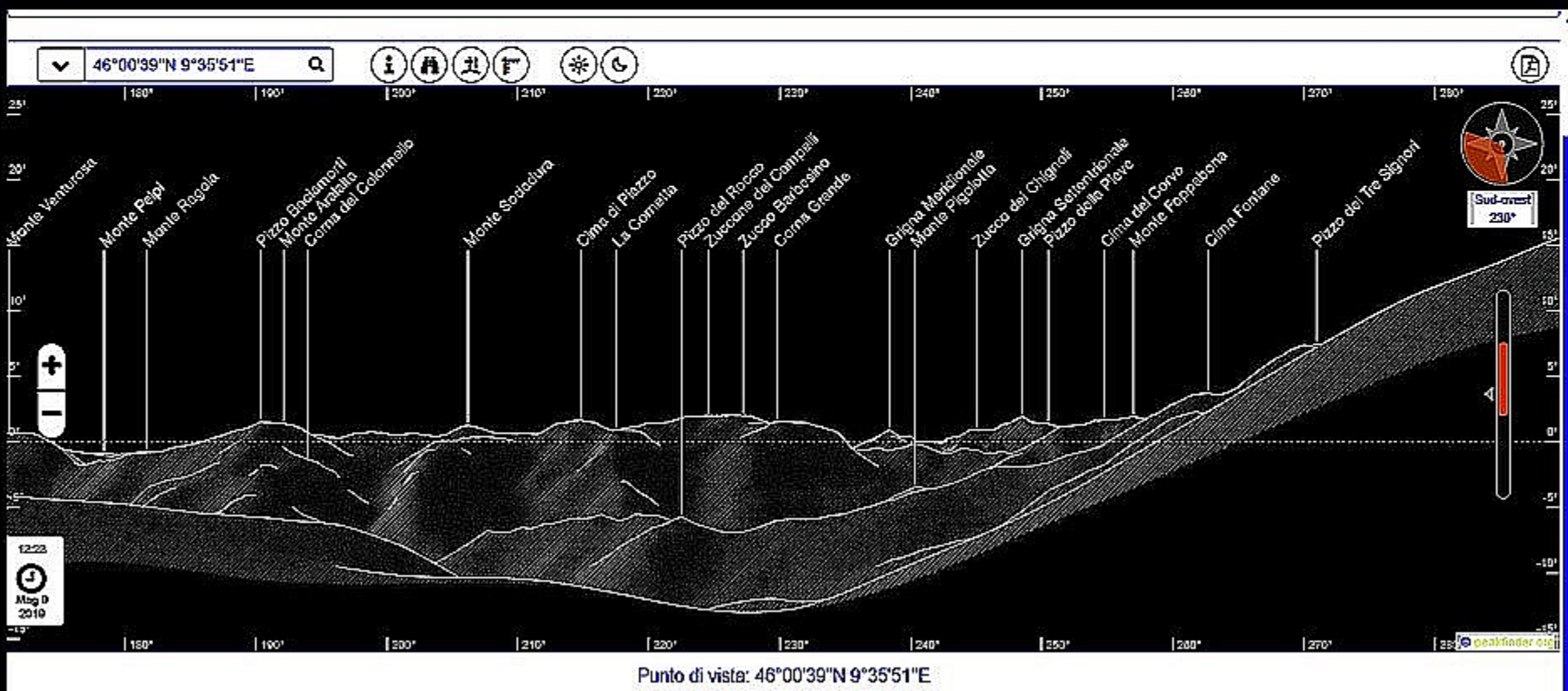
## Profilo della Skyline





# Il "Barec" dei Piani dell'Avaro

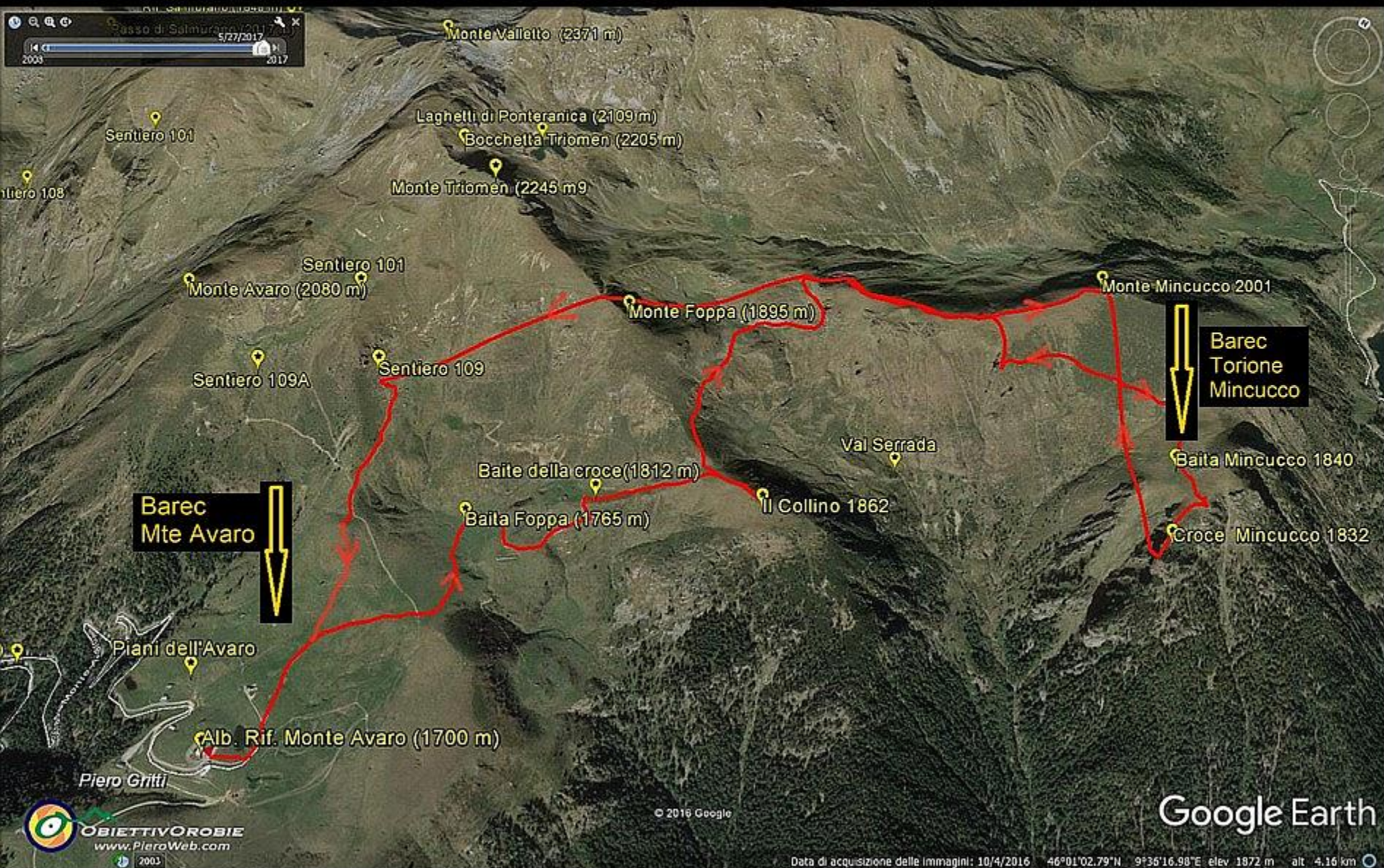
## Profilo della Skyline





# Barec Mte Avaro

# Il Barec del Torrione del Mincucco



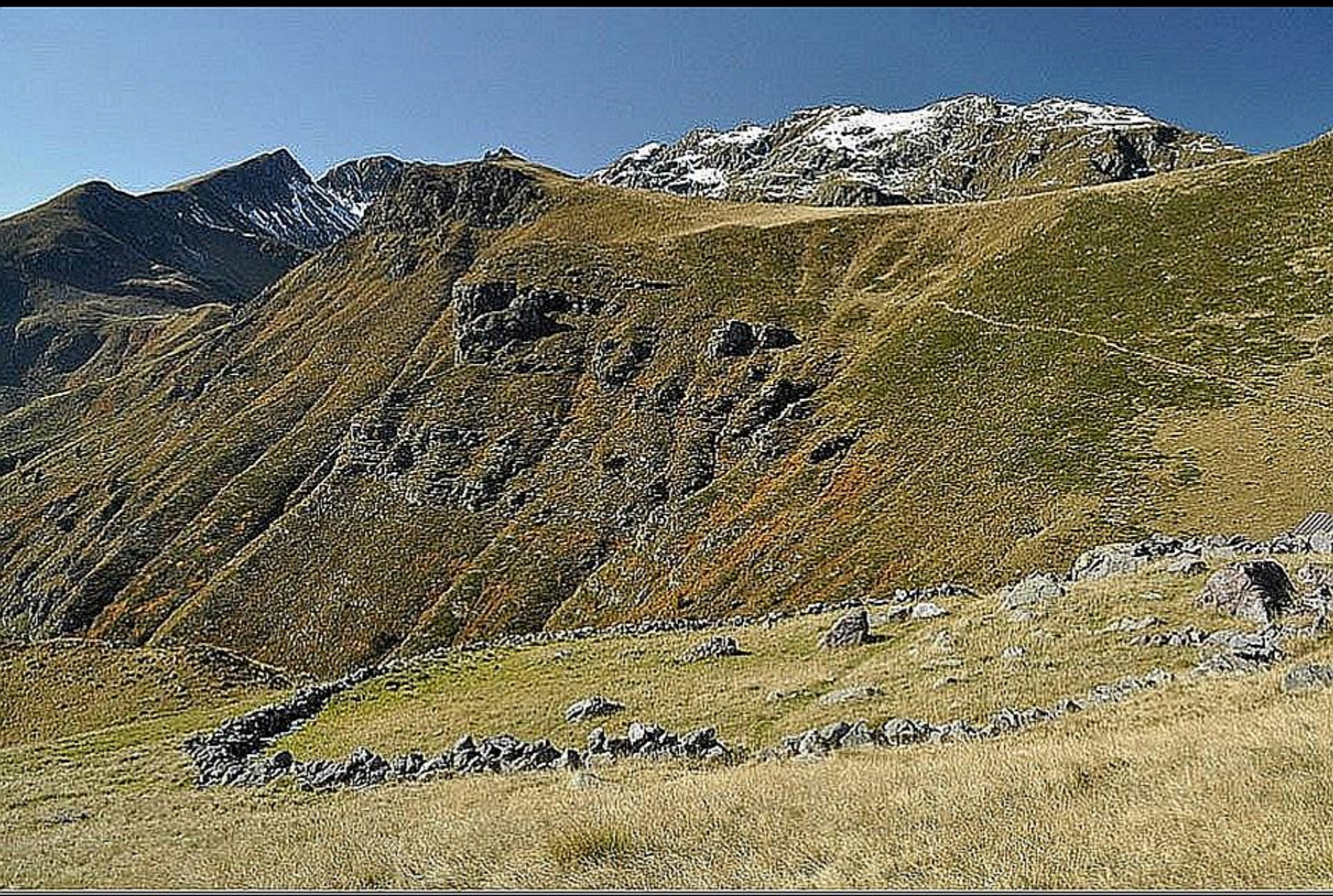


# Il Barec del Torrione del Mincucco





# Il Barec del Torrione del Mincucco





# Il Barec del Torrione del Mincucco



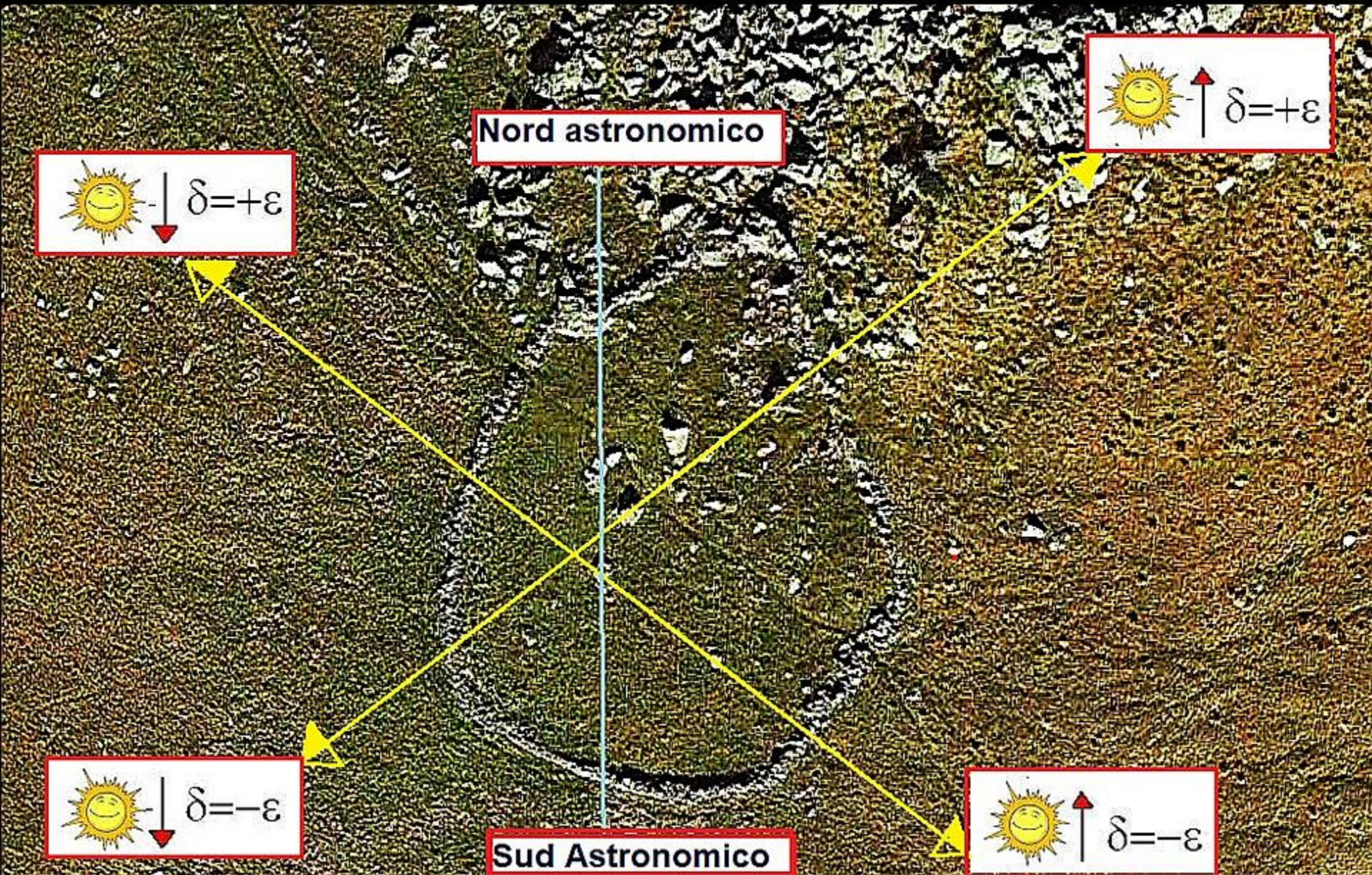


# Il Barec del Torrione del Mincucco



Modello digitale 3D

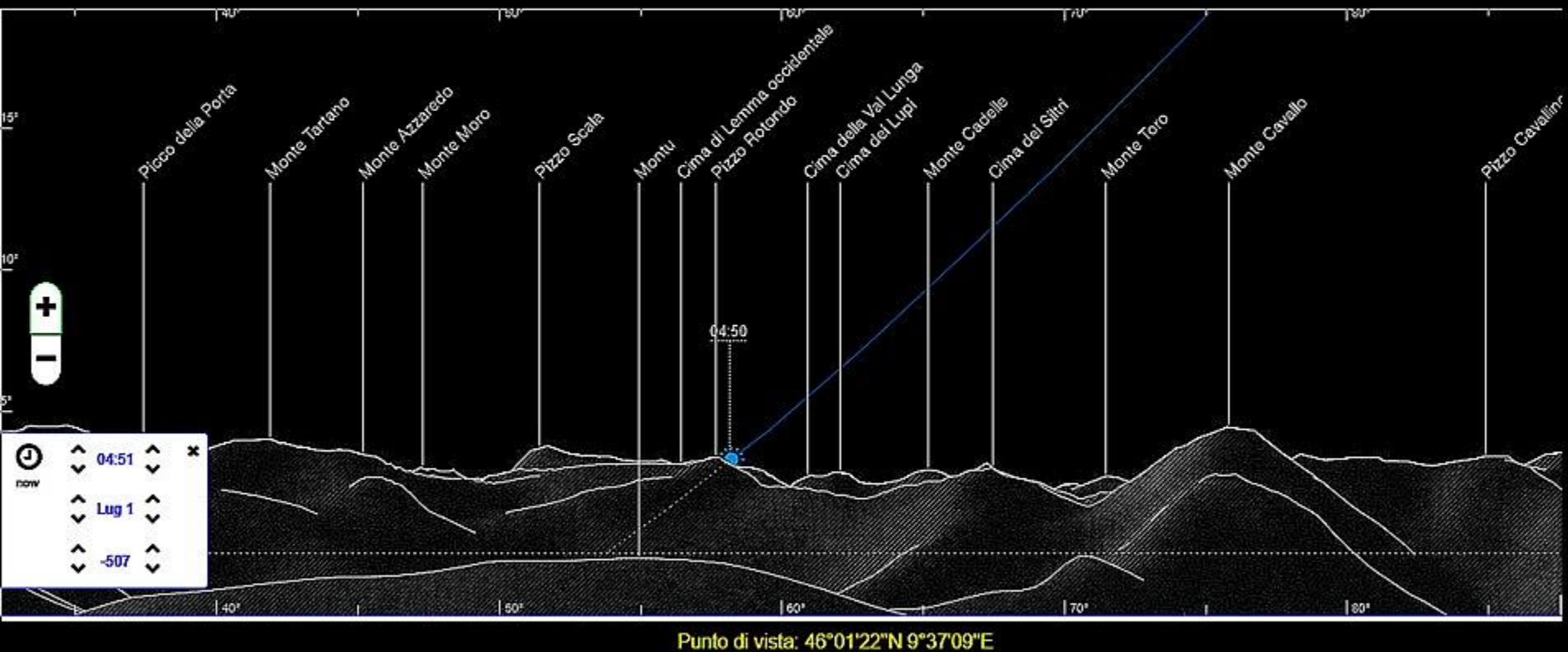






# Il Barec del Torrione del Mincucco

## Linee solstiziali solari

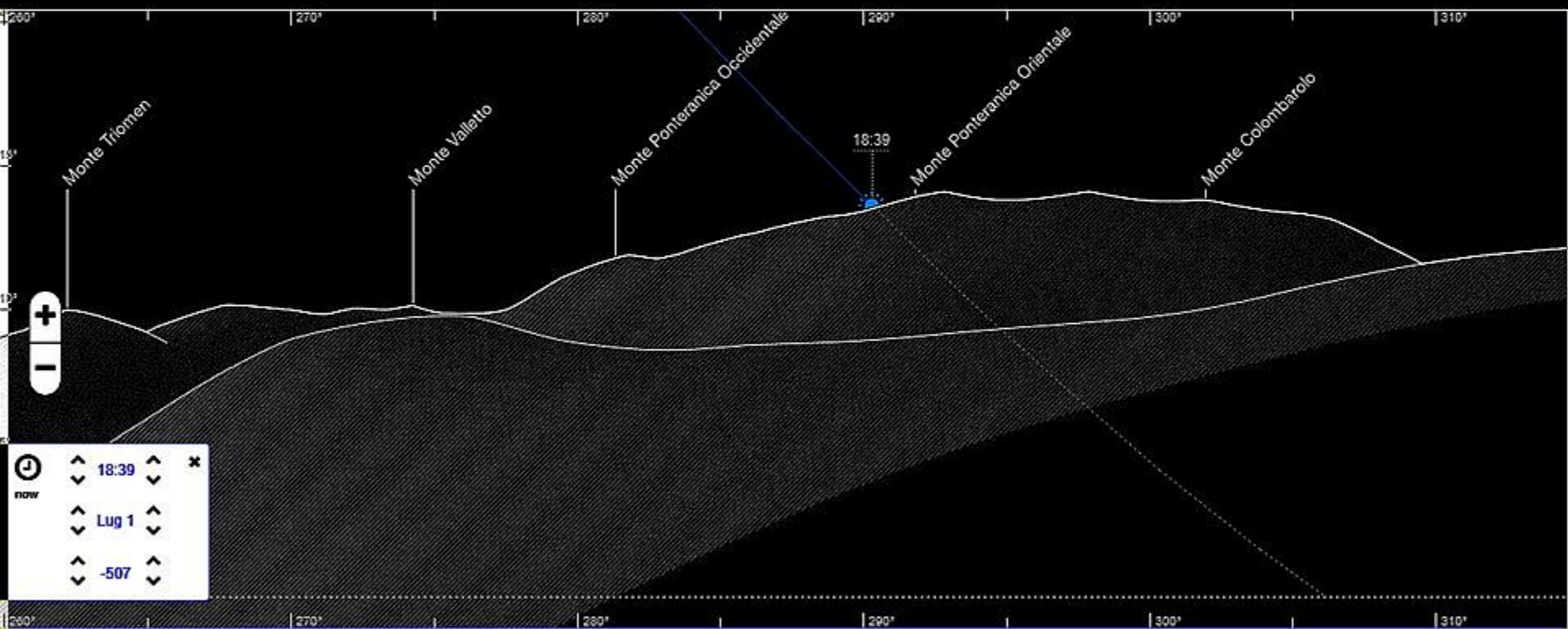


Sorge il Sole al solstizio d'estate



# Il Barec del Torrione del Mincucco

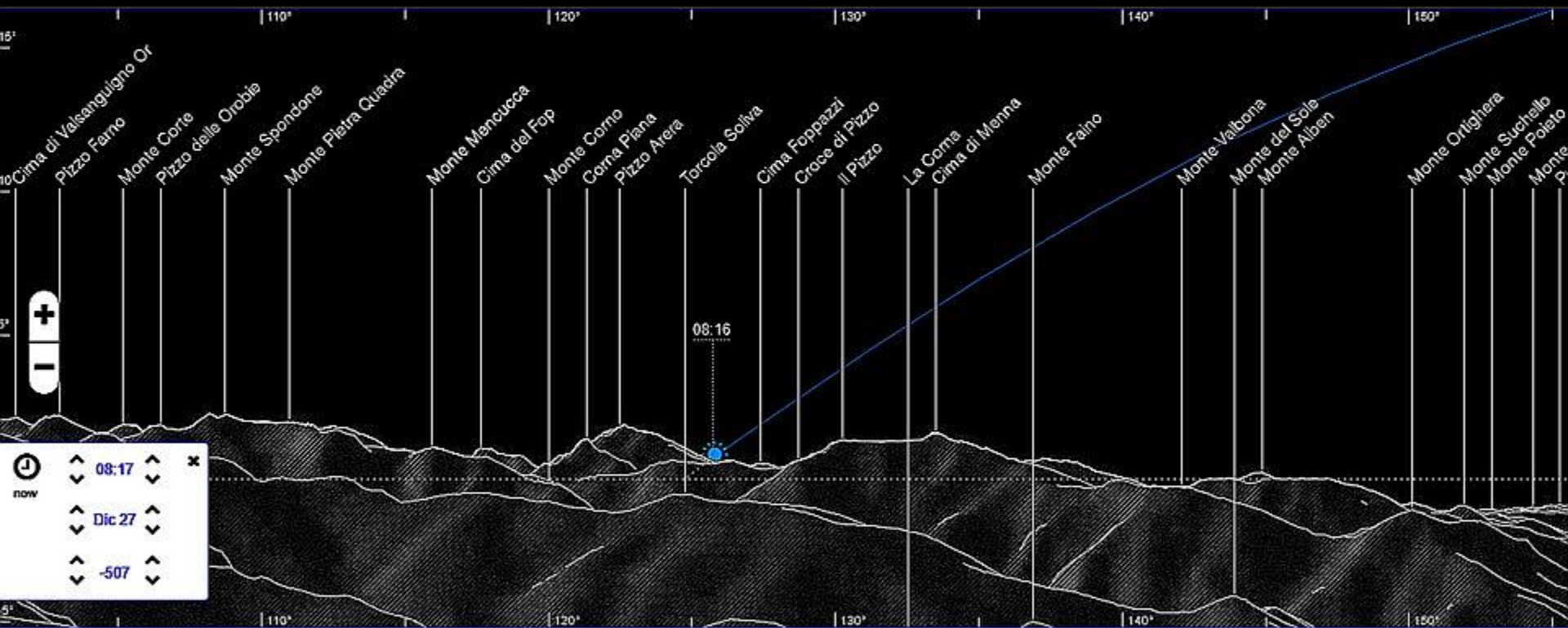
## Linee solstiziali solari



Tramonta il Sole al solstizio d'estate

# Il Barec del Torrione del Mincucco

## Linee solstiziali solari

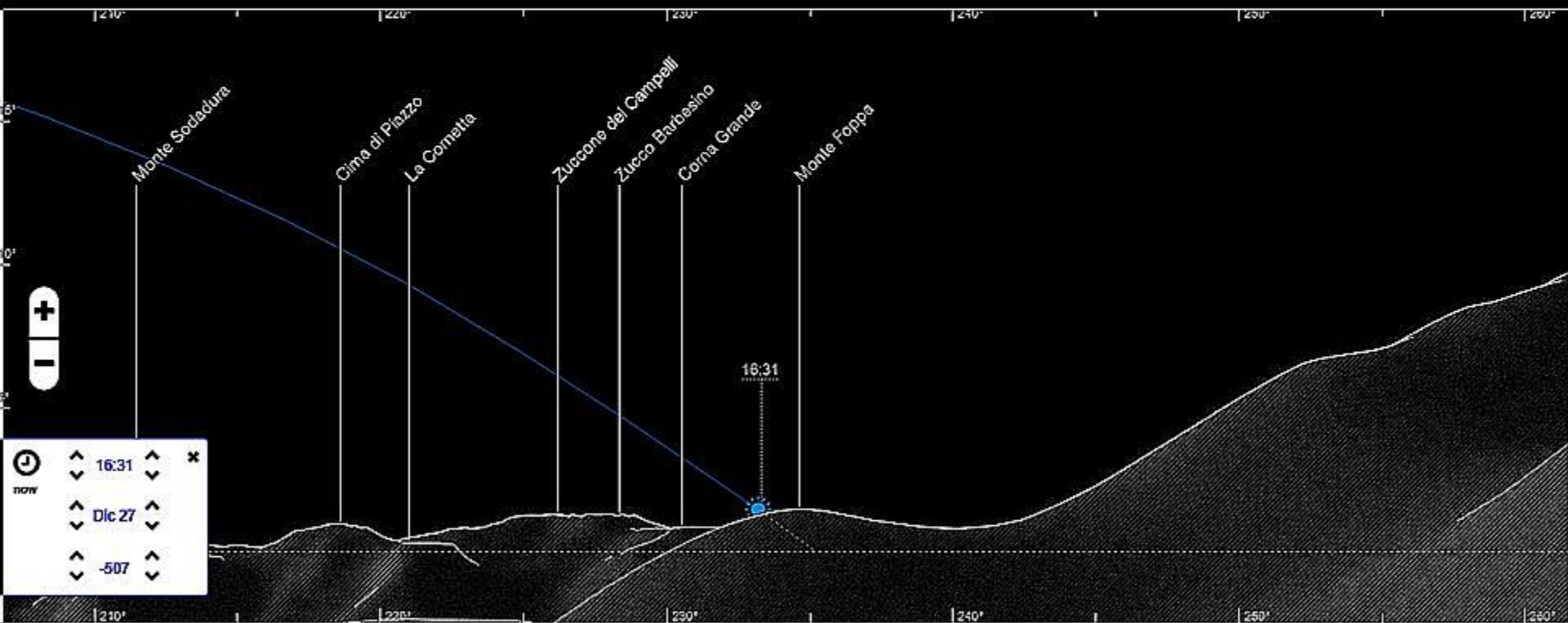


Sorge il Sole al solstizio d'inverno



# Il Barec del Torrione del Mincucco

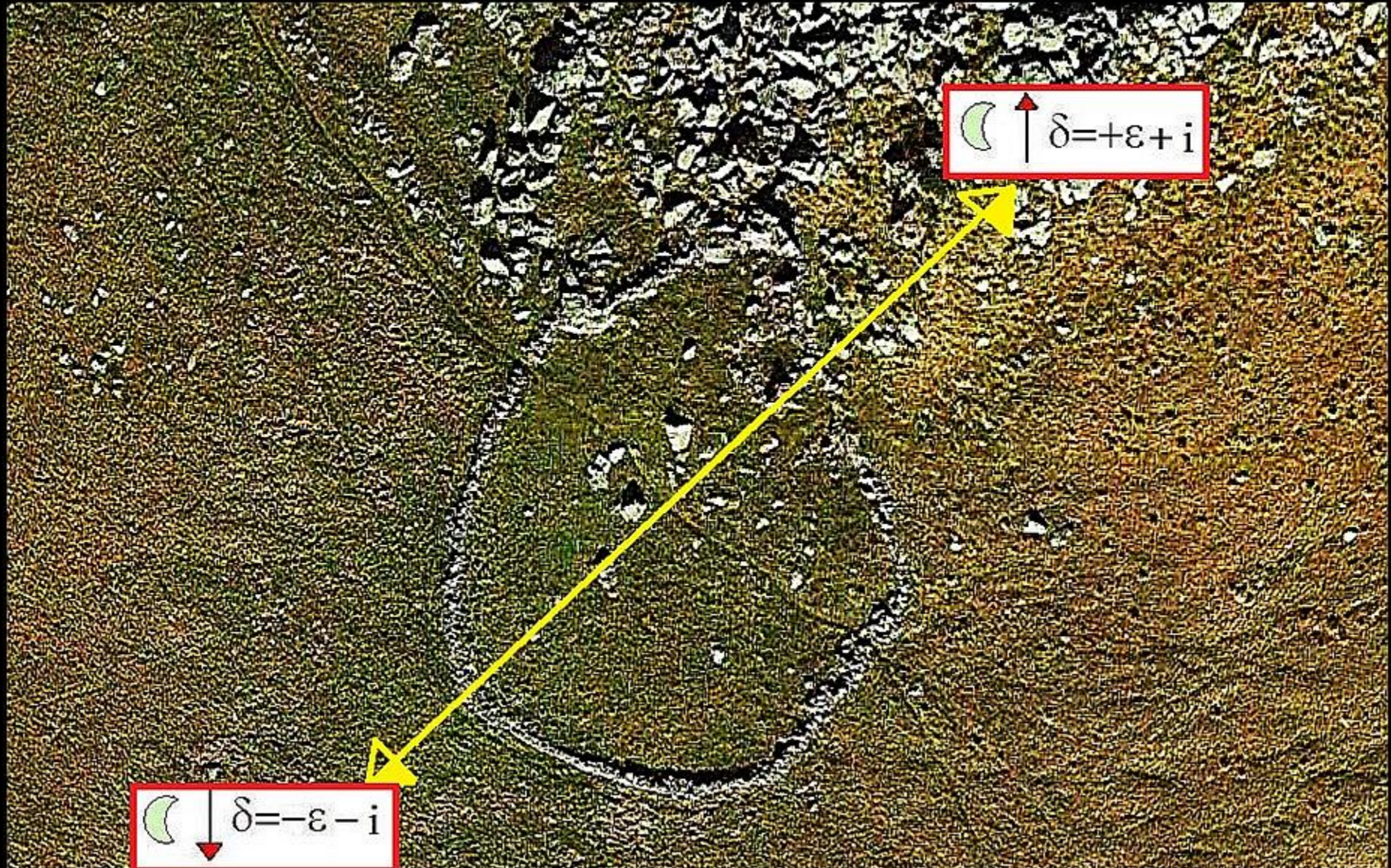
## Linee solstiziali solari



Tramonta il Sole al solstizio d'inverno



# Il Barec del Torrione del Mincucco    Linee lunistiziali lunari





Lunistizi superiori

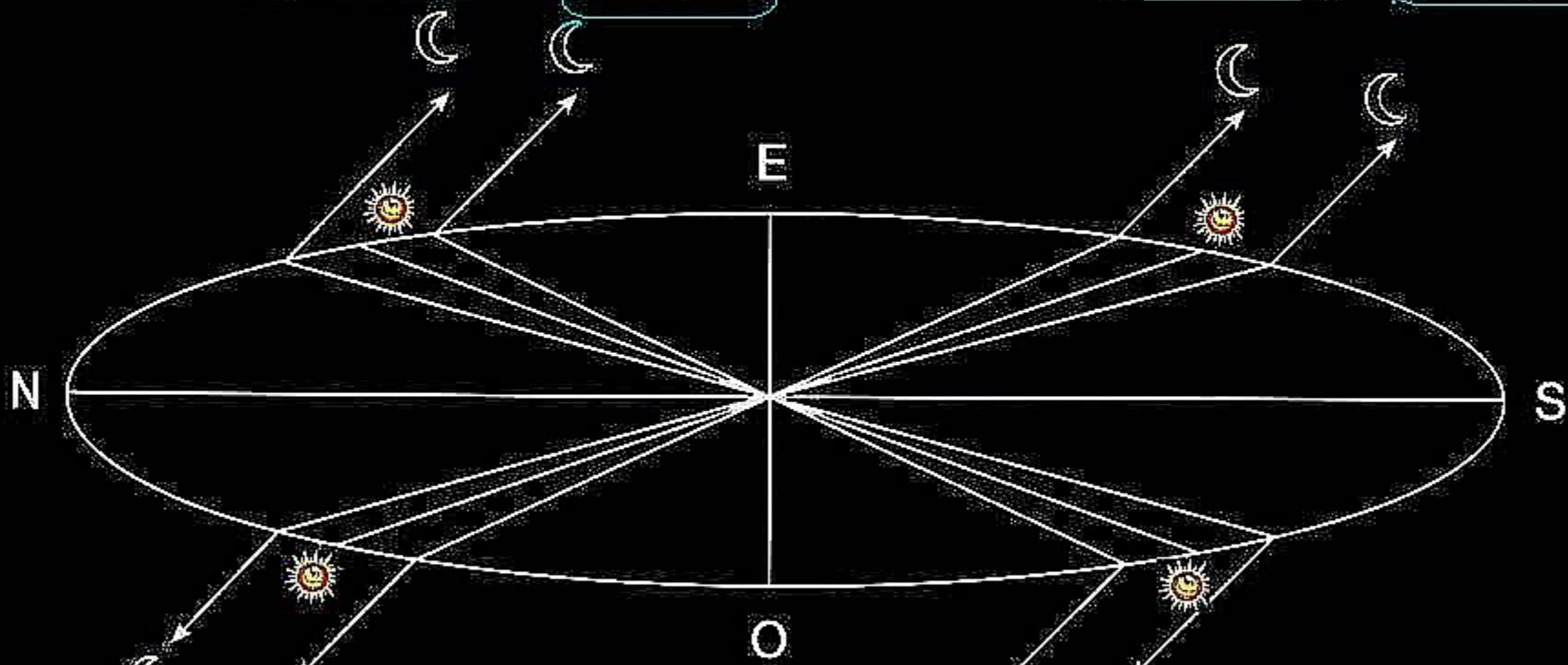
Lunistizi inferiori

$$\delta = +\varepsilon + i$$

$$\delta = +\varepsilon - i$$

$$\delta = -\varepsilon + i$$

$$\delta = -\varepsilon - i$$



$$\delta = +\varepsilon + i$$

$$\delta = +\varepsilon - i$$

$$\delta = -\varepsilon + i$$

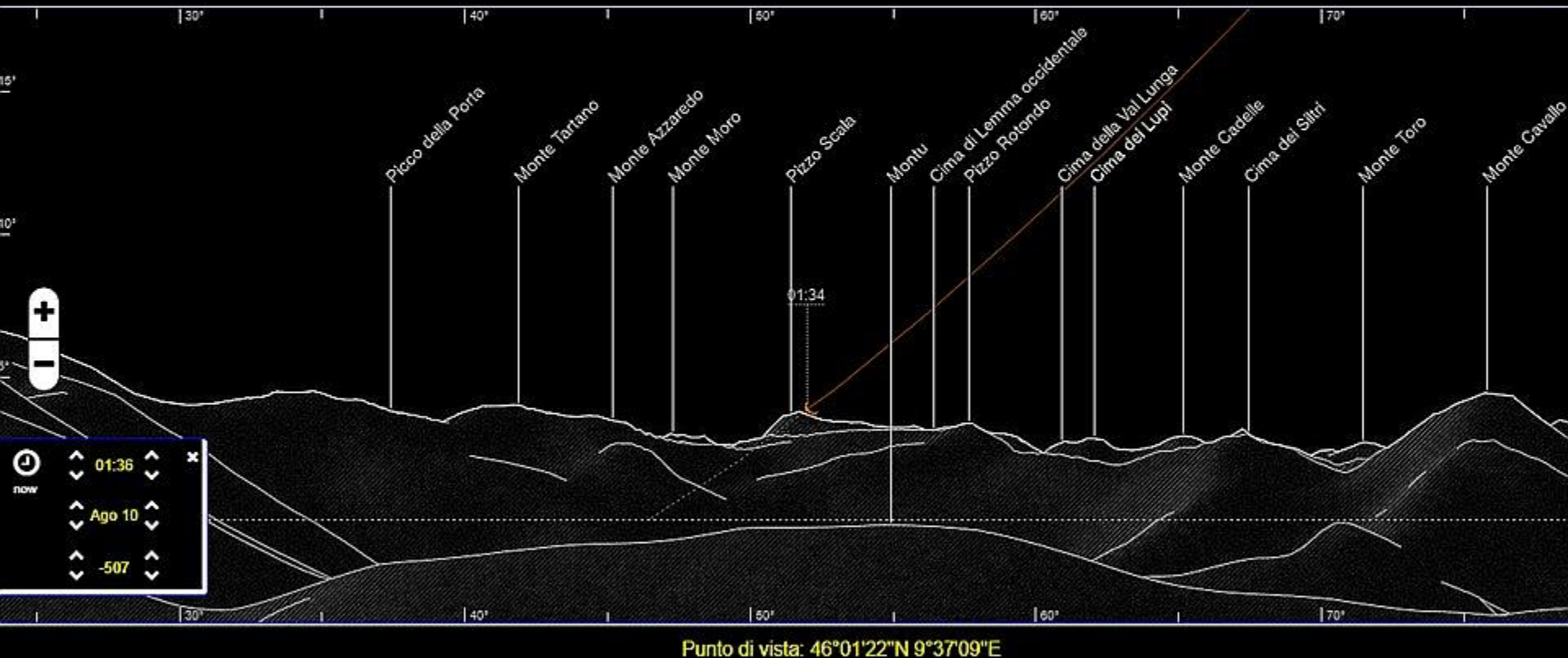
$$\delta = -\varepsilon - i$$

Lunistizi superiori

Lunistizi inferiori

# Il Barec del Torrione del Mincucco

## Linee lunistiziali lunari

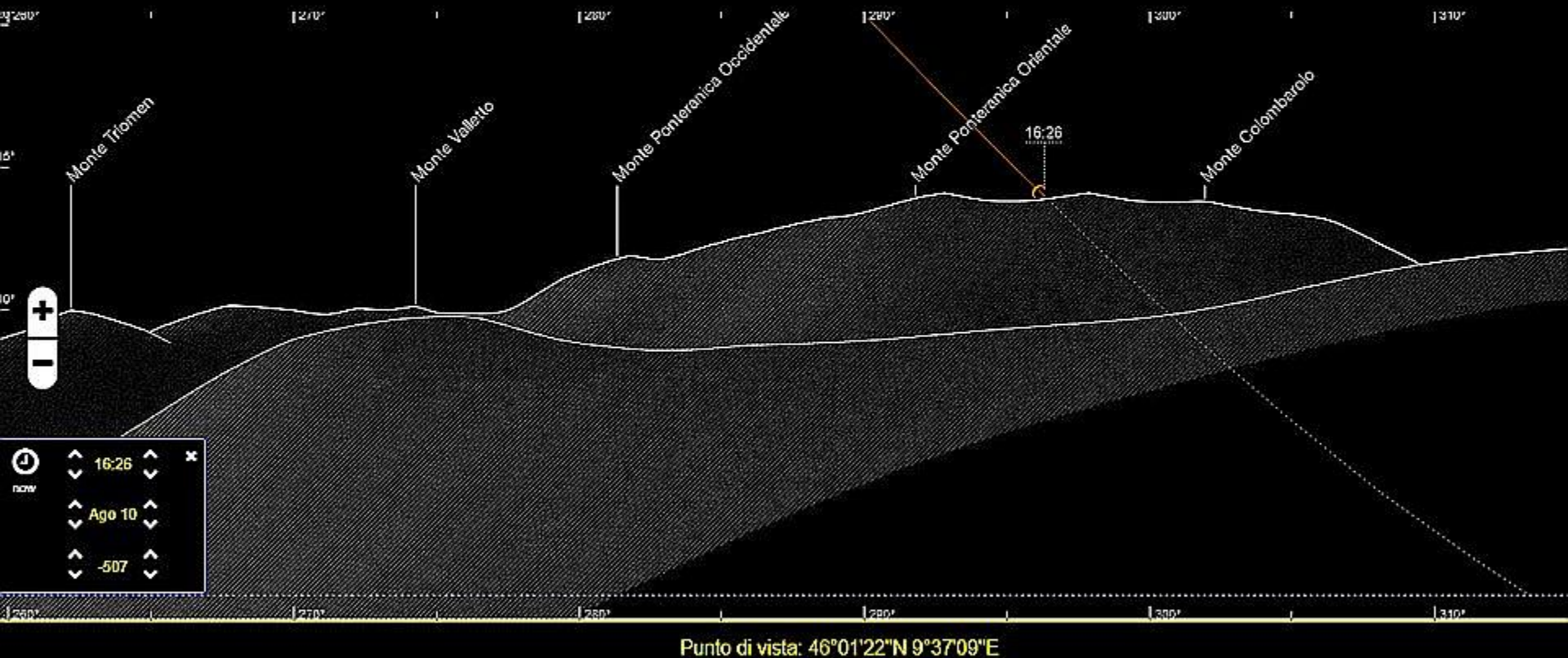


Sorge la luna al lunistizio estremo superiore



# Il Barec del Torrione del Mincucco

## Linee lunistiche lunari



Tramonta la Luna al lunistizio estremo inferiore



Righello

Linea   Percorso   Poligono   Cerchio   Percorso 3D

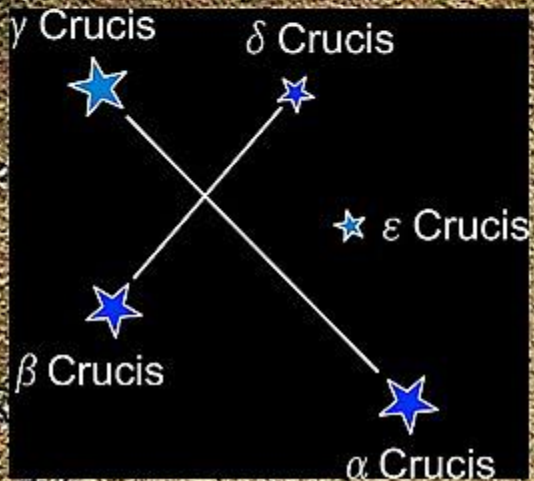
Misura la distanza tra due punti sul suolo

Lunghezza mappa:	64,91	Metri
Lunghezza terreno:	66,96	
Direzione:	176,54	gradi

Navigazione con il mouse     

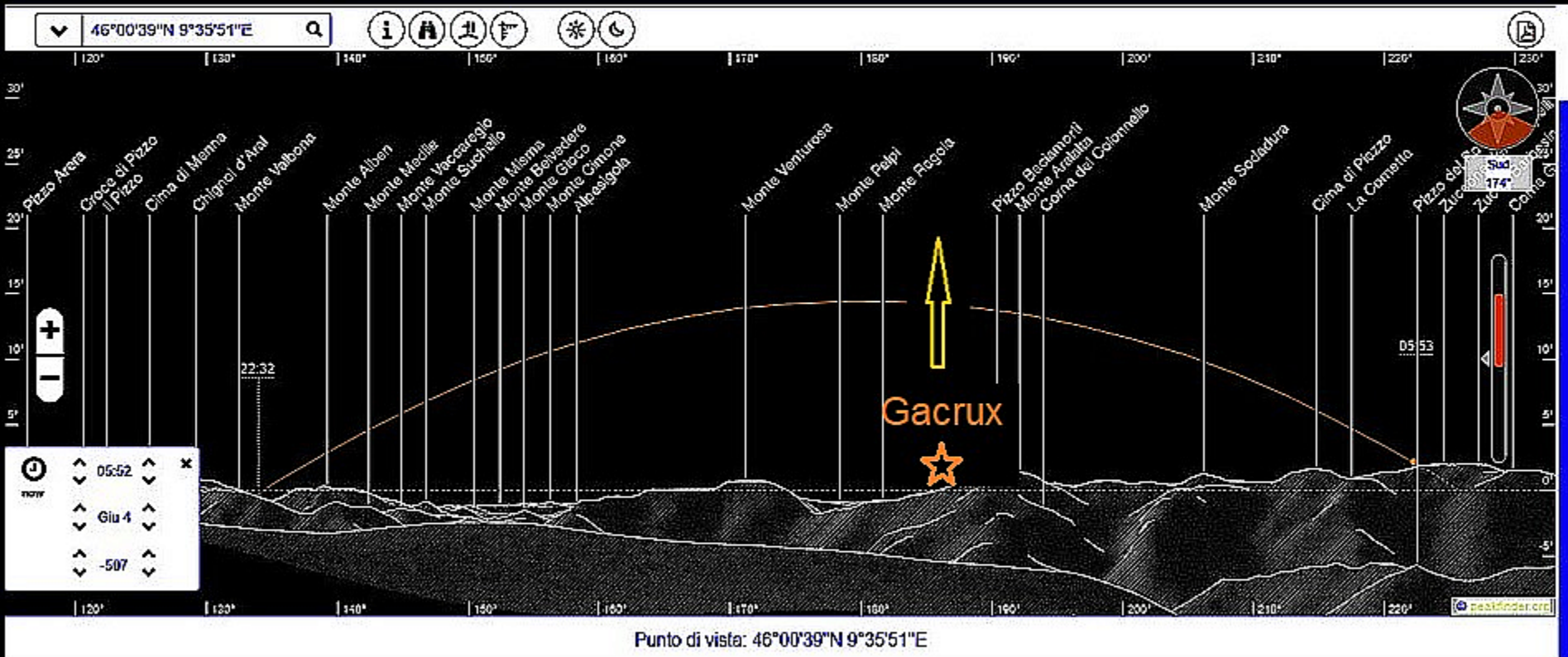


Sorge Gamma Crucis





# Il "Barec" dei Piani dell'Avaro



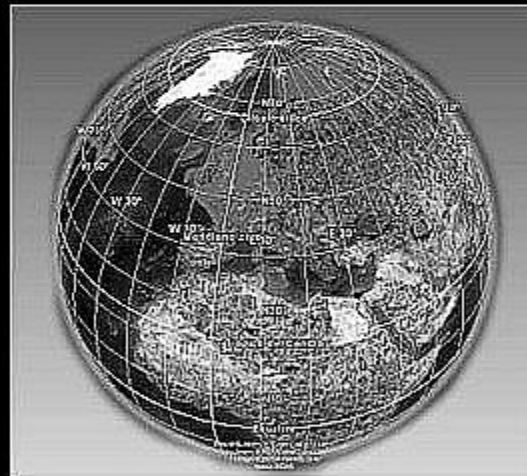
**Direzione meridiana (Sud)**  
**Sorge Gamma Crucis**

Per  
Approfondire...

Adriano Gaspani

## Archeoastronomia Satellitare

Tecniche moderne per il rilievo e lo  
studio dei siti archeologici di rilevanza  
astronomica.



Collana Manualistica