



Università "Cardinale Giovanni Colombo" - Milano

A.A. 2024 - 2025

Corso di Archeoastronomia

Docente: **Adriano Gaspani**

Lezione 7

La Simulazione del Cielo Antico

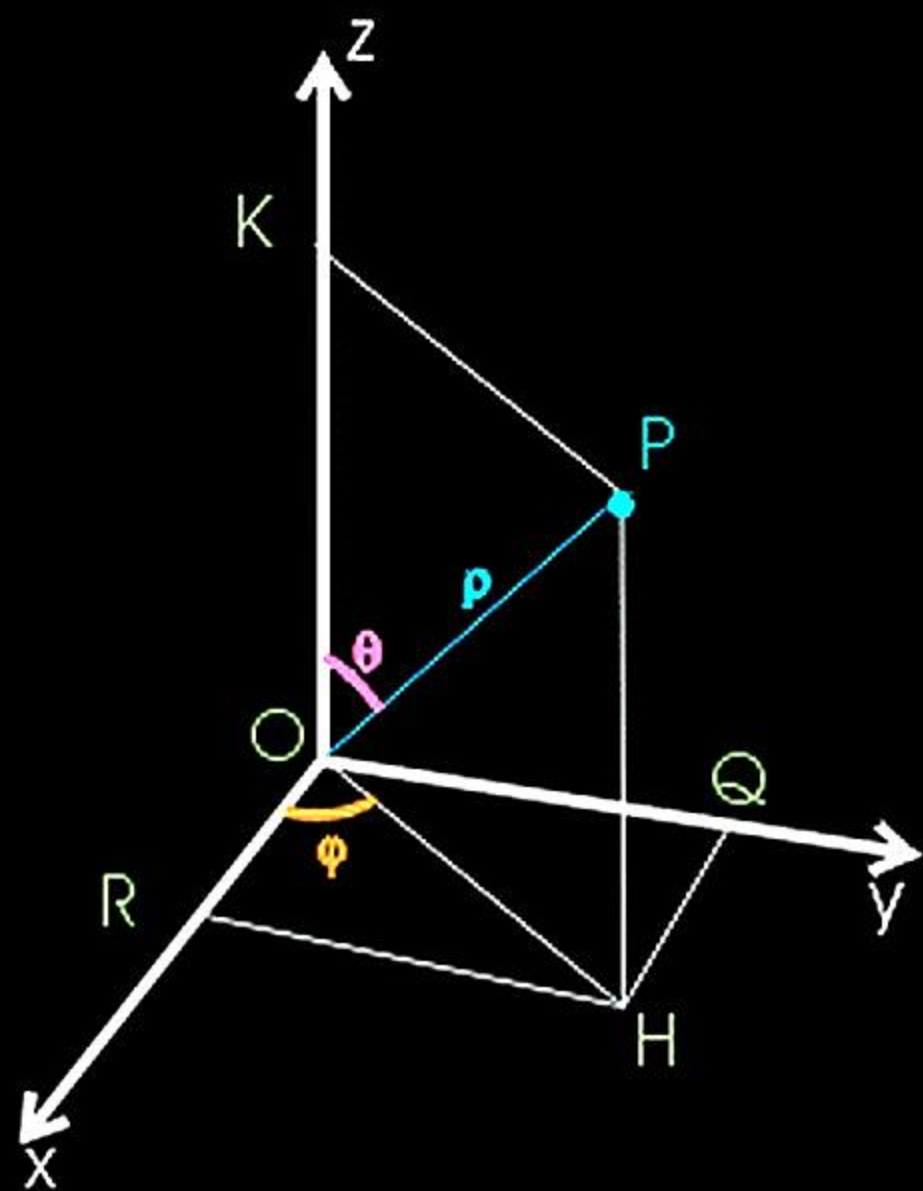


...la Terra

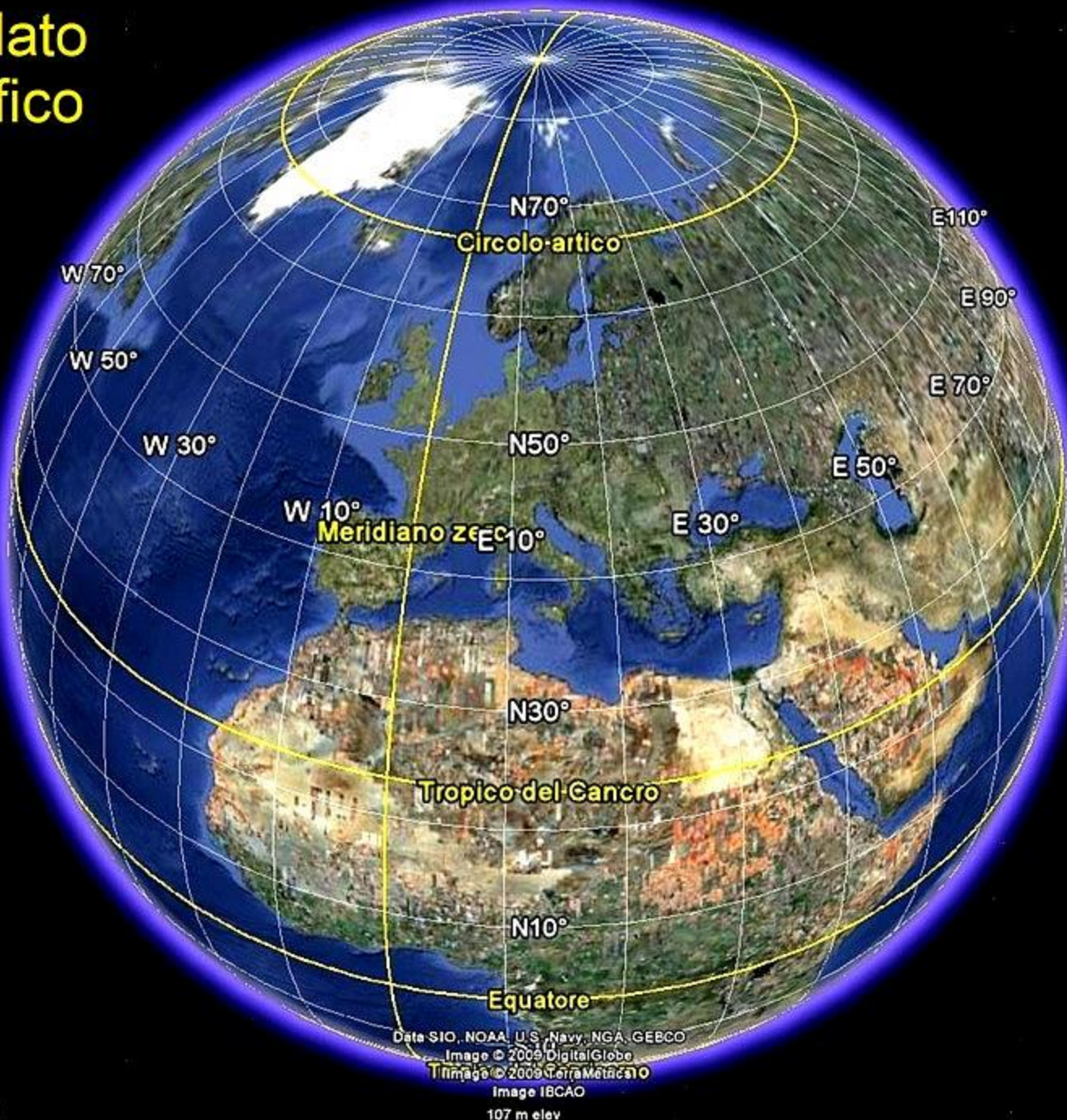
...Credetemi! Vi assicuro che è rotonda...

L'Astronomia Sferica descrive la
posizione e il movimento degli
astri sulla Sfera Celeste

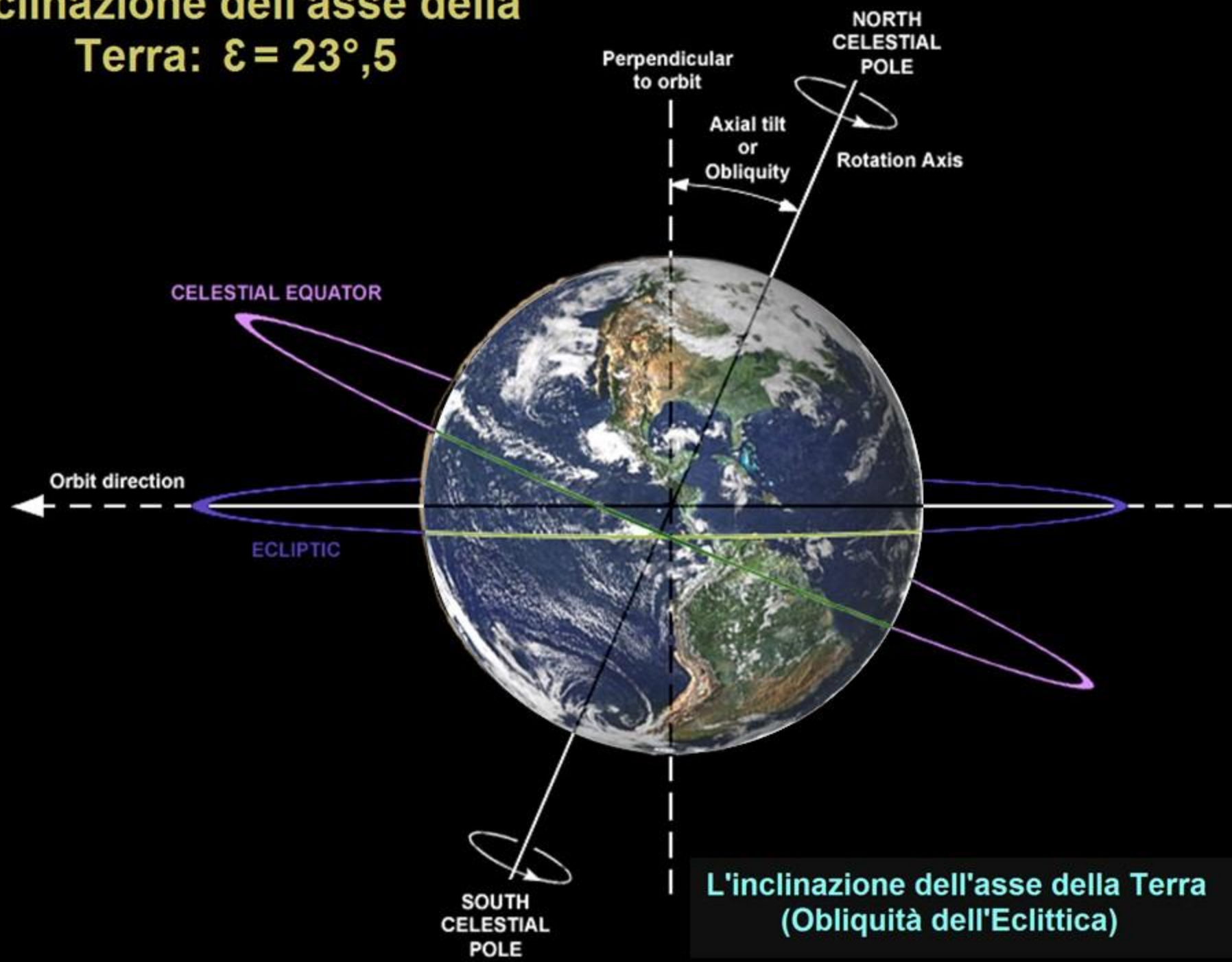
Coordinate Sferiche



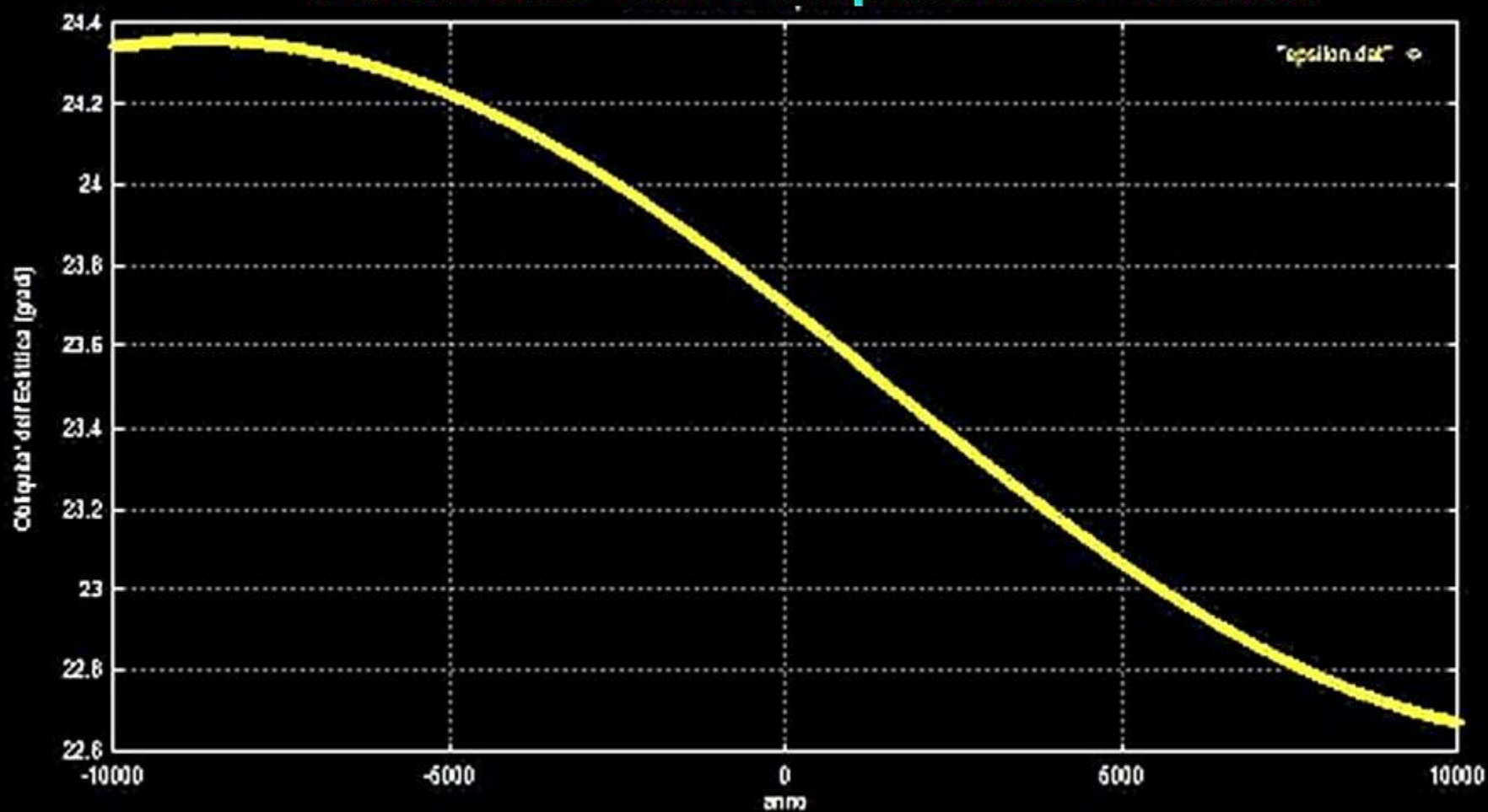
Il reticolato geografico



Inclinazione dell'asse della Terra: $\varepsilon = 23^{\circ},5$



Variazione dell'Obliquità dell'Eclittica



Variazione dell'inclinazione dell'orbita della Terra tra gli anni -10000 e 10000.

Variazione dell'Obliquità dell'Eclittica

Il valore dell'obliquità dell'eclittica ε deve essere quello calcolato per l'epoca di arrivo t , quindi avremo:

$$\varepsilon(t) = A_0 + A_1 \cdot \sin(\omega \cdot t + \phi)$$

in cui:

$$A_0 = 23^\circ,496932$$

$$A_1 = -0,860$$

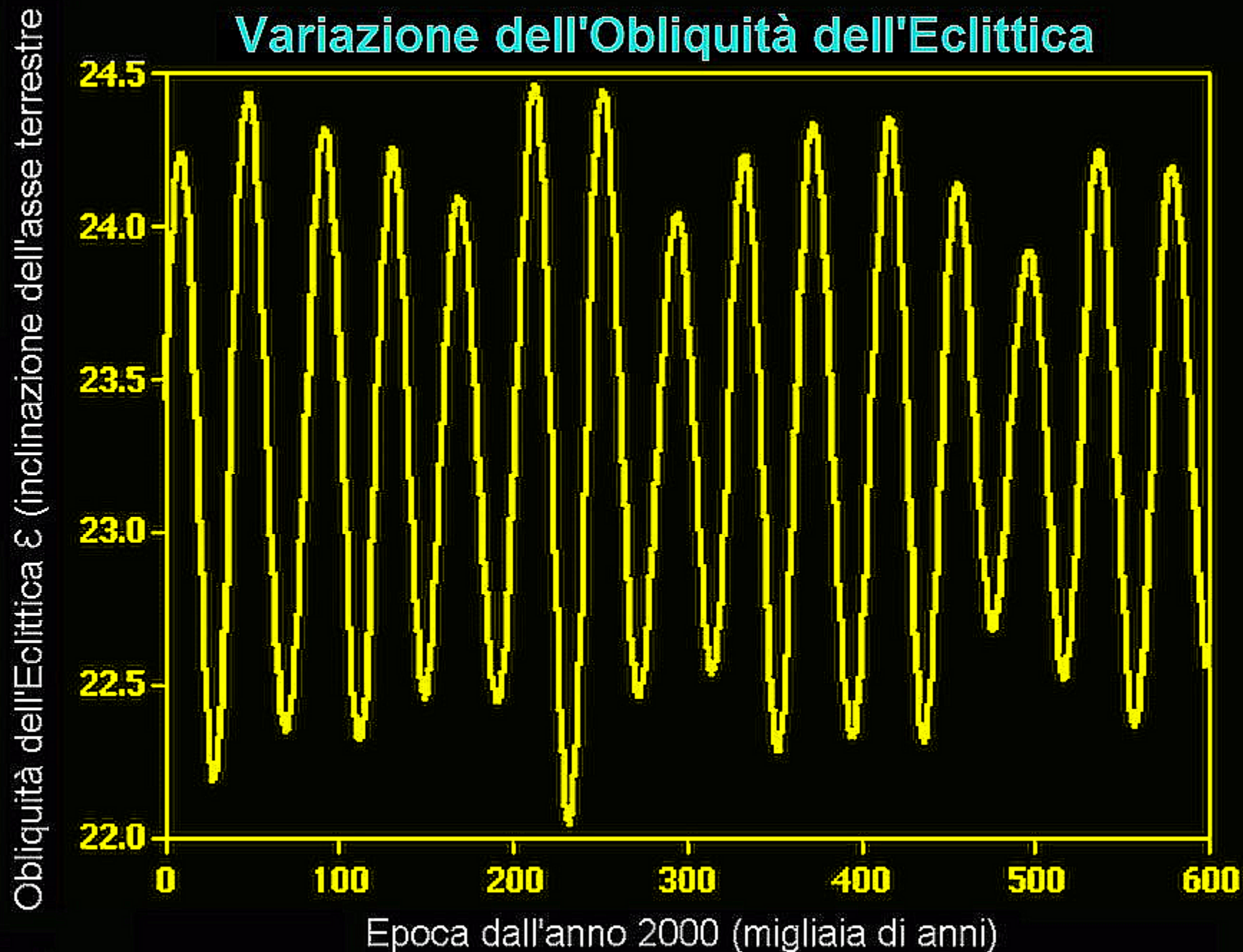
$$\omega = 0,0087777^\circ/\text{anno}$$

$$\phi = 13^\circ,69324$$

Il periodo di variazione dell'obliquità dell'eclittica è:

$$P_\omega = \frac{360^\circ}{\omega} = 41013,07 \text{ anni solari tropici}$$

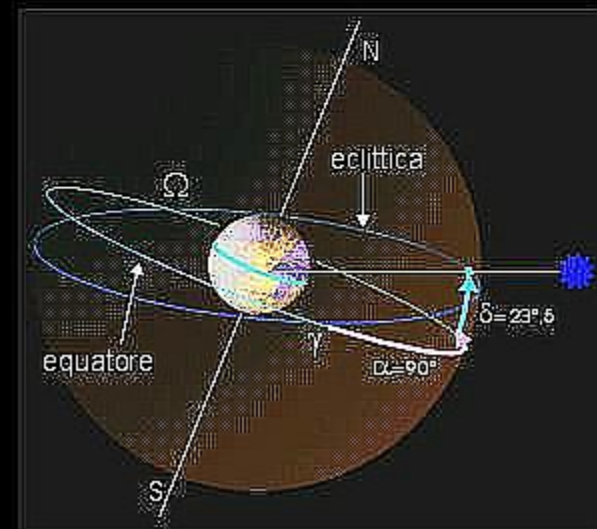
Variazione dell'Obliquità dell'Eclittica



L'inclinazione dell'asse della Terra (Obliquità dell'Eclittica)



Periodo = 41013 anni (con la Luna)
400000 anni (senza Luna)



Polo Nord Celeste

Sfera Celeste

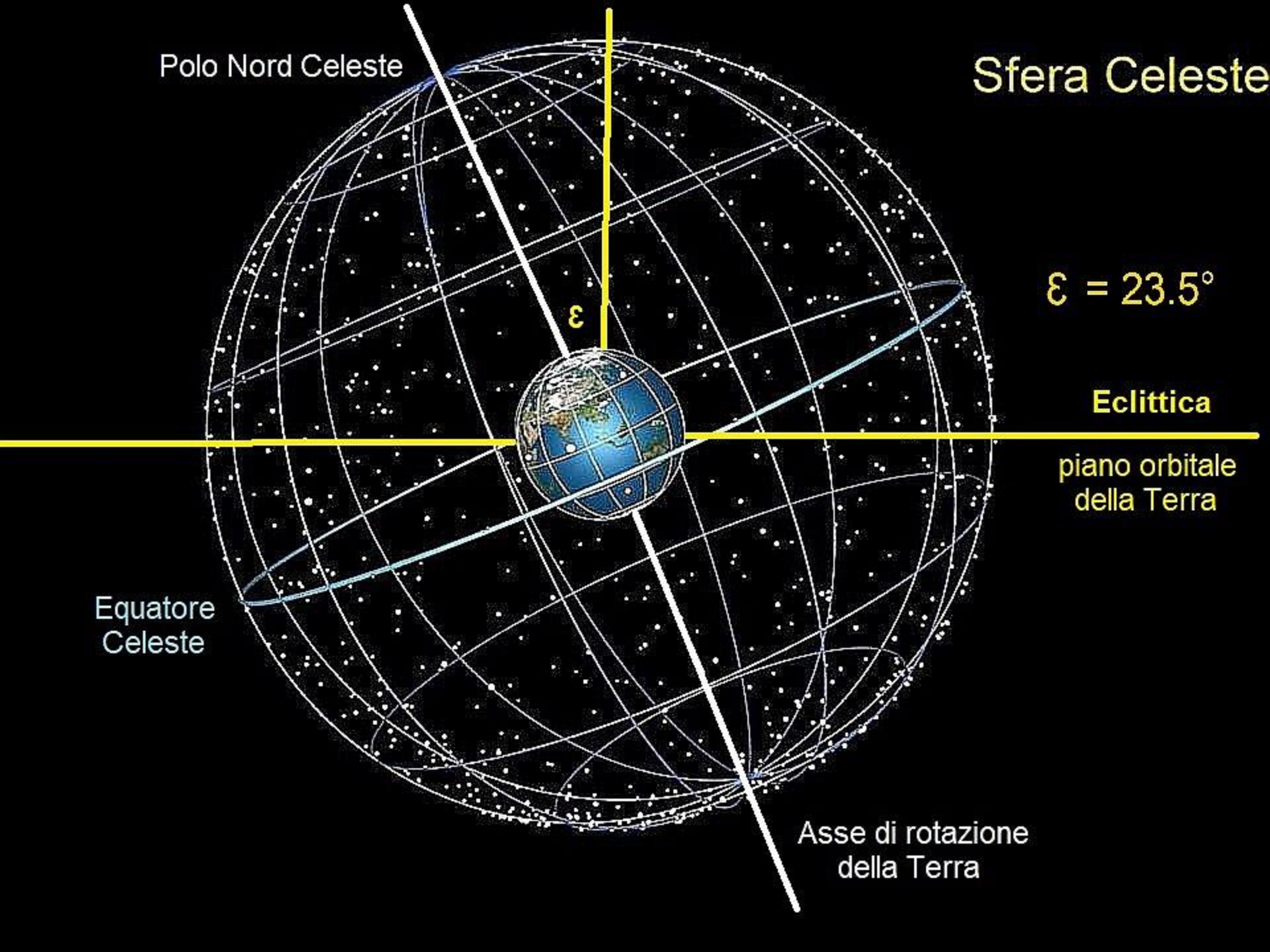
$$\varepsilon = 23.5^\circ$$

Eclittica

piano orbitale
della Terra

Equatore
Celeste

Asse di rotazione
della Terra



Frazione di Sfera Celeste visibile

φ	V%	F%	V%
Latitudini (gradi)	Frazione di cielo visibile tutto l'anno %	Frazione di cielo visibile nel corso del- l'anno %	Frazione di cielo invisibile tutto l'anno %
0 (equatore)	0	100	0
10	1	99	1
20	3	97	3
30	7	93	7
40	12	88	12
50	18	82	18
60	25	75	25
70	33	67	33
80	41	59	41
90	50	50	50

$$F\% = 50 \cdot (1 + \cos(\varphi))$$

$$V\% = 50 \cdot (1 - \cos(\varphi))$$

Sistemi di Coordinate Astronomiche

Sistema Altazimutale

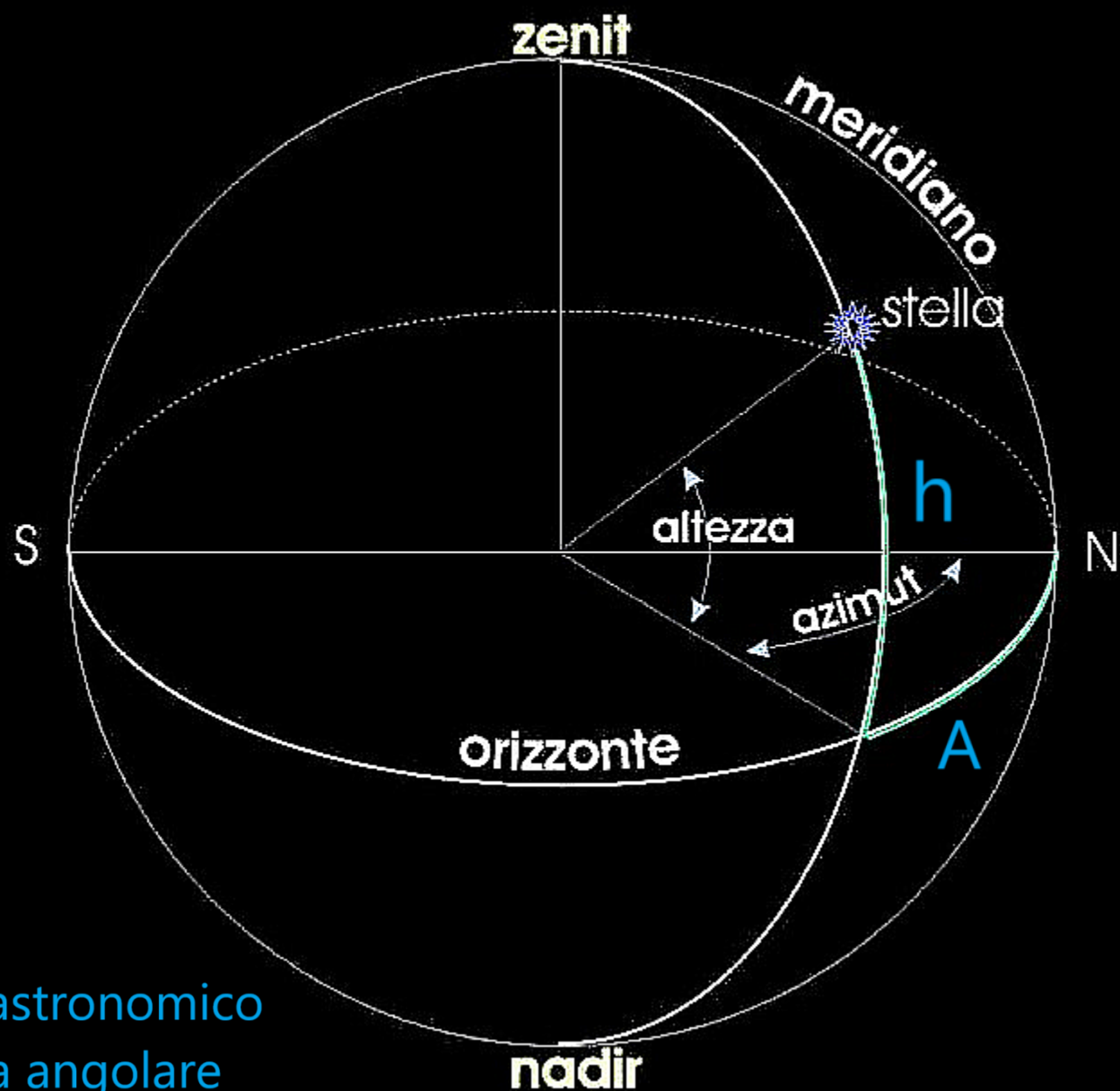
Sistema Orario

Sistema Equatoriale

Sistema Eclittico

Sistema Galattico

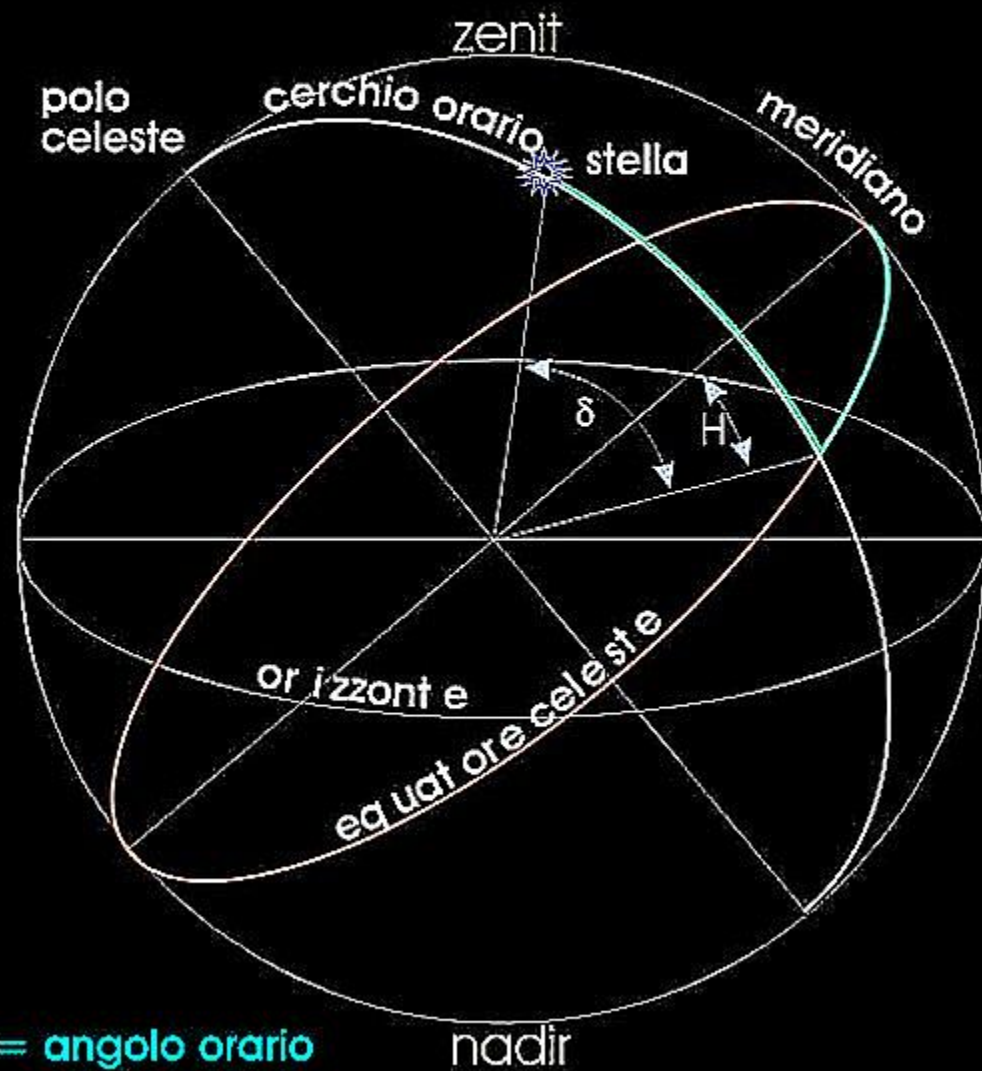
Coordinate Altazimutali



A = Azimut astronomico

h = Altezza angolare

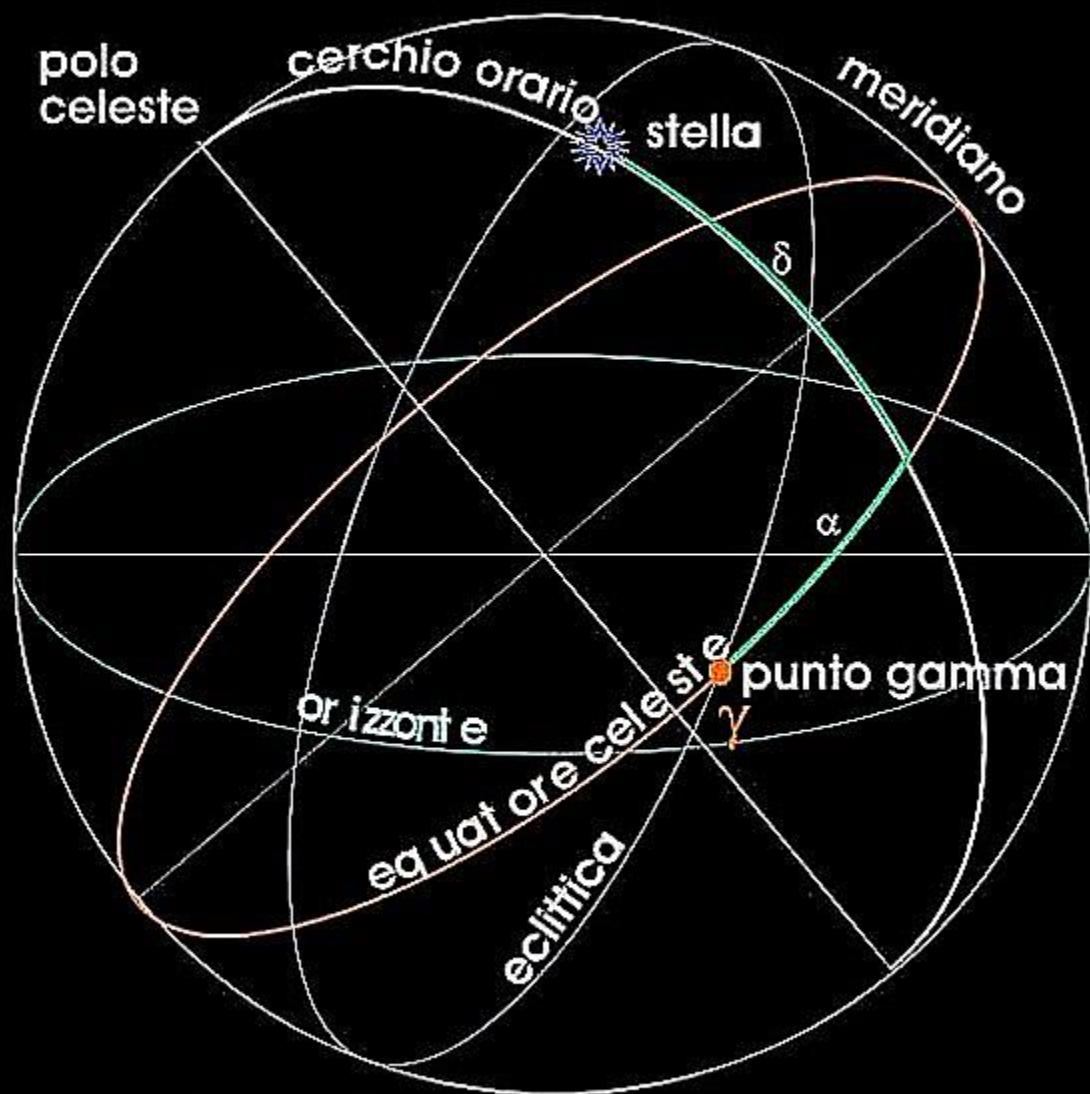
Coordinate Equatorial Orarie



H = angolo orario

δ = declinazione

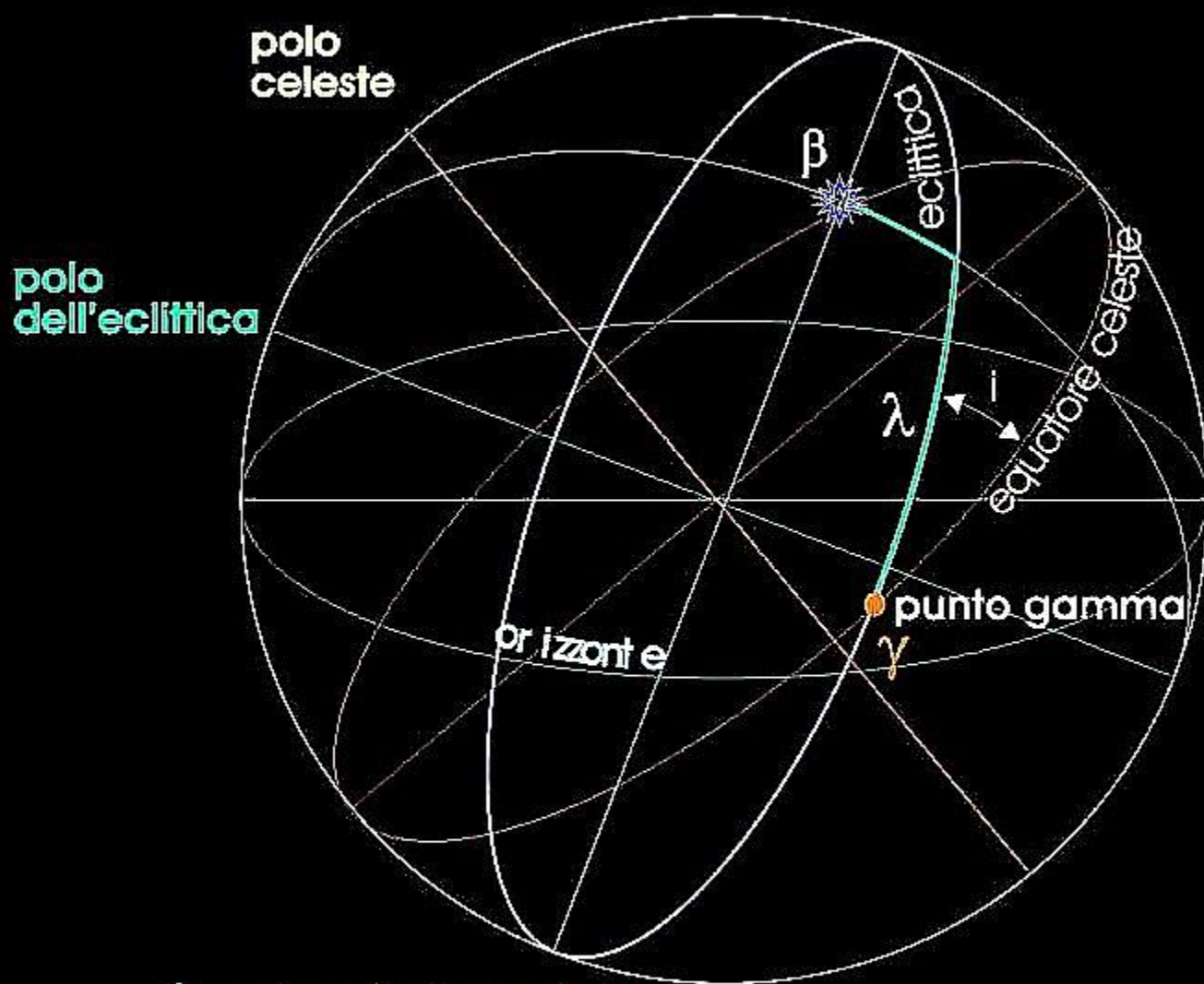
Coordinate Equatoriali



α = ascensione retta

δ = declinazione

Coordinate Eclittiche



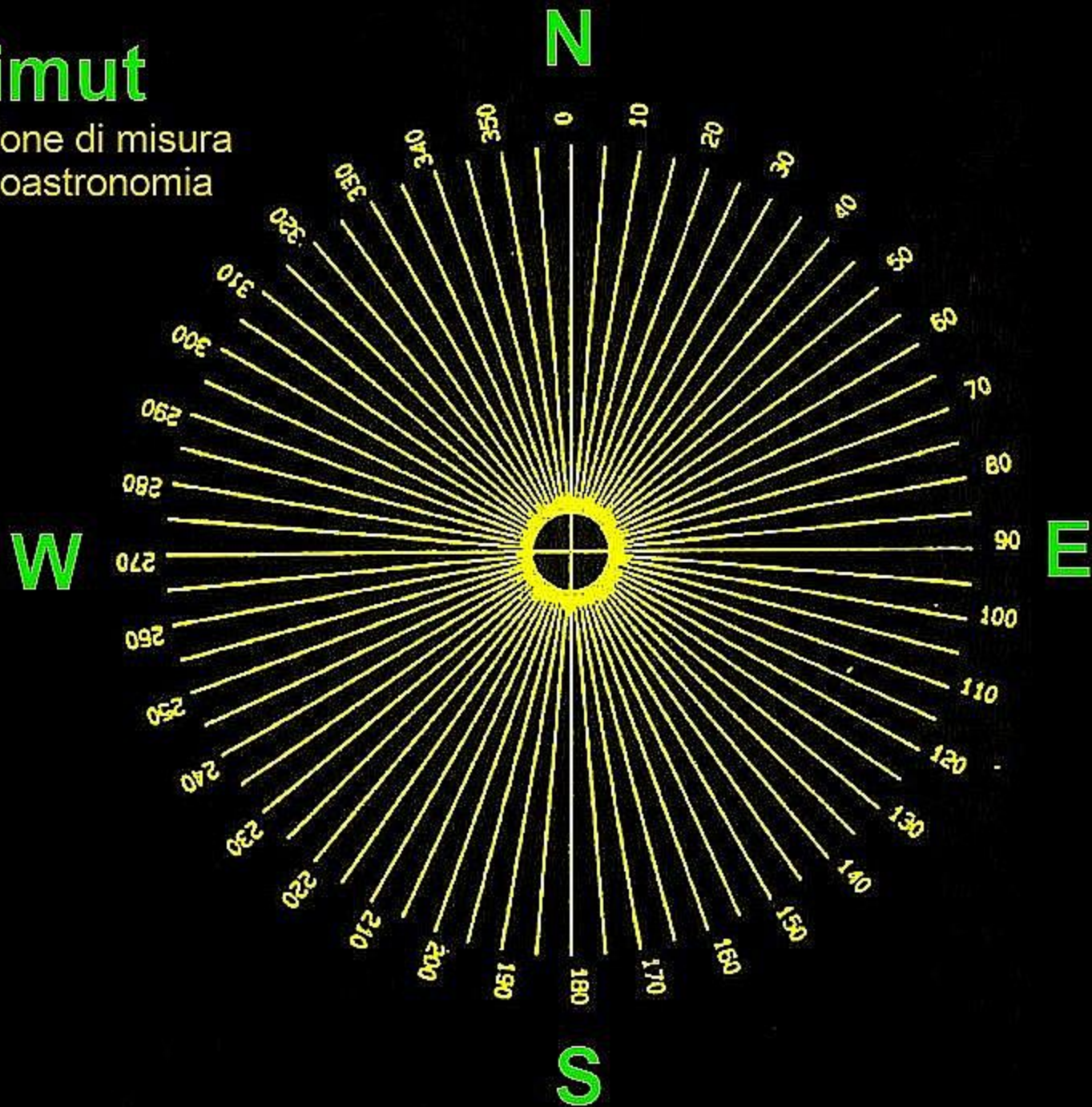
λ = longitude celeste

 β = latitudine

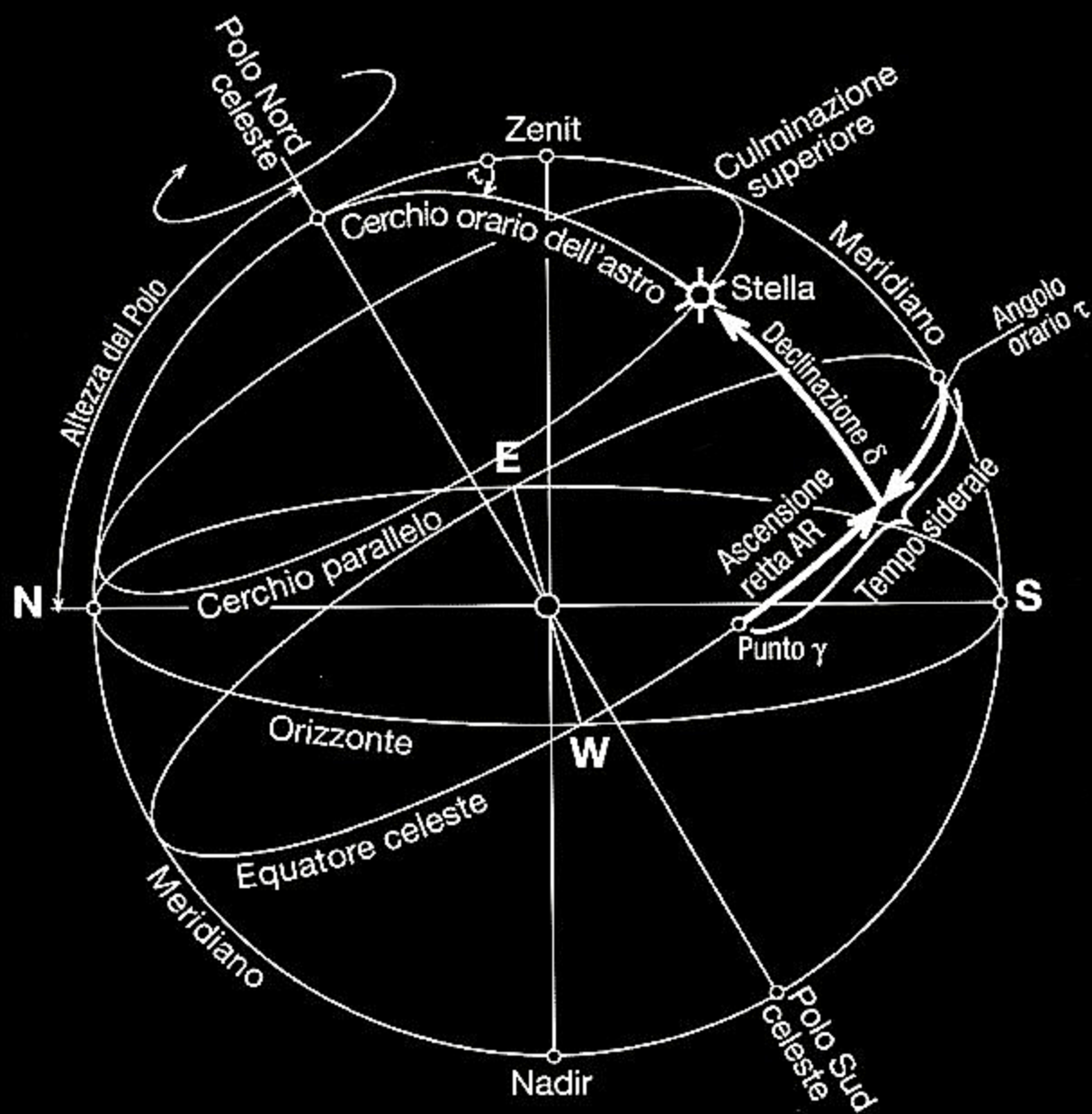
i = Inclinazione eclittica su equatore celeste: $23^{\circ},5$

Azimut

Convenzione di misura
in Archeoastronomia



Coordinate Equatoriali



H = Angolo Orario

$H = (\text{Tempo siderale} - \text{Ascensione Retta})$

$H_{\odot} = 15^{\circ} \cdot (\text{ora} - 12^h)$ Sole

$H_{\star} = 15^{\circ} \cdot (\text{ora} - h_T)$ altri astri

h_T = ora di transito al meridiano della stella

h_T aumenta di circa 4 minuti ogni giorno.

(24h - 23h 56m 04s)

(1 giorno solare medio - 1 giorno siderale)

Sistemi di coordinate astronomiche

Possiamo ora definire i vari sistemi di coordinate:

Coordinate Altazimutali

h = *Altezza*: altezza dell'astro (in gradi) sull'orizzonte dell'osservatore.

A = *Azimut*: distanza angolare, misurata sull'orizzonte in senso orario (verso est), tra il punto cardinale nord e l'intersezione sull'orizzonte del circolo massimo passante per lo zenit e l'astro.

Coordinate equatoriali celesti

δ = *Declinazione*: distanza angolare dell'astro dall'equatore celeste misurata positivamente se si va verso il polo nord celeste.

α , AR = *Ascensione Retta*: distanza angolare misurata sull'equatore celeste in senso antiorario a partire dal punto γ fino all'intersezione sull'equatore celeste del circolo massimo passante per il polo celeste e l'astro (circolo orario).

Le coordinate equatoriali celesti di un astro non variano nel tempo (se si prescinde dagli effetti di precessione, e nutazione, e pertanto si prestano per la costruzione di atlanti celesti).

Coordinate Orarie

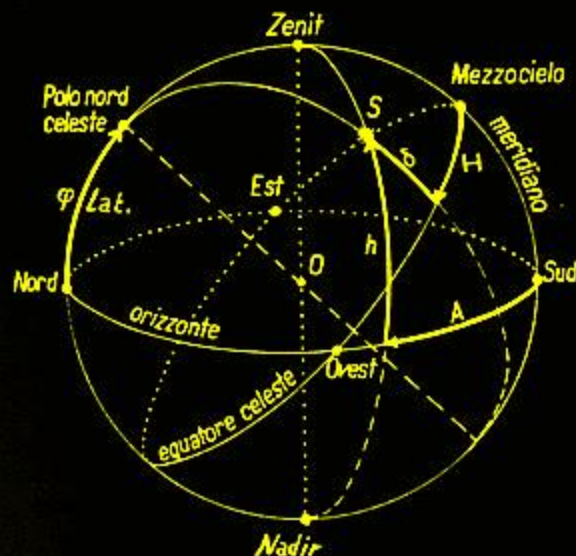
δ = *Declinazione*: definita come sopra.

H = *Angolo Orario*: distanza angolare, misurata sull'equatore celeste in senso orario, dal mezzogiorno M (punto di intersezione tra il meridiano del luogo e l'equatore celeste) all'intersezione tra equatore celeste e circolo massimo passante per il polo celeste e l'astro.

L'angolo orario di un astro varia nel tempo a causa del moto di rotazione della Terra. Esso è legato all'ascensione retta della formula:

$$H = TS - \alpha$$

dove TS è il tempo siderale locale per l'istante considerato



Rappresentazione sulla sfera celeste delle coordinate altazimutali (h , A) ed orarie (δ , H).



Rappresentazione sulla sfera celeste delle coordinate equatoriali celesti (δ , AR) ed eclittiche (β , λ).

TRASFORMAZIONI DI COORDINATE

Il sistema di coordinate orarie e quello altazimutale sono legati dalle seguenti relazioni:

$$\begin{aligned}\cos h \cos A &= \cos \delta \cos H \sin \varphi - \sin \delta \cos \varphi \\ \cos h \sin A &= \cos \delta \sin H \\ \sin h &= \cos \delta \cos H \cos \varphi + \sin \delta \sin \varphi\end{aligned}$$

e inversamente:

$$\begin{aligned}\cos \delta \cos H &= \cos h \cos A \sin \varphi + \sin h \cos \varphi \\ \cos \delta \sin H &= \cos h \sin A \\ \sin \delta &= \sin h \sin \varphi - \cos h \cos A \cos \varphi\end{aligned}$$

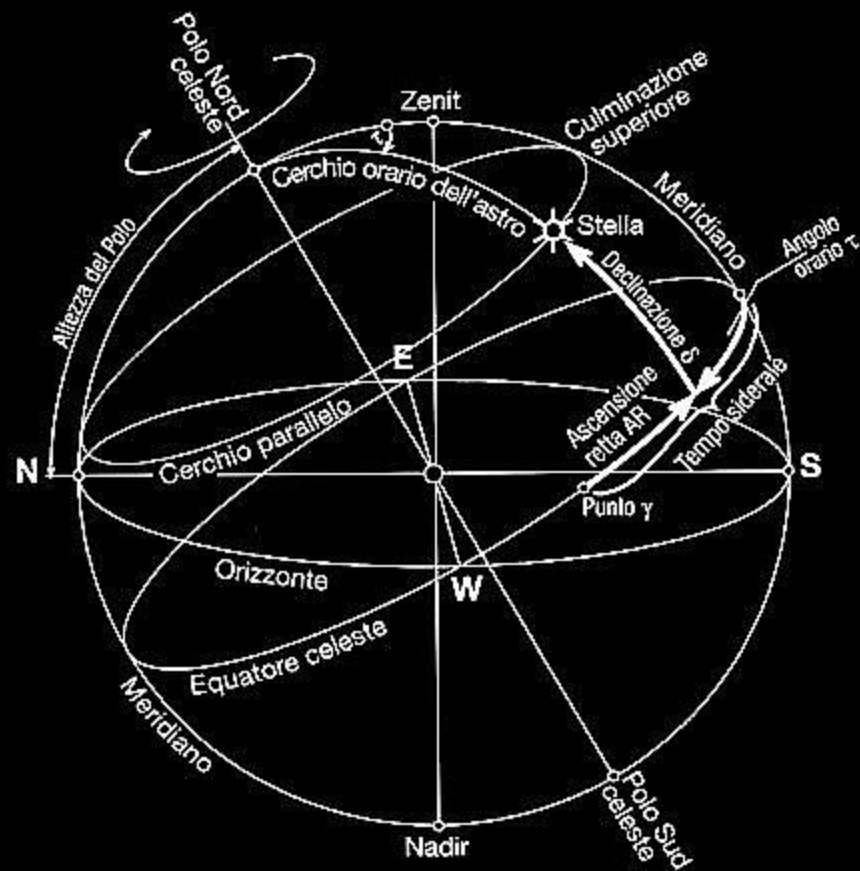
indicando con φ la latitudine geografica dell'osservatore.

Relazione tra il Sistema di Coordinate Altazimutali e il Sistema di Coordinate Equatoriali

Il primo è il sistema Altazimutale le cui coordinate sono l'Azimut astronomico Az , misurato partendo dalla direzione del Nord astronomico e ruotando positivamente in senso orario verso il punto cardinale Est e l'Altezza angolare h rispetto al cerchio dell'orizzonte astronomico locale, il quale corrisponde esattamente alle condizioni di osservazione di un individuo posto ad una latitudine pari a φ che osserva un determinato astro. Il secondo sistema è quello Equatoriale le cui coordinate sono l'Ascensione Retta AR contata positivamente dal punto γ (il punto dove si trova il Sole all'Equinozio di primavera) e la declinazione δ contata tra -90° e $+90^\circ$ lungo il meridiano astronomico partendo dal cerchio dell'equatore celeste, proiezione dell'equatore terrestre sulla Sfera Celeste. Le formule di passaggio tra i due sistemi sono quelle di Eulero e sono le seguenti:

$$\begin{aligned} \sin(h) &= \sin(\delta) \sin(\varphi) + \cos(\delta) \cos(\varphi) \cos(H) \\ \cos(Az) &= [\sin(\delta) - \sin(\varphi) \sin(h)] / [\cos(\varphi) \cos(h)] \end{aligned}$$

in cui H è l'angolo orario dell'astro.



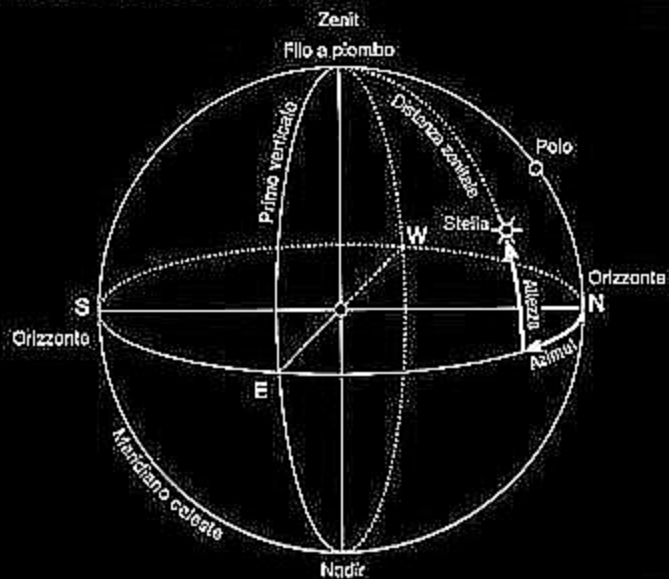
Coordinate Equatoriali celesti



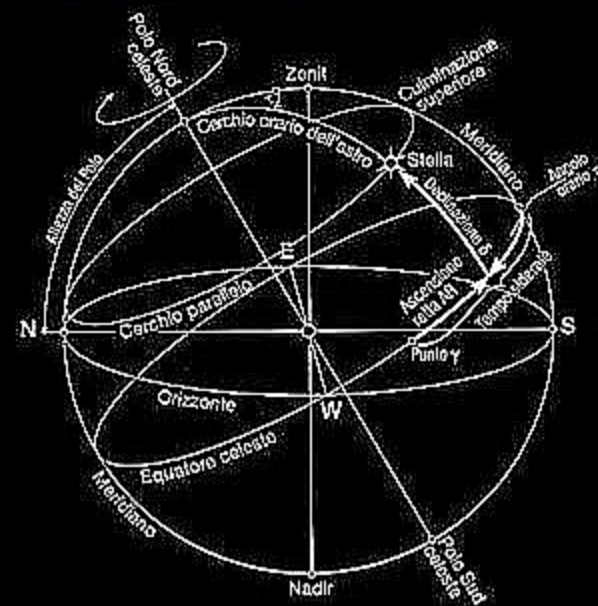
Coordinate Geografiche terrestri

Inclinazione dell'asse della
Terra: $\varepsilon = 23^\circ,5$

Coordinate Altazimutali



Coordinate Equatoriali



Misure

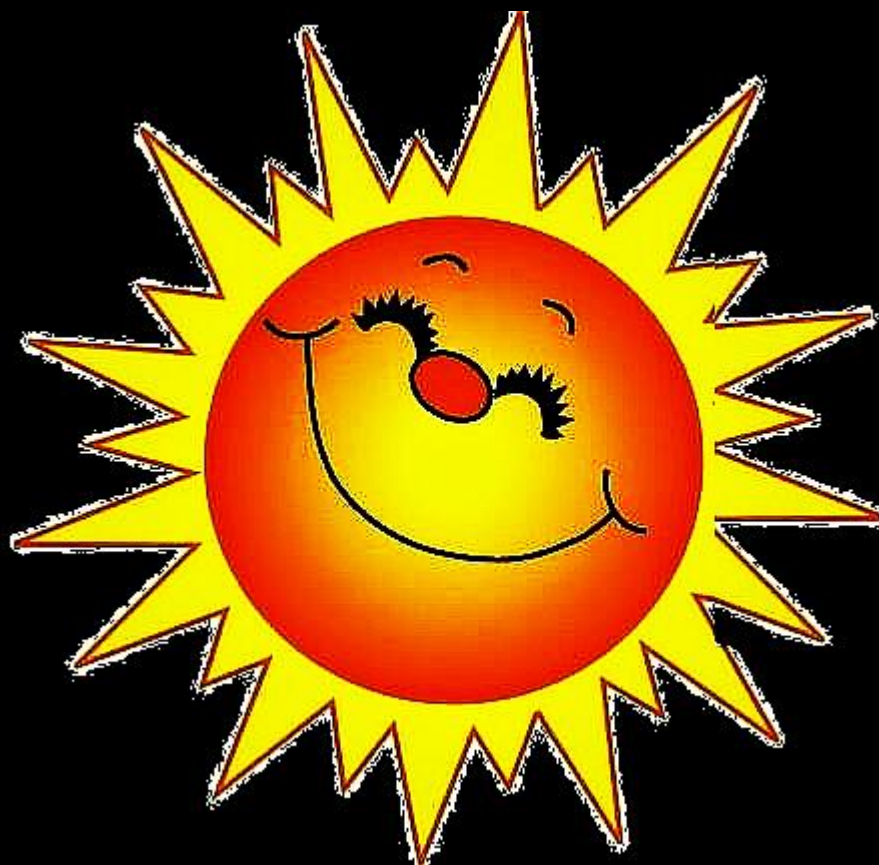


Calcoli



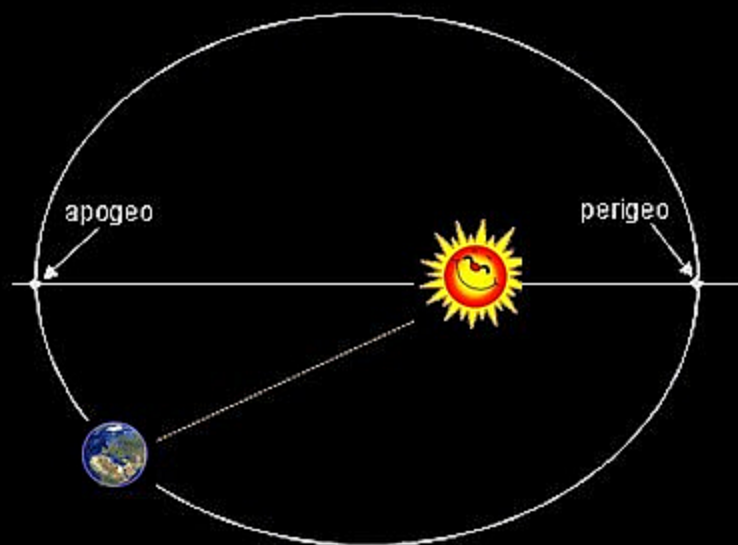
Risultati

Il Sole



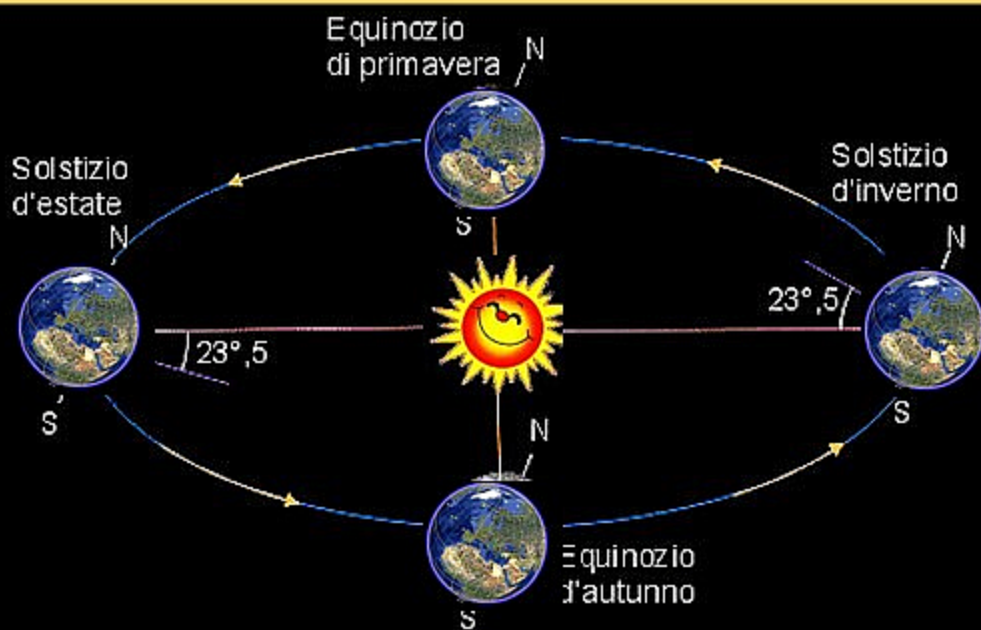
Ciclo stagionale

Orbita della Terra intorno al Sole

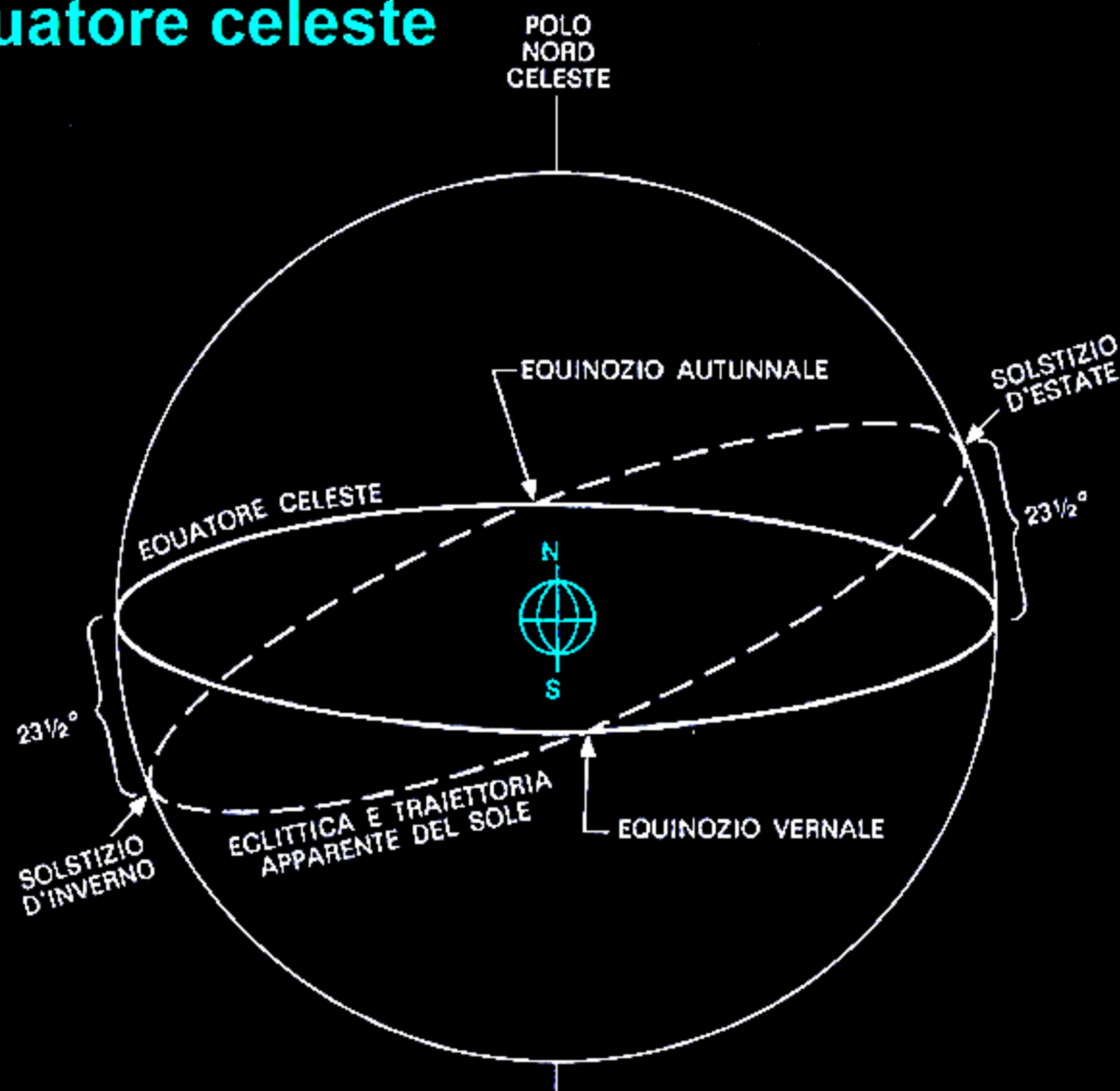


Solstizi ed Equinozi.

Stagioni
convenzionali

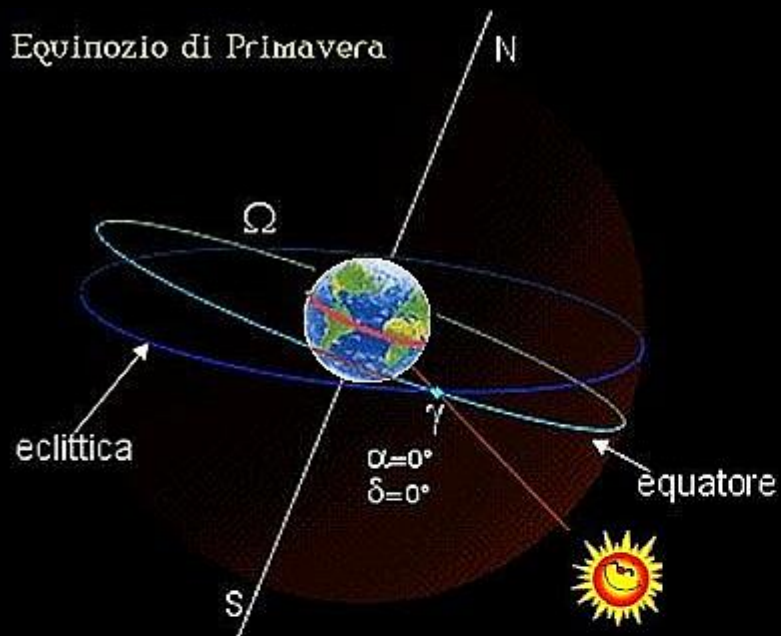


Eclittica ed Equatore celeste



La Terra ha un'inclinazione di 23,5 gradi rispetto al piano della sua orbita attorno al Sole. Quest'orbita può essere designata anche come il piano dell'eclittica, e due volte all'anno essa interseca l'equatore celeste, in corrispondenza degli equinozi vernale e autunnale.

Equinozio di Primavera



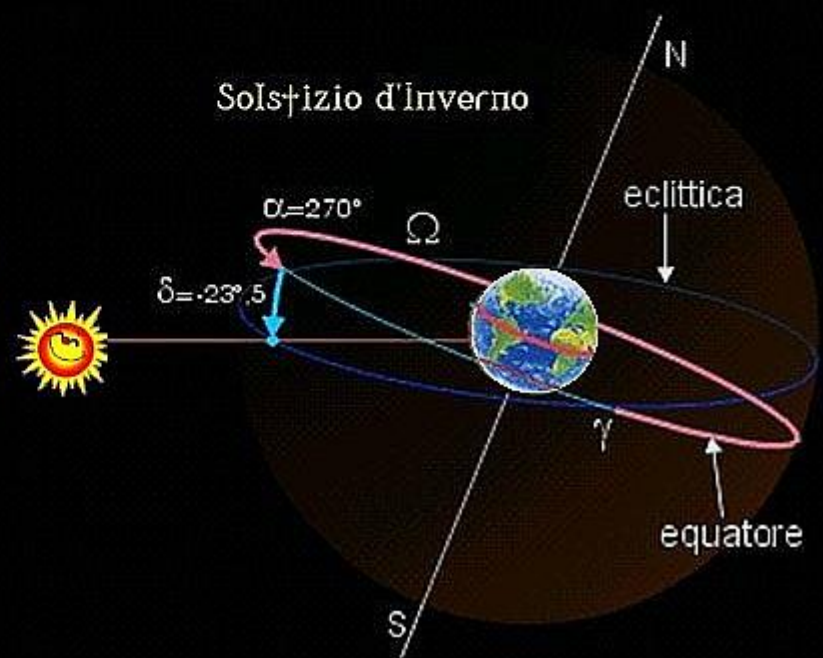
Solstizio d'Estate

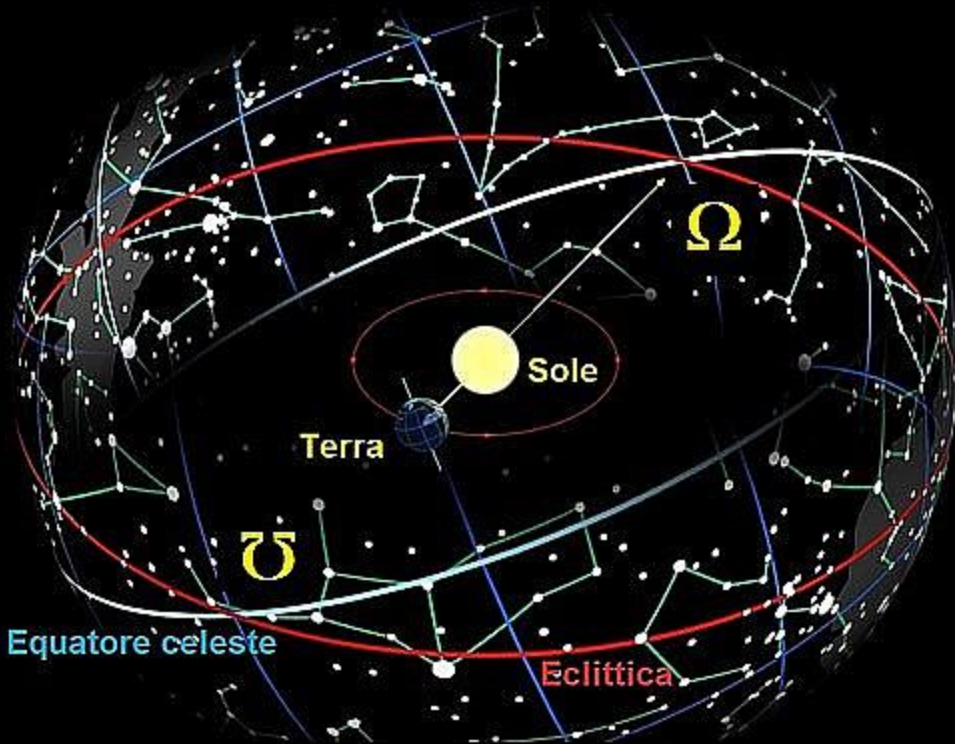


Equinozio d'Autunno



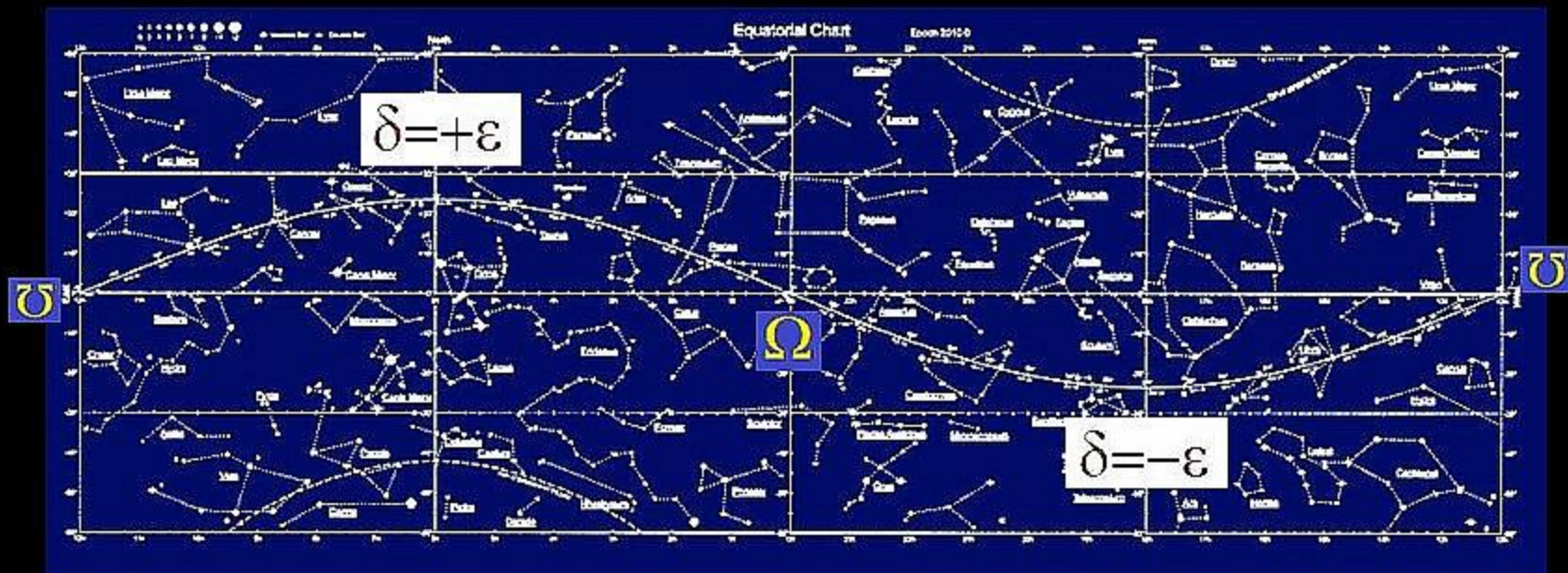
Solstizio d'Inverno



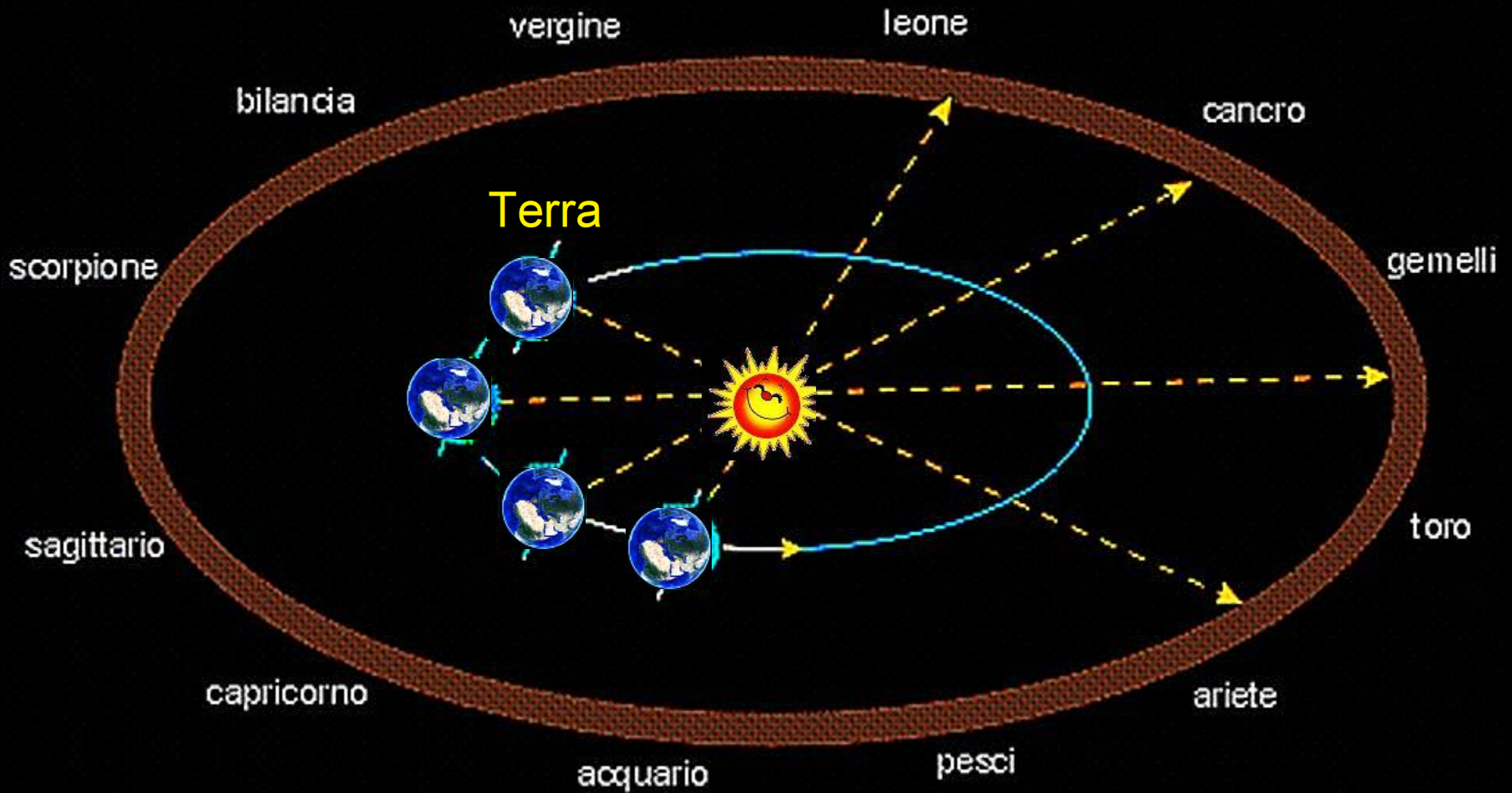


**Traiettoria apparente del Sole
sulla Sfera Celeste
durante il corso dell'anno**

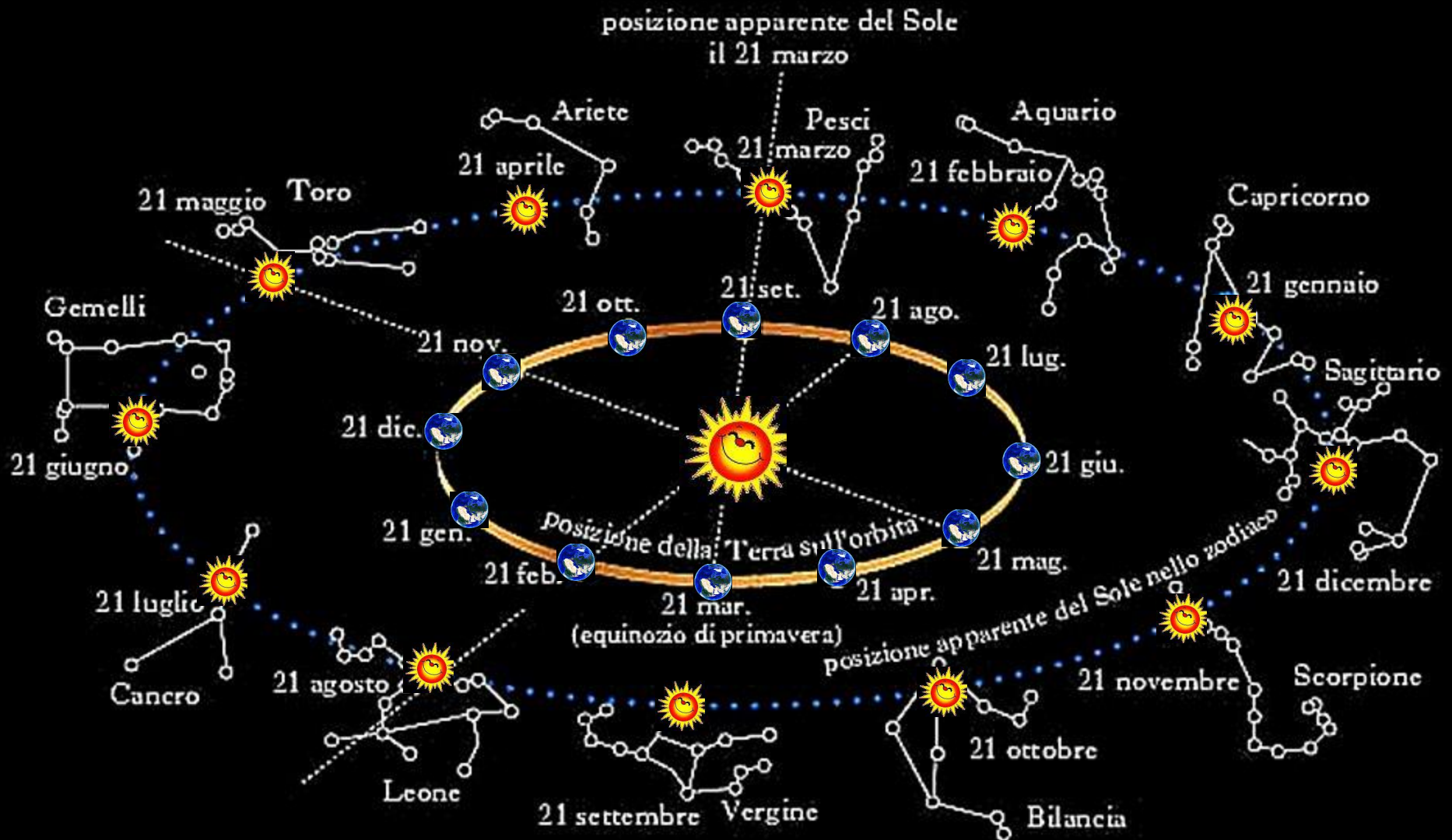
$$\varepsilon = 23.5^\circ$$



Moto apparente annuale del Sole

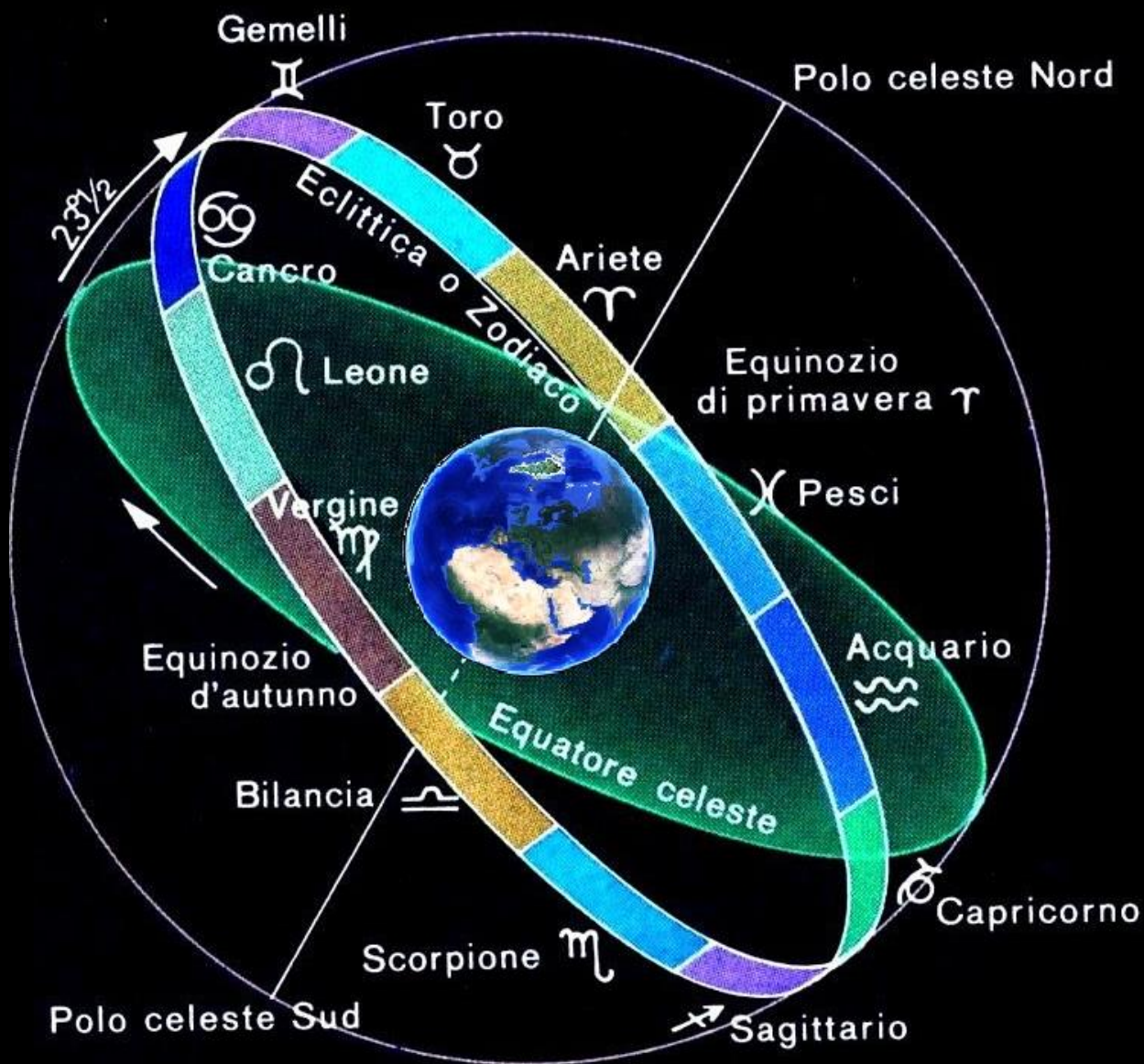


Proiezione del Sole tra le costellazioni zodiacali

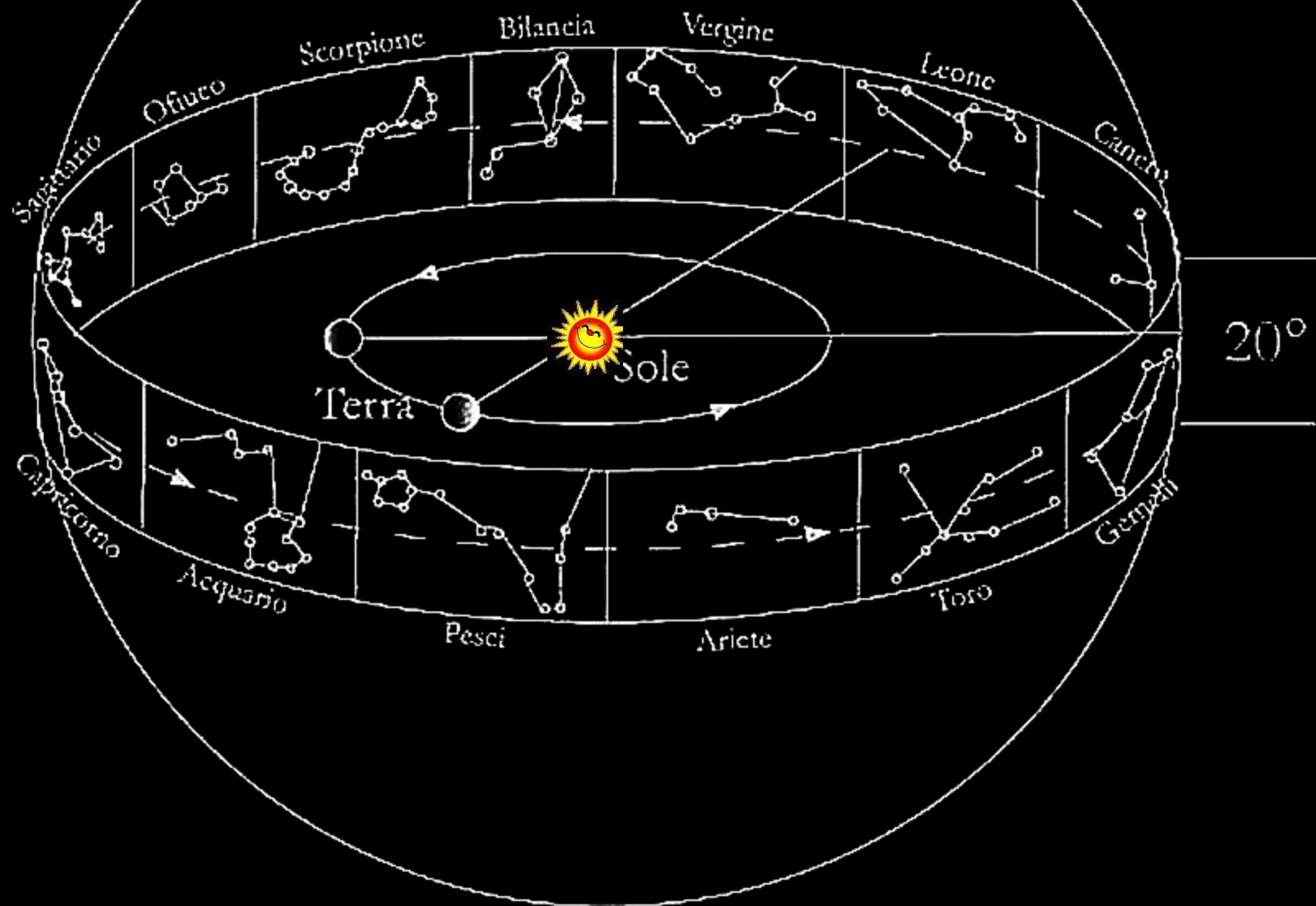


Segni Zodiacali

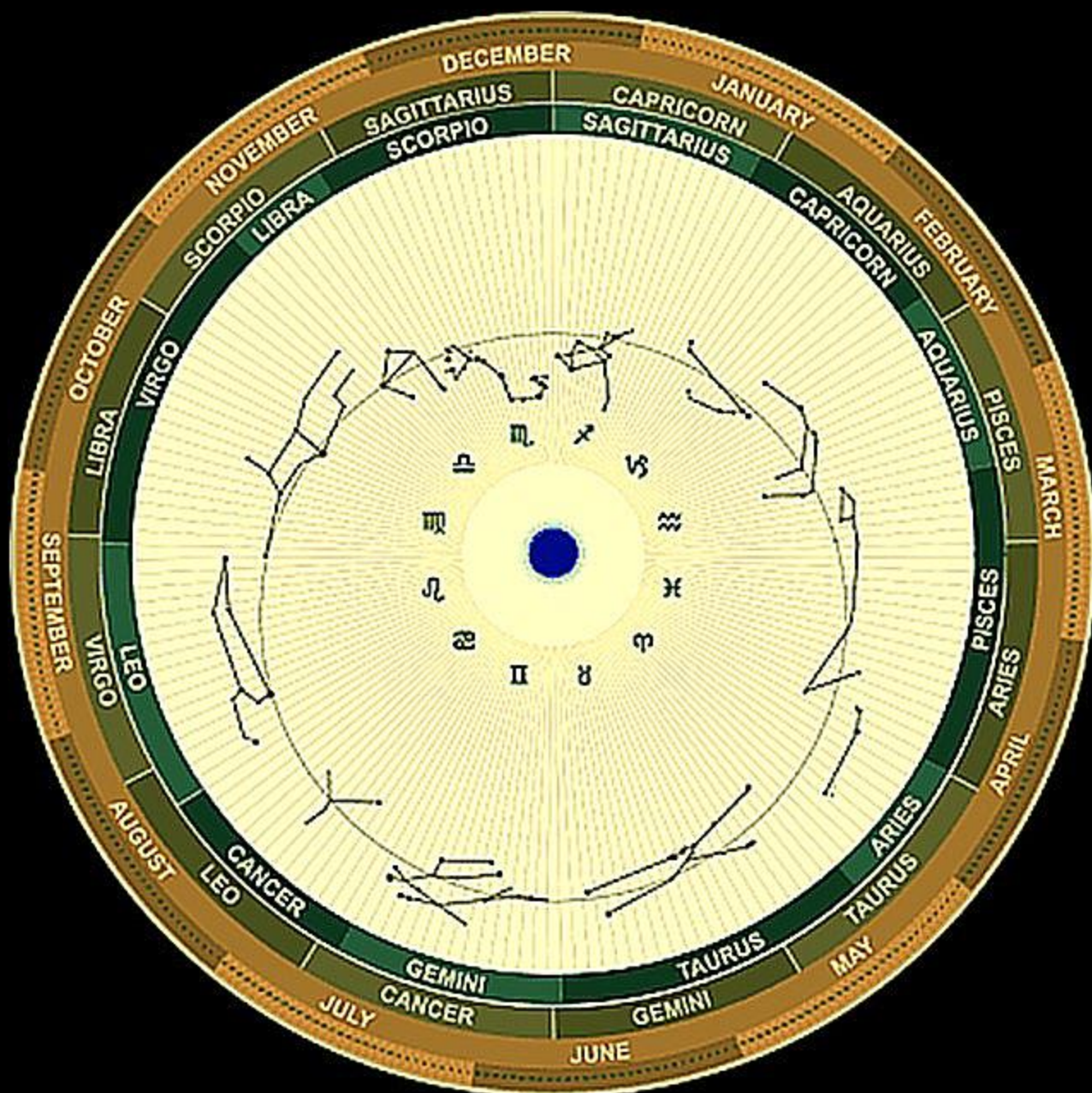
ampiezza:
Longitudine Ecl. : 30°
Latitudine Ecl. : 20°

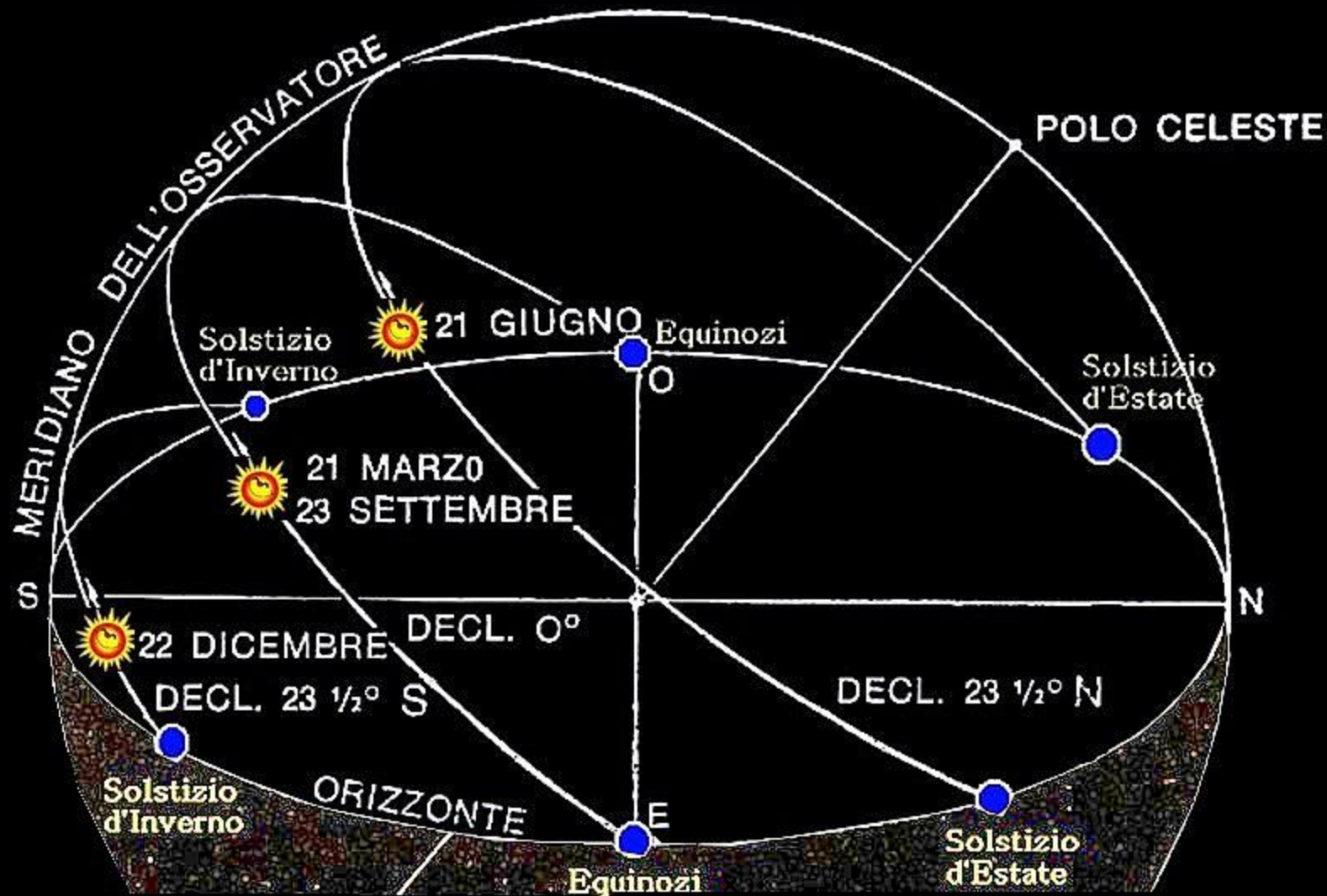


Sfera Celeste



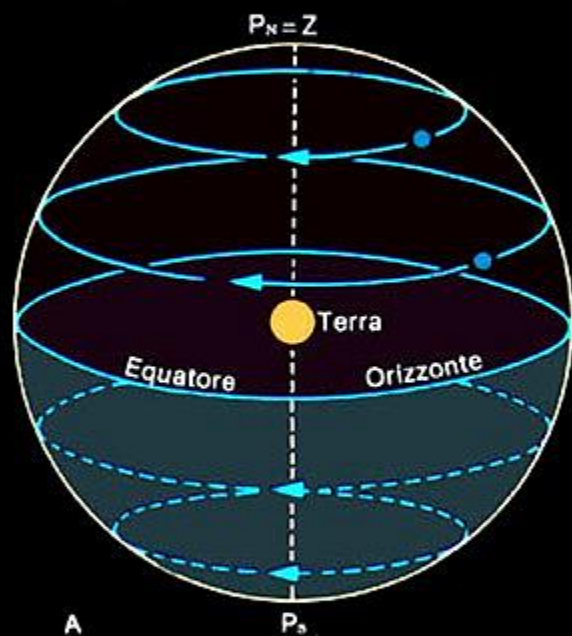
Segni zodiacali astronomici e astrologici



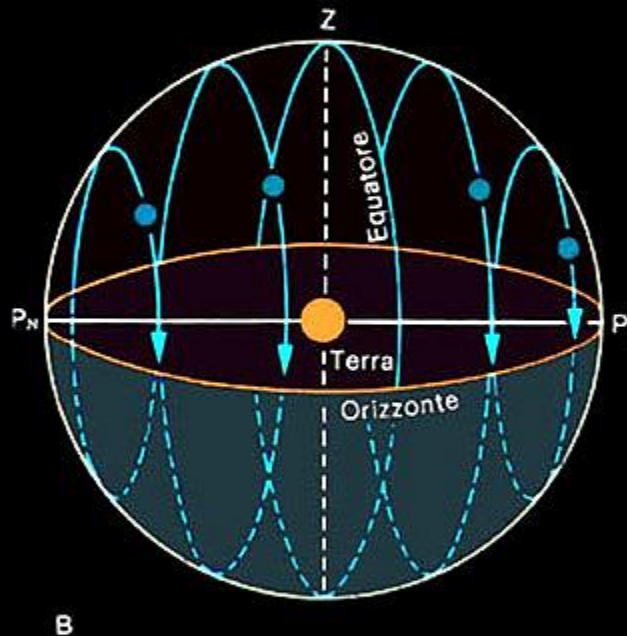


Traiettorie apparenti del Sole a 45° di latitudine geografica nord

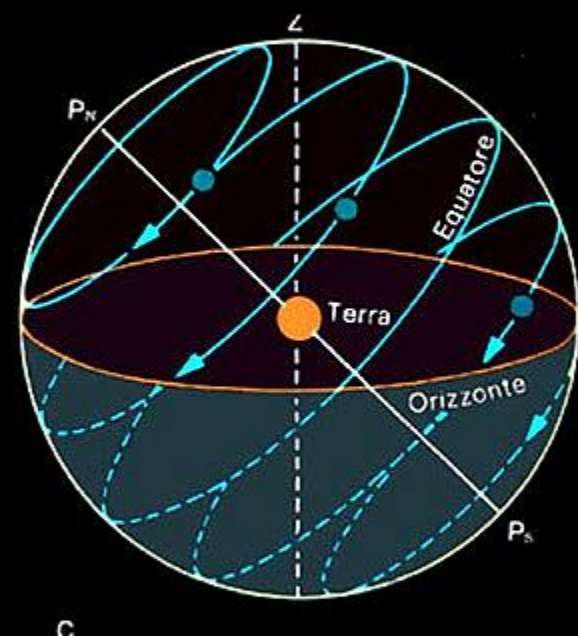
La sfera celeste da varie latitudini



Polo Nord



Equatore



Latitudine 45°

inclinazione delle traiettorie
rispetto all'orizzonte:

$$i = 90^\circ - \varphi$$

Effemeridi

COORDINATE DEL SOLE

Le formule seguenti forniscono le coordinate del Sole vero (oggetto fisico) visto dal centro della Terra (rimuovendo quindi gli effetti della rifrazione, aberrazione diurna e parallasse diurna) e l'equazione del tempo ET a una specificata epoca t . Per t compresa nell'intervallo di tempo dal 1950 al 2050 la precisione dei valori delle coordinate è di $0^{\circ},01$ e quella di ET di $0^m,1$.

Posto $T = [JD(t) - JD(t_0)]/36525$, con $t_0 = J2000,0$ e $JD(t_0) = 2.451.545,0$, siano

$$a = 280^{\circ},460 + 36.000^{\circ},77 T$$

$$b = 357^{\circ},528 + 35.999^{\circ},05 T$$

dalle quali siano rimossi gli eventuali multipli di 360° così da ridurre i loro valori all'intervallo $0^{\circ} \div 360^{\circ}$. Risulta allora :

$$\lambda_{\odot} = a + 1^{\circ},915 \sin(b) + 0^{\circ},020 \sin(2b)$$

da cui si ottiene

$$\alpha_{\odot} = \arctg(\cos(\varepsilon) \operatorname{tg}(\lambda_{\odot}))$$

$$\delta_{\odot} = \arcsen(\sin(\varepsilon) \sin(\lambda_{\odot}))$$

con $\alpha_{\odot}$ nello stesso quadrante di $\lambda_{\odot}$ e dove l'obliquità ε dell'eclittica si può valutare con la formula approssimata $\varepsilon = 23^{\circ},4393 - 0^{\circ},0130 T$.

o meglio con:

$$\varepsilon(t) = A_0 + A_1 \cdot \sin(\omega \cdot t + \phi)$$

in cui:

$$A_0 = 23^{\circ},496932$$

$$A_1 = -0,860$$

$$\omega = 0,0087777^{\circ}/\text{anno}$$

$$\phi = 13^{\circ},69324$$

Il periodo di variazione dell'obliquità dell'eclittica è:

$$P_{\omega} = \frac{360^{\circ}}{\omega} = 41013,07 \text{ anni solari tropici}$$

Azimut Astronomico del Sole

$$H_{\odot} = 15^{\circ} \cdot (\text{GMT} - 12^{\text{h}}) - \lambda - 15^{\circ} \cdot \text{EOT}$$

$$h_{\odot} = \arcsin(\sin(\varphi) \cdot \sin(\delta_{\odot}) + \cos(\varphi) \cdot \cos(\delta_{\odot}) \cdot \cos(H_{\odot}))$$

$$Az_{\odot} = \arccos\left[\frac{\sin(\delta_{\odot}) - \sin(\varphi) \cdot \sin(h_{\odot})}{\cos(\varphi) \cdot \cos(h_{\odot})}\right]$$

dove:

$H_{\odot}$ = Angolo orario del Sole

GMT = Ora riferita al meridiano di Greenwich

φ = Latitudine geografica del sito

λ = Longitudine geografica del sito

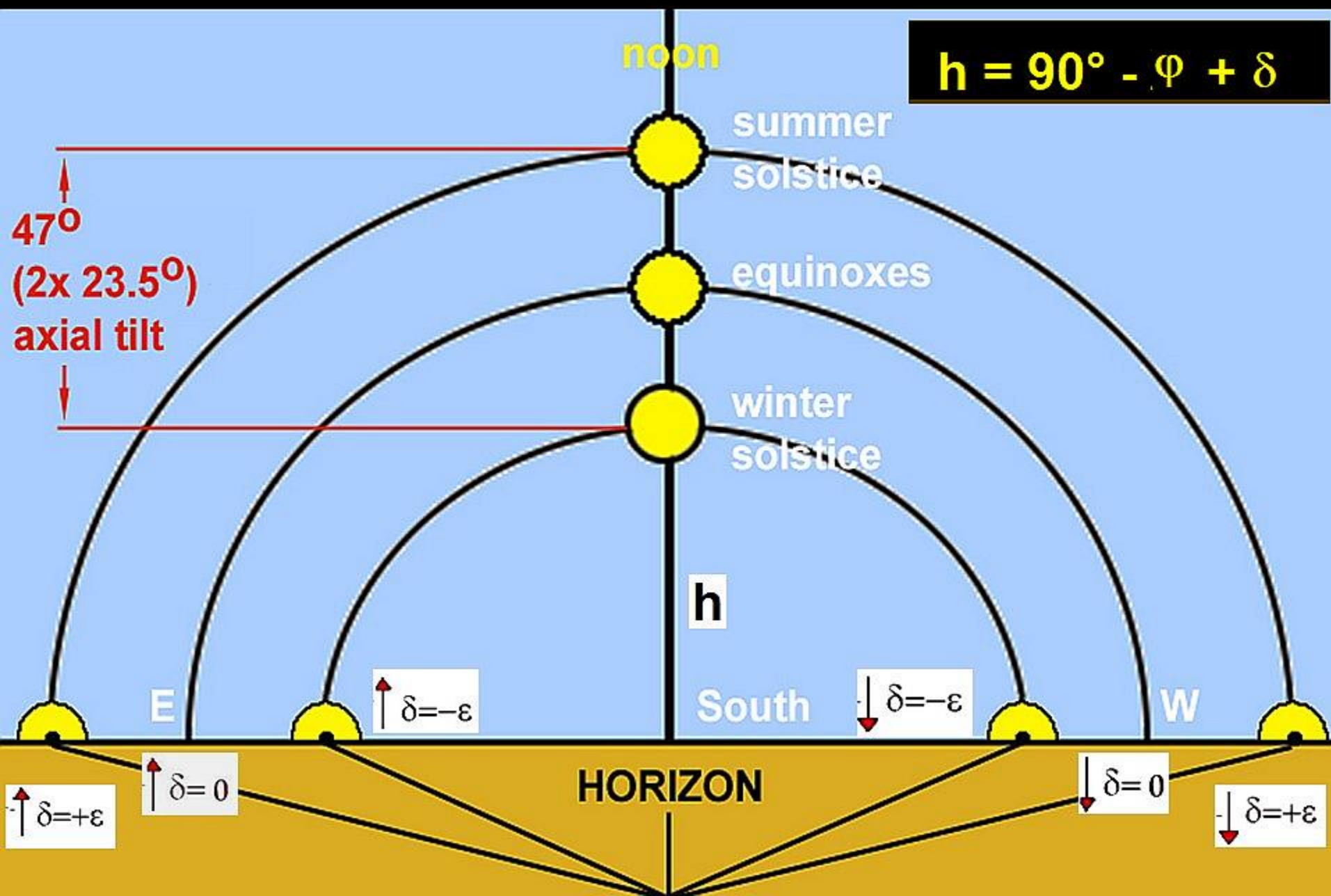
EOT = Equazione del Tempo (in ore)

$\delta_{\odot}$ = Declinazione del Sole

$h_{\odot}$ = Altezza del Sole

$Az_{\odot}$ = Azimut del Sole

Culminazione Solare



Azimut Astronomico di sorgere del Sole:

$$Az = \arccos \left[\frac{\sin(\delta_o) - \sin(\varphi) \cdot \sin(hr)}{\cos(\varphi) \cdot \cos(hr)} \right]$$

Azimut Astronomico di tramontare del Sole:

$$Az = \arccos \left[\frac{\sin(\delta_o) - \sin(\varphi) \cdot \sin(hs)}{\cos(\varphi) \cdot \cos(hs)} \right]$$

dove:

φ = Latitudine geografica

δ_o = Declinazione del Sole

hr = Altezza angolare apparente dell'orizzonte naturale locale
nella direzione di levata del Sole

hs = Altezza angolare apparente dell'orizzonte naturale locale
nella direzione del tramonto del Sole

Declinazione del Sole durante l'anno

Approssimazione accurata della declinazione geocentrica del Sole durante l'anno

Il valore della declinazione del Sole $\delta_{\odot}$ lungo l'anno può essere approssimata con elevata accuratezza dalla seguente serie di Fourier:

$$\delta_{\odot} = \frac{180^{\circ}}{\pi} \left[0.006981 - 0.399912 \cdot \cos(m) + 0.070257 \cdot \sin(m) - 0.006758 \cdot \cos(2m) + 0.000907 \cdot \sin(2m) - 0.002697 \cdot \cos(3m) + 0.001480 \cdot \sin(3m) \right]$$

in cui:

$$m = \frac{2\pi}{365} (n - 1)$$

dove n è il numero progressivo del giorno dell'anno contato dal 1 Gennaio.

Calcolo in radianti

Declinazione del Sole durante l'anno

Se il calcolo viene eseguito in gradi si ha:

$$\delta_{\odot} = 0^{\circ}.4 - 22^{\circ}.913 \cdot \cos(m) + 4^{\circ}.025 \cdot \sin(m) - 0^{\circ}.387 \cdot \cos(2 \cdot m) + \\ + 0^{\circ}.052 \cdot \sin(2 \cdot m) - 0^{\circ}.155 \cdot \cos(3 \cdot m) + 0^{\circ}.085 \cdot \sin(3 \cdot m)$$

in cui:

$$m = \frac{360^{\circ}}{365} (n - 1)$$

il numero n può essere definito come:

$$n = 30 \cdot m + d - 30$$

dove m è il mese contato da Gennaio ($m=1$) e d è il giorno del mese.
che equivale a:

$$n = 30 \cdot (m-1) + d$$

Numero n del giorno durante l'anno (accurato)

Sia data una data nel corso dell'anno espressa nel formato mese (m) e giorno (d) e sia richiesto il corrispondente giorno n lungo l'anno in maniera accurata. Allora si ha:

Anno normale di 365 giorni:

$$n = \text{int}(275 / 9 \cdot m) - 2 \cdot \text{int}((m + 9) / 12) + d - 30$$

Anno bisestile di 366 giorni:

$$n = \text{int}(275 / 9 \cdot m) - \text{int}((m + 9) / 12) + d - 30$$

La convenzione del conteggio è:

$n = 1$ corrisponde al 1 Gennaio

.....

$n = 365$ (o 366 nel caso dell'anno bisestile) corrisponde al 31 Dicembre.

Declinazione del Sole durante l'anno

Avviene allora che la declinazione del Sole può essere calcolata con:

$$\delta_{\odot}(t) = \varepsilon \cdot \sin\left[\frac{360^{\circ}}{365} \cdot (t - t_0)\right] + \dots$$

oppure con:

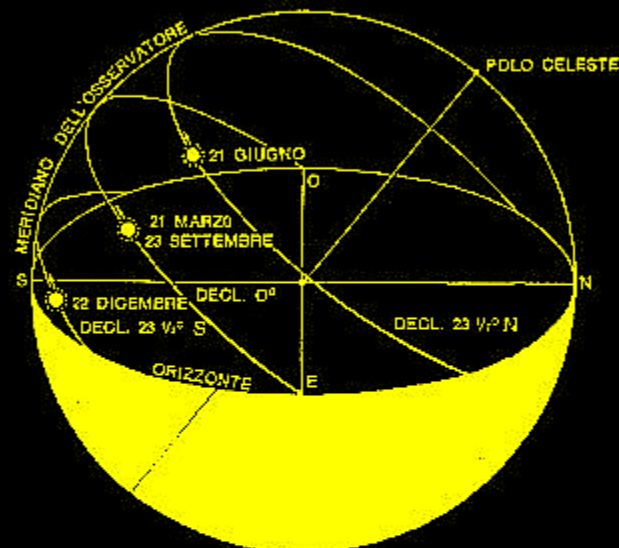
$$\delta_{\odot}(t) = \varepsilon \cdot \sin\left[30 \cdot m + d - t_0\right] + \dots$$

(con la funzione $\sin()$ calcolata in gradi)

dove: m = numero d'ordine del mese contato da Gennaio (Gen=1, Feb=2, ..., Dic=12)

d = numero del giorno entro il mese

ε = obliquità dell'eclittica (attualmente $\varepsilon = 23^{\circ}.45'$)



Di fatto il termine:

$$\alpha_{\odot} = (30 \cdot m + d - t_0)$$

è l'ascensione retta approssimata $\alpha_{\odot}$ del Sole espressa in gradi.

Valori di ε e t_0 nei secoli

Anno	ε	t_0 (gradi)	Equinozio di Primavera
2000 d.C.	23°.439	111°	21 Marzo
1583 d.C.	23°.494	111°	21 Marzo
(riforma gregoriana)			
1582 d.C.	23°.494	101°	11 Marzo
1000 d.C.	23°.571	105°	15 Marzo
1 d.C.	23°.700	113°	23 Marzo
1000 a.C.	23°.821	120°	30 Marzo
2000 a.C.	23°.943	128°	7 Aprile
3000 a.C.	24°.052	136°	15 Aprile
4000 a.C.	24°.144	142°	22 Aprile

$$\varepsilon_{\odot}(t) = \varepsilon \cdot \sin \left[30 \cdot m + d - t_0 \right] + \dots$$

(con la funzione $\sin()$ calcolata in gradi)

Quindi la declinazione del Sole diventa:

$$\delta_{\odot} = 23^{\circ}.45 \cdot \sin(30 \cdot m + d - to)$$

Con:

$$to = 113 - \Delta \cdot Y$$

e

$$\Delta = (365^d.25 - 365^d.2422) = 0.0078 \text{ giorni/anno}$$

Valida prima della riforma gregoriana del 1582, oltre la quale $to = 111^{\circ}$ costante.

L'Azimut di sorgere e di tramontare, all'orizzonte astronomico locale ($h_0=0$) corrispondenti alle declinazioni solari convenzionali sarà quindi:

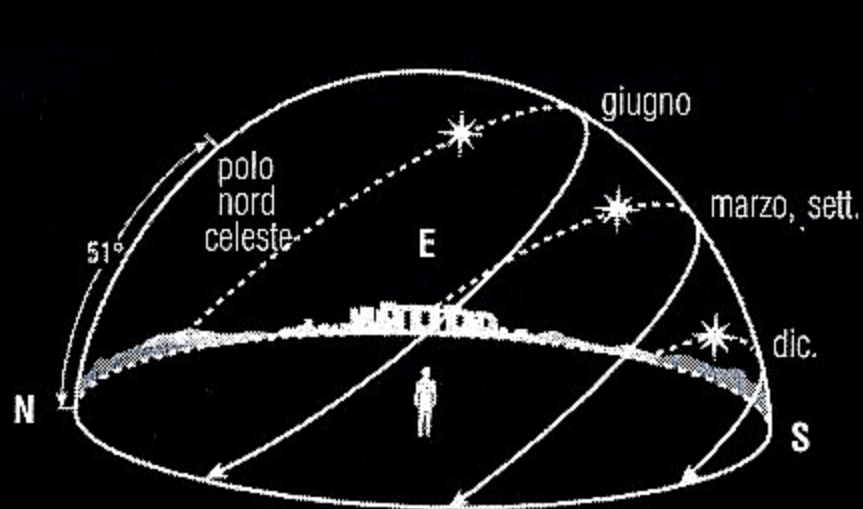
$$Az = \arccos(\sin(\delta_{\odot})/\cos(\varphi))$$

Oppure:

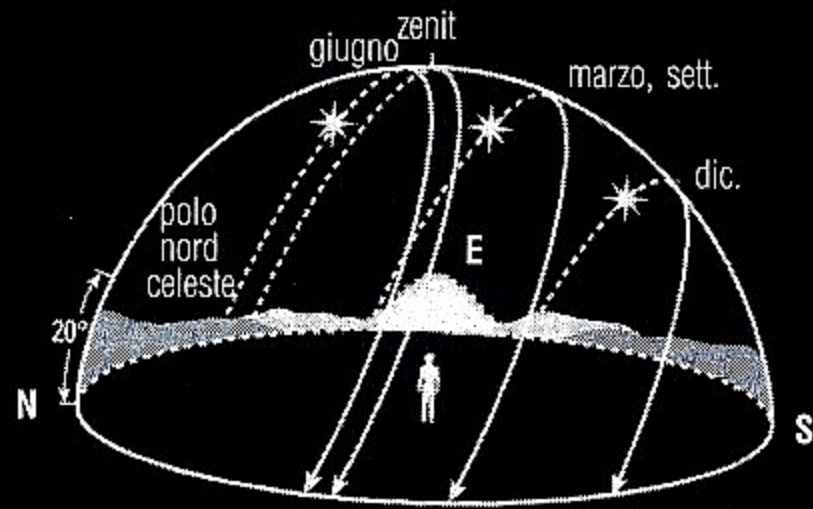
$$Az = \arccos[(\sin(\delta_{\odot}) - \sin(\varphi) \cdot \sin(h_0)) / (\cos(\varphi) \cdot \cos(h_0))]$$

Per un'altezza angolare apparente h_0 dell'orizzonte naturale locale rispetto a quello astronomico locale².

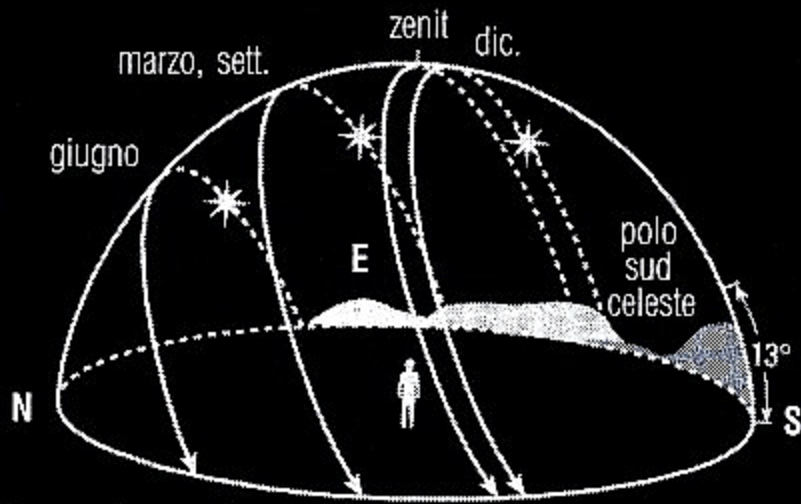
Variazione della latitudine geografica dell'osservatore



(a) Stonehenge (51° nord) 0



(b) Chichén Itzá (20° nord) 0



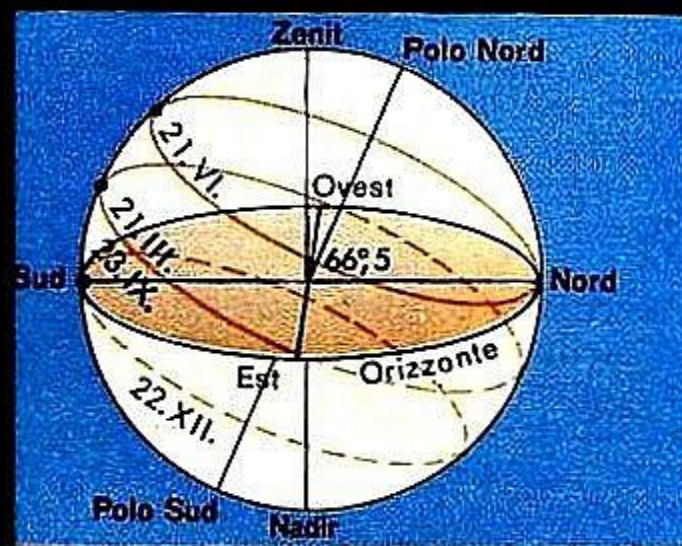
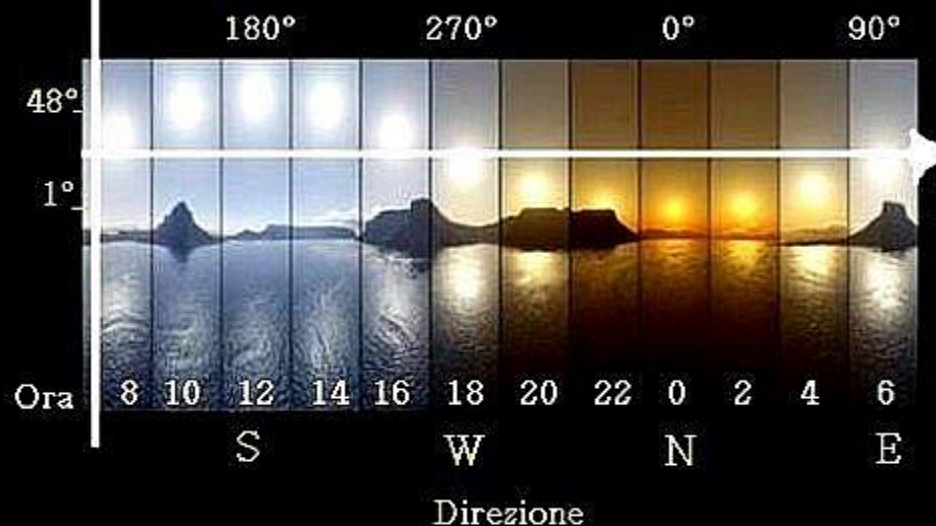
(c) Cuzco (13° sud) 0

Durata dell'arco notturno del Sole (durata della notte espressa in ore)

Latitudine (in gradi) Data	- 20	- 10	0	+ 10	+ 20	+ 30	+ 40	+ 50	+ 60	+ 70	+ 80
15 gennaio	10.9	11.5	12.0	12.5	13.1	13.7	14.5	15.7	17.6	24.0	24.0
15 febbraio	11.4	11.7	12.0	12.3	12.6	13.0	13.5	14.1	15.1	17.2	24.0
15 marzo	11.9	12.0	12.0	12.0	12.1	12.2	12.2	12.3	12.5	12.7	13.5
15 aprile	12.5	12.2	12.0	11.8	11.5	11.2	10.9	10.4	9.7	8.2	1.5
15 maggio	13.0	12.5	12.0	11.5	11.0	10.5	9.8	8.8	7.2	2.6	0.0
15 giugno	13.2	12.6	12.0	11.4	10.8	10.1	9.2	7.9	5.6	0.0	0.0
15 luglio	13.2	12.5	12.0	11.5	10.9	10.2	9.4	8.2	6.2	0.0	0.0
15 agosto	12.7	12.3	12.0	11.7	11.3	10.9	10.4	9.6	8.5	6.1	0.0
15 settembre	12.1	12.1	12.0	11.9	11.9	11.8	11.7	11.5	11.3	10.9	9.8
15 ottobre	11.6	11.8	12.0	12.2	12.4	12.7	13.0	13.4	14.1	15.4	20.4
15 novembre	11.1	11.5	12.0	12.5	12.9	13.5	14.2	15.2	16.8	21.0	24.0
15 dicembre	10.8	11.4	12.0	12.6	13.2	13.9	14.8	16.1	18.4	24.0	24.0

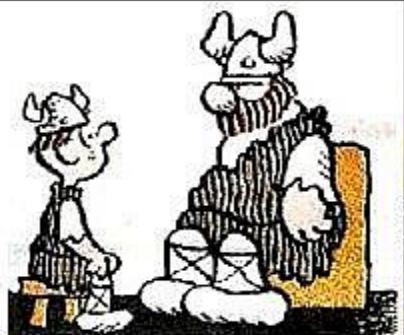
Altezza Angolare
Apparente

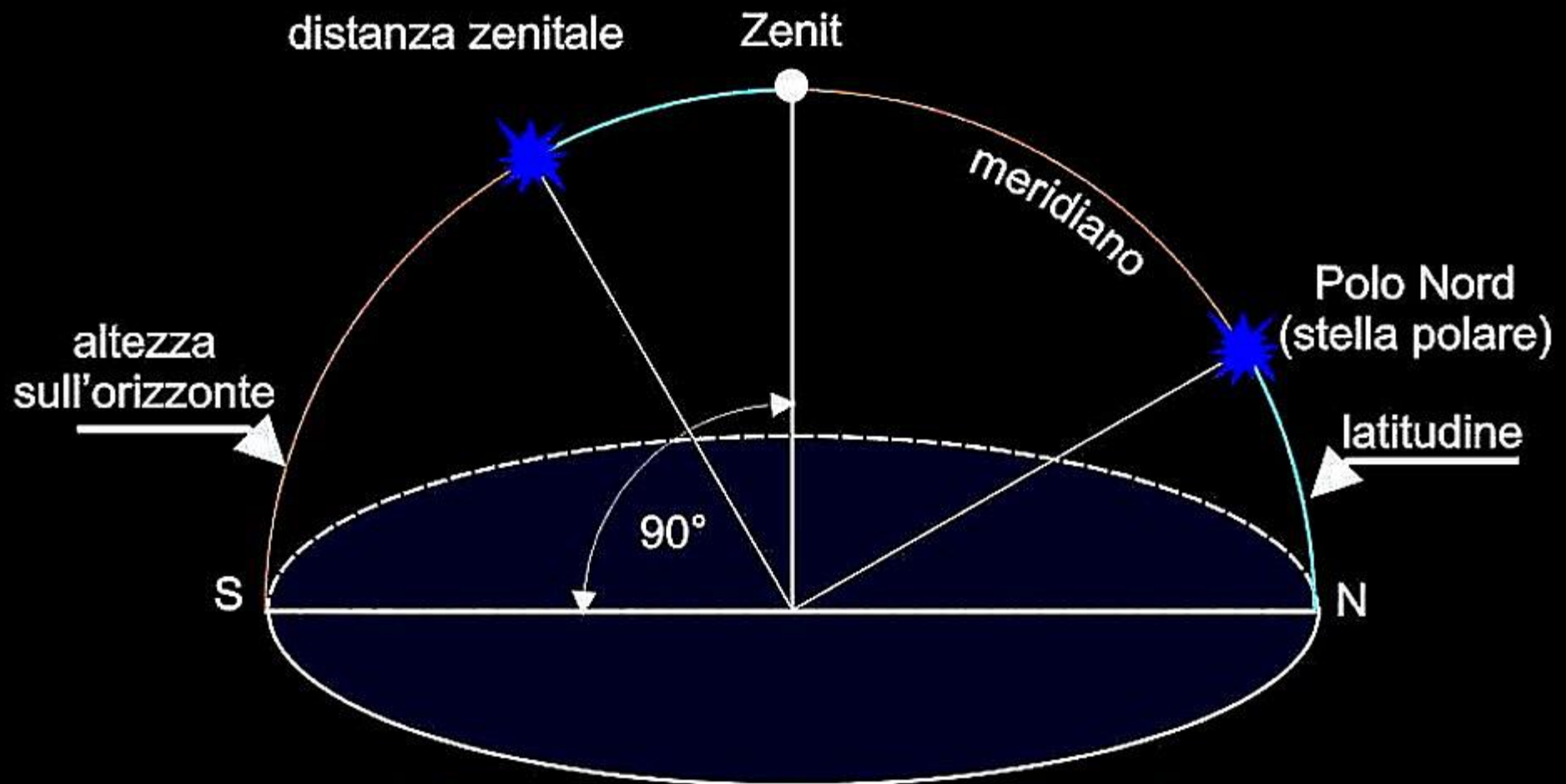
Azimut Astronomico



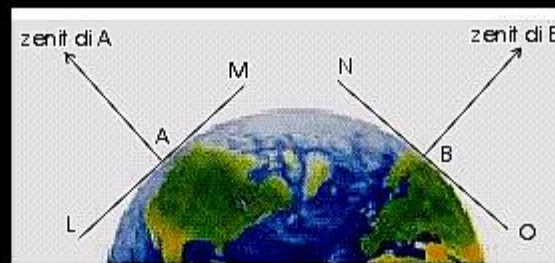
Orbita apparente del Sole per $\varphi = 66^{\circ},5$

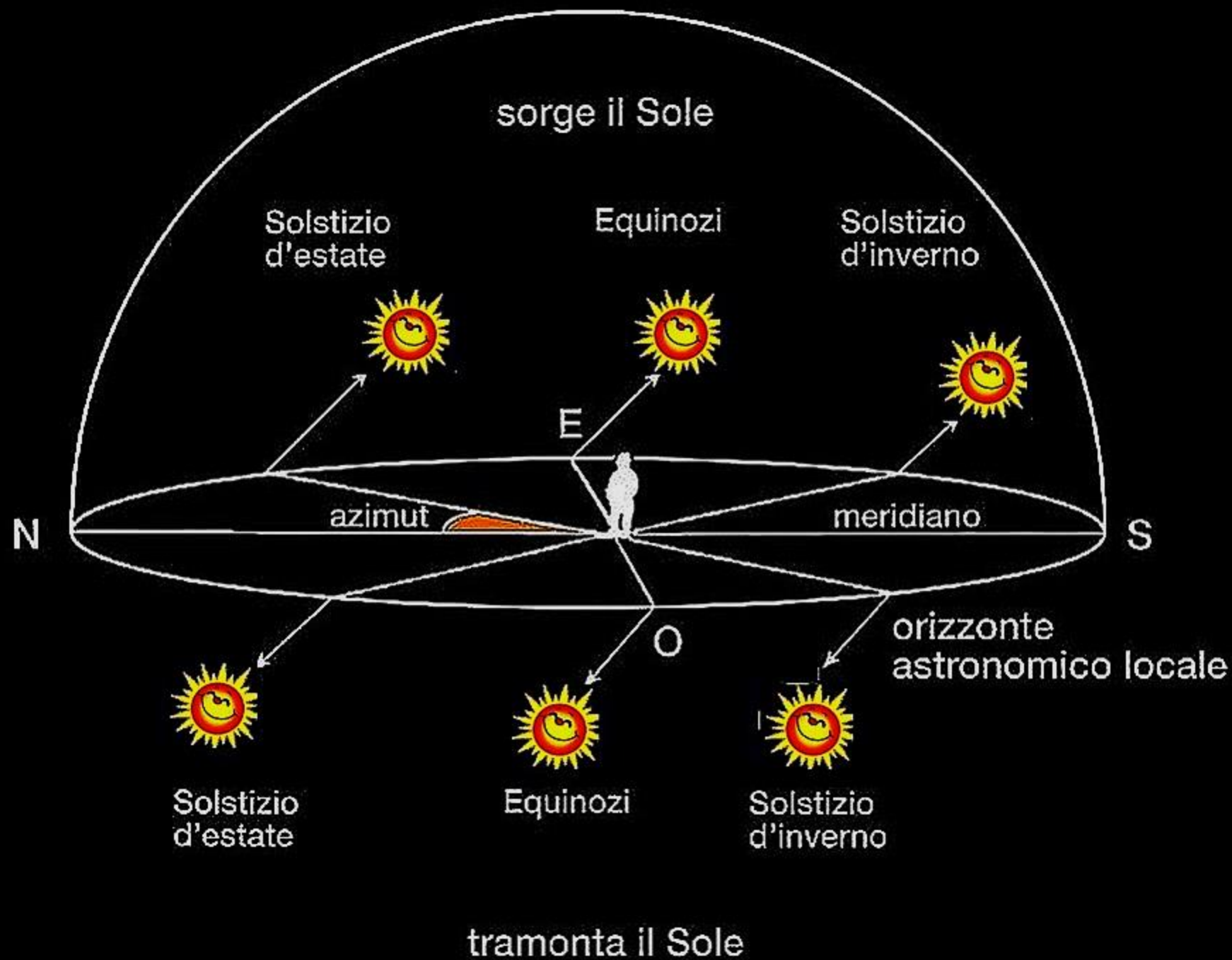
Traiettoria del Sole sulla Sfera Celeste nel
giorno del Solstizio d'Estate ad una
latitudine geografica: $67^{\circ},5$ N





*relazione geometrica fra altezza di un astro
in meridiano e latitudine de luogo di osservazione*



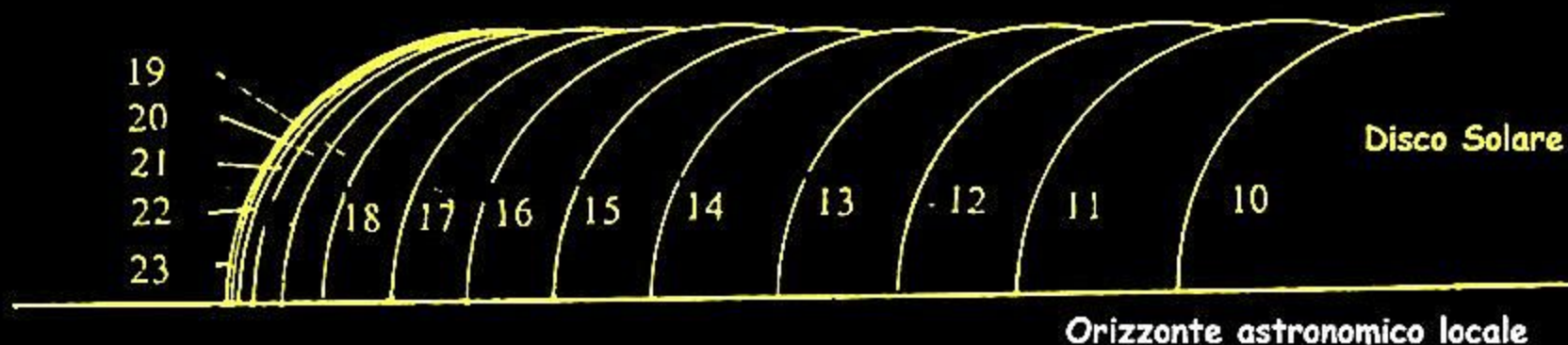


Azimut di sorgere e di tramonto del Sole ai Solstizi a diverse latitudini geografiche

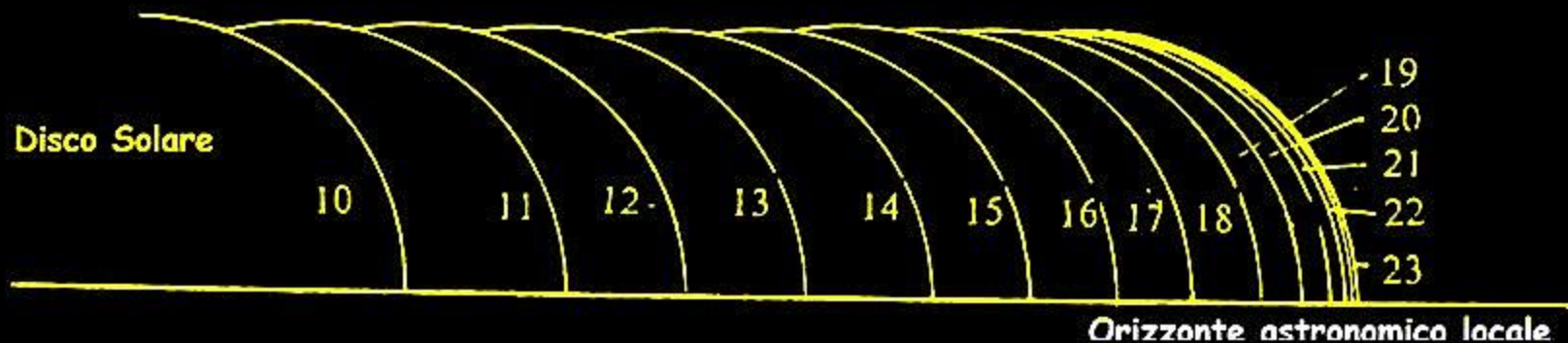
Epoca	Latitudine: + 20°		Latitudine: 40°		Latitudine: + 60°	
- 4000	64°,24	115°,76	57°,77	122°,23	35°,22	144°,78
- 3000	64,34	115,66	57,90	122,10	35,50	144,50
- 2000	64,45	115,56	58,04	121,96	35,81	144,19
- 1000	64,57	115,43	58,19	121,81	36,16	143,84
000	64,70	115,30	58,36	121,64	36,53	143,47
+ 1000	64,82	115,18	58,53	121,47	36,89	143,11
+ 2000	64,96	115,04	58,71	121,29	37,29	142,71
	Estate	Inverno	Estate	Inverno	Estate	Inverno

L'Azimut di sorgere e di tramontare, all'orizzonte astronomico locale ($h_0=0$) corrispondenti alle declinazioni solari convenzionali sarà quindi:

$$Az = \arccos(\sin(\delta_{\odot})/\cos(\varphi))$$



Il lento movimento giornaliero del Sole quando sorge all'orizzonte vicino al solstizio d'estate. Solo accurate osservazioni consentono di stabilire esattamente la data di questo evento con questo metodo. I numeri indicano i giorni di Giugno



Il lento movimento giornaliero del Sole quando sorge all'orizzonte vicino al solstizio invernale. Solo accurate osservazioni consentono di stabilire esattamente la data di questo evento con questo metodo (i numeri indicano i giorni di Dicembre).



Variazione dell'Azimut di Levata

**Numero di giorni
dal solstizio**

$\Delta\delta$

$\varphi = 30^\circ$

$\varphi = 40^\circ$

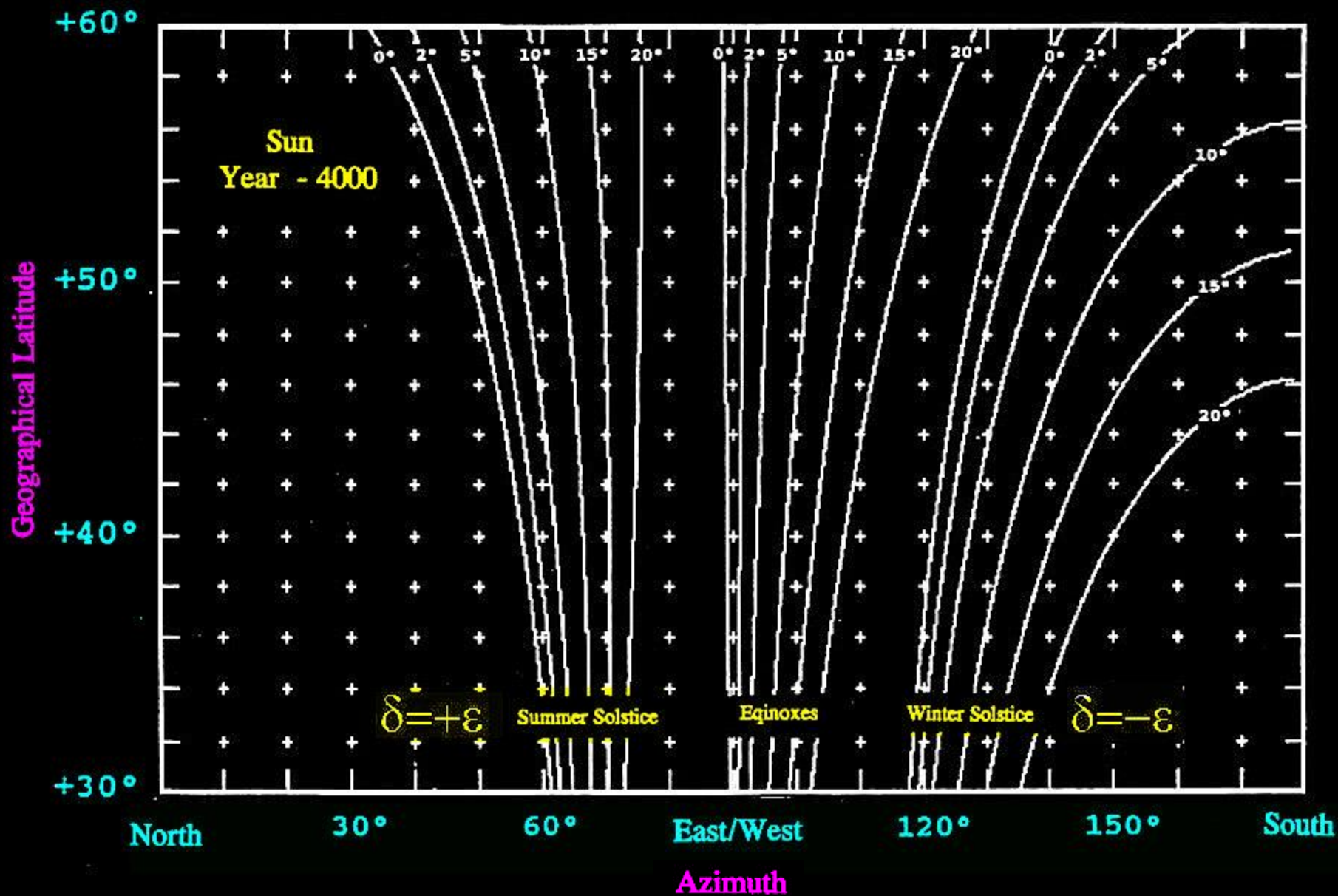
$\varphi = 50^\circ$

$\varphi = 60^\circ$

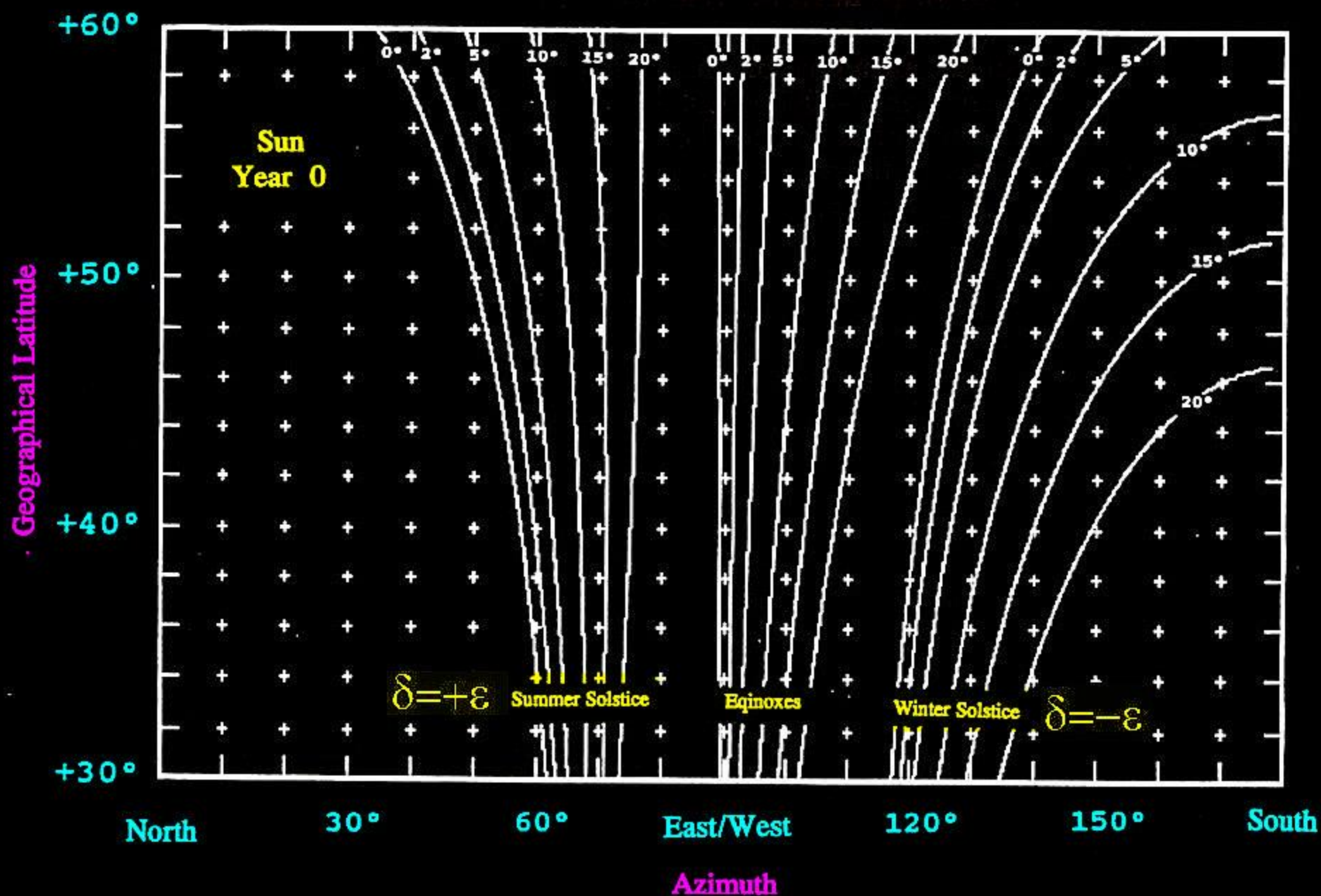
± 1	0',2	0',2	0',3	0',4	0',5
± 2	0,8	0,8	1,1	1,4	2,3
± 3	1,8	1,9	2,5	3,2	5,1
± 4	3,2	3,4	4,4	5,7	9,2
± 5	5,0	5,4	7,0	8,9	14,3
± 6	7,2	7,7	10,0	12,8	20,6
± 7	9,8	10,5	13,6	17,4	28,0

Variazione della Declinazione $\Delta\delta$ e dell'Azimut di levata del Sole all'orizzonte astronomico locale nei 7 giorni precedenti e seguenti ai solstizi, a diverse latitudini geografiche.

Azimut Astronomico di sorgere/tramontare del Sole



Azimut Astronomico di sorgere/tramontare del Sole



Equinozi e Solstizi

(prima del 1582)

Equinozio di Primavera

$$Tep = \text{Marzo} (22,8 - 0,0078 \cdot \text{anno} + \dots)$$

Solstizio d'Estate

$$Tse = \text{Giugno} (24,8 - 0,0078 \cdot \text{anno} + \dots)$$

Equinozio di Autunno

$$Tea = \text{Settembre} (25,2 - 0,0078 \cdot \text{anno} + \dots)$$

Solstizio d'Inverno

$$Tsi = \text{Dicembre} (22,9 - 0,0078 \cdot \text{anno} + \dots)$$

$$V(t) = (\underbrace{365,2422}_{\text{anno tropico solare}} - \underbrace{365,25}_{\text{anno giuliano di calendario}}) = -0,0078 \text{ giorni/anno}$$

Data dell'Equinozio di Primavera secondo il Calendario Giuliano

Il Calendario Giuliano utilizza un anno medio di calendario lungo 365,25 giorni solari medi, mentre la lunghezza dell'anno tropico è pari a 365,2422 giorni solari medi. Questo provoca una deriva di 1 giorno ogni 129 anni tra il computo calendariale giuliano ed il computo solare vero astronomico. La data vera dell'equinozio di primavera è quindi soggetta ad una deriva progressiva Δ rispetto al valore standard del 21 Marzo prevista dal computo calendariale giuliano, pari a:

$$\Delta = (365,2422 - 365,2500) \times Y \quad (\text{in giorni})$$

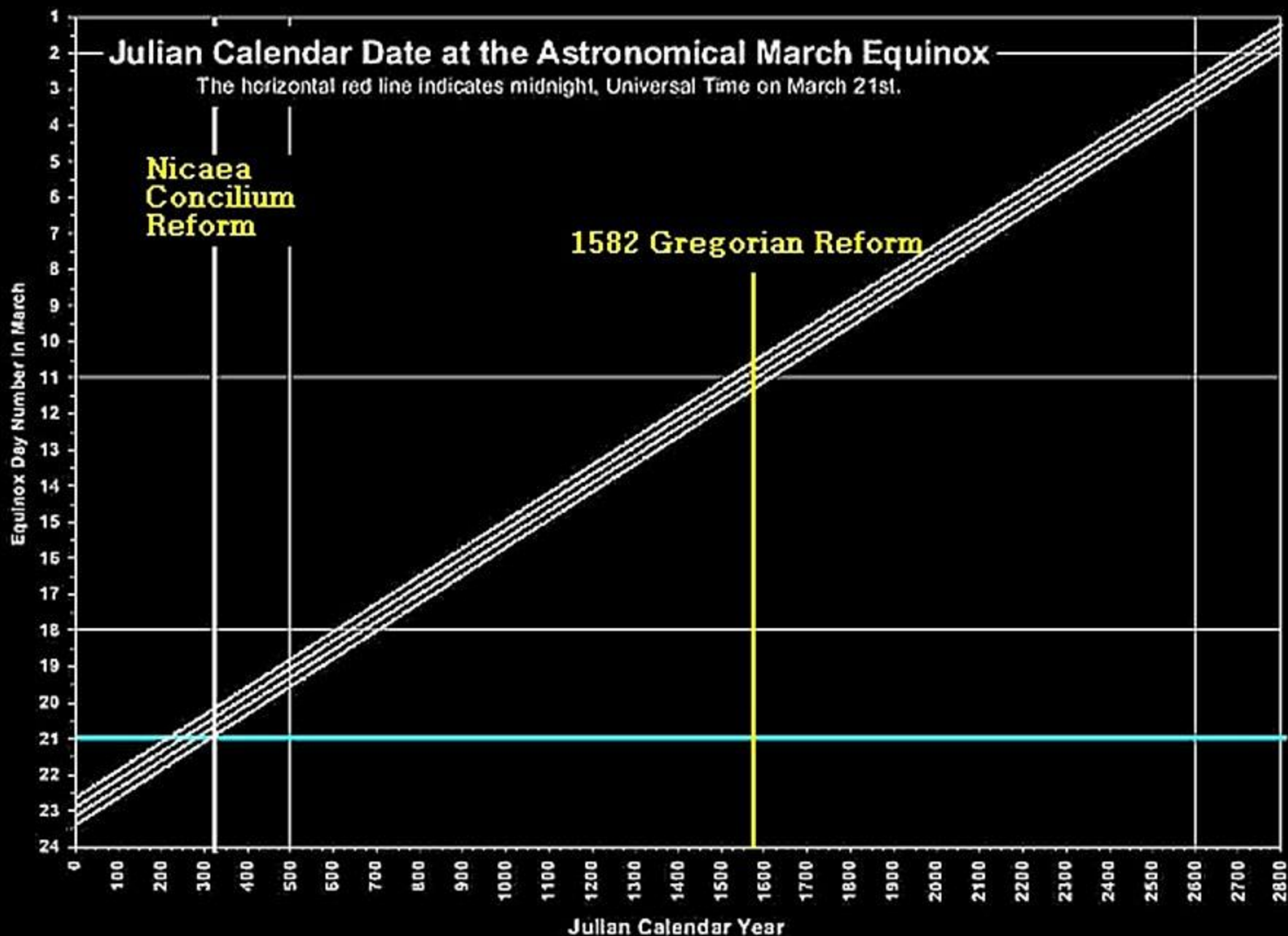
dove Y sono gli anni trascorsi

La data giuliana Teq dell'equinozio di primavera sarà quindi calcolabile mediante la seguente formula:

$$Teq = \text{Marzo } (23,129 - 0,007741936 \times Y)$$

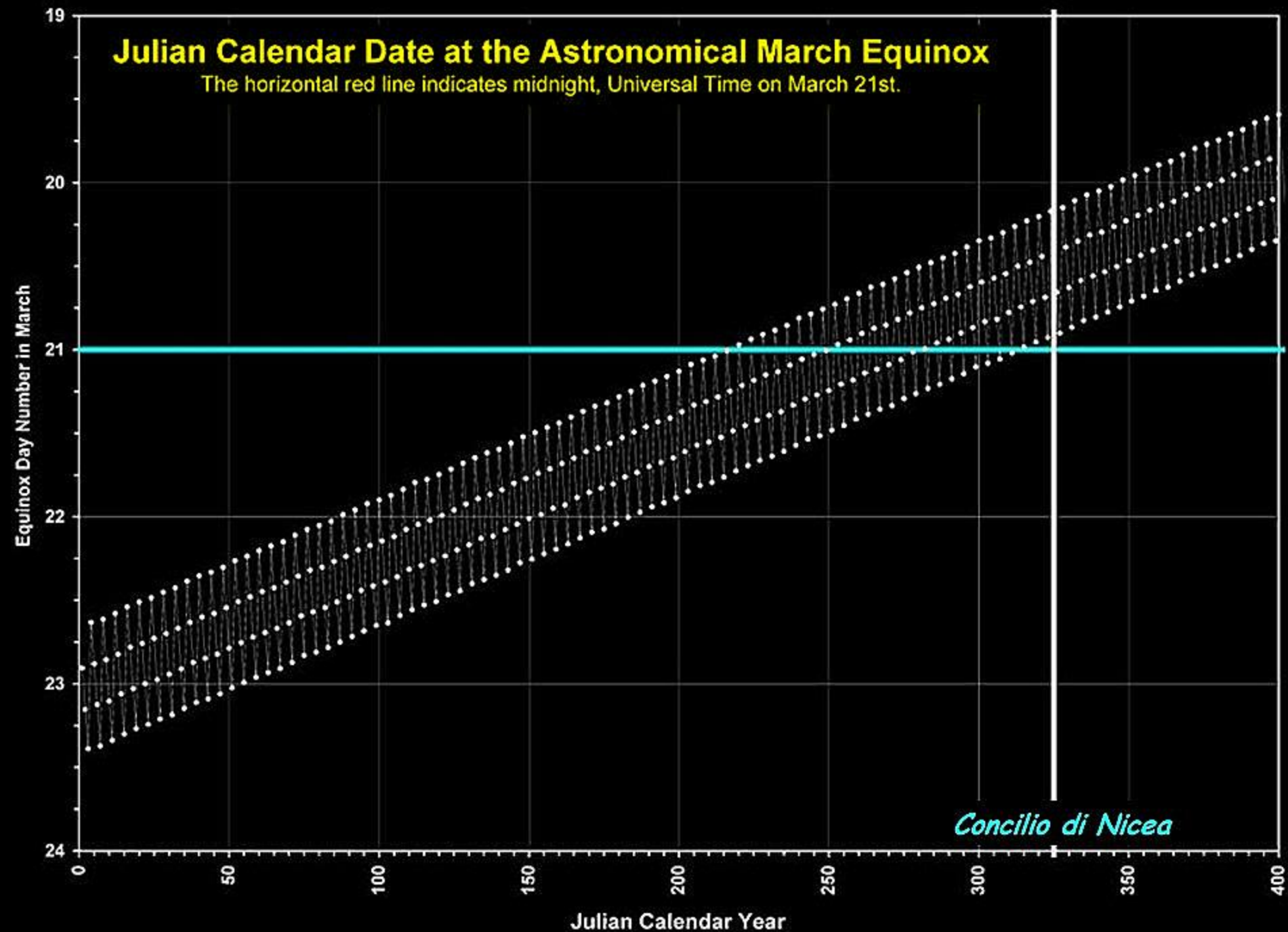
dove 0,00774... è la differenza, in giorni, tra l'anno tropico e l'anno medio standard del calendario giuliano.

Il 23 Marzo era la data dell'Equinozio di Primavera all'anno $Y=0$ cioè all'anno 1 a.C.

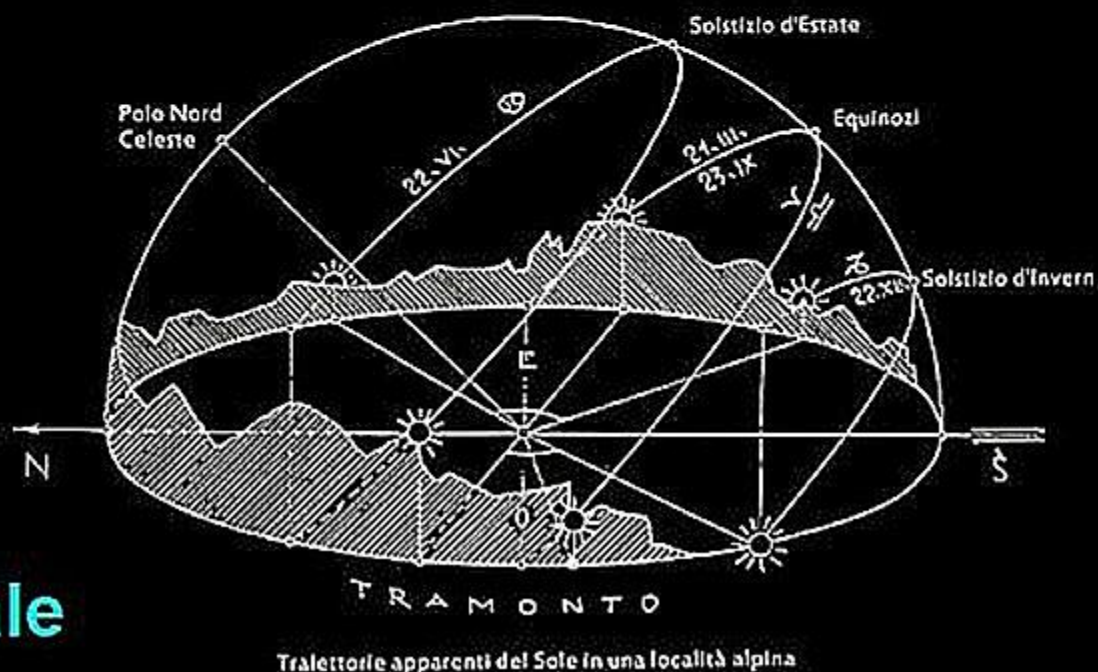
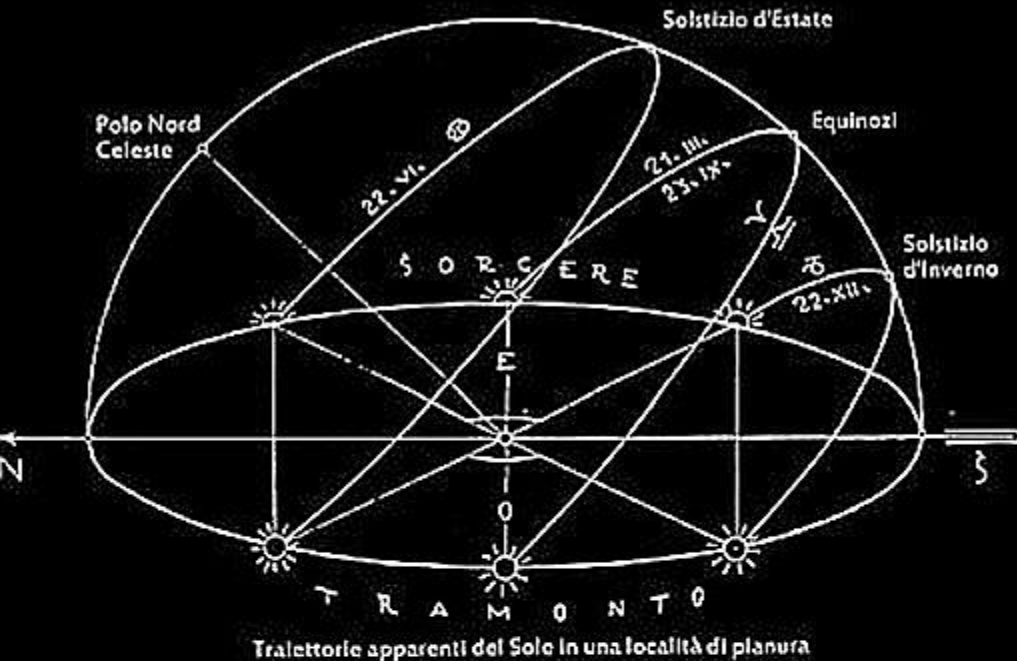


Julian Calendar Date at the Astronomical March Equinox

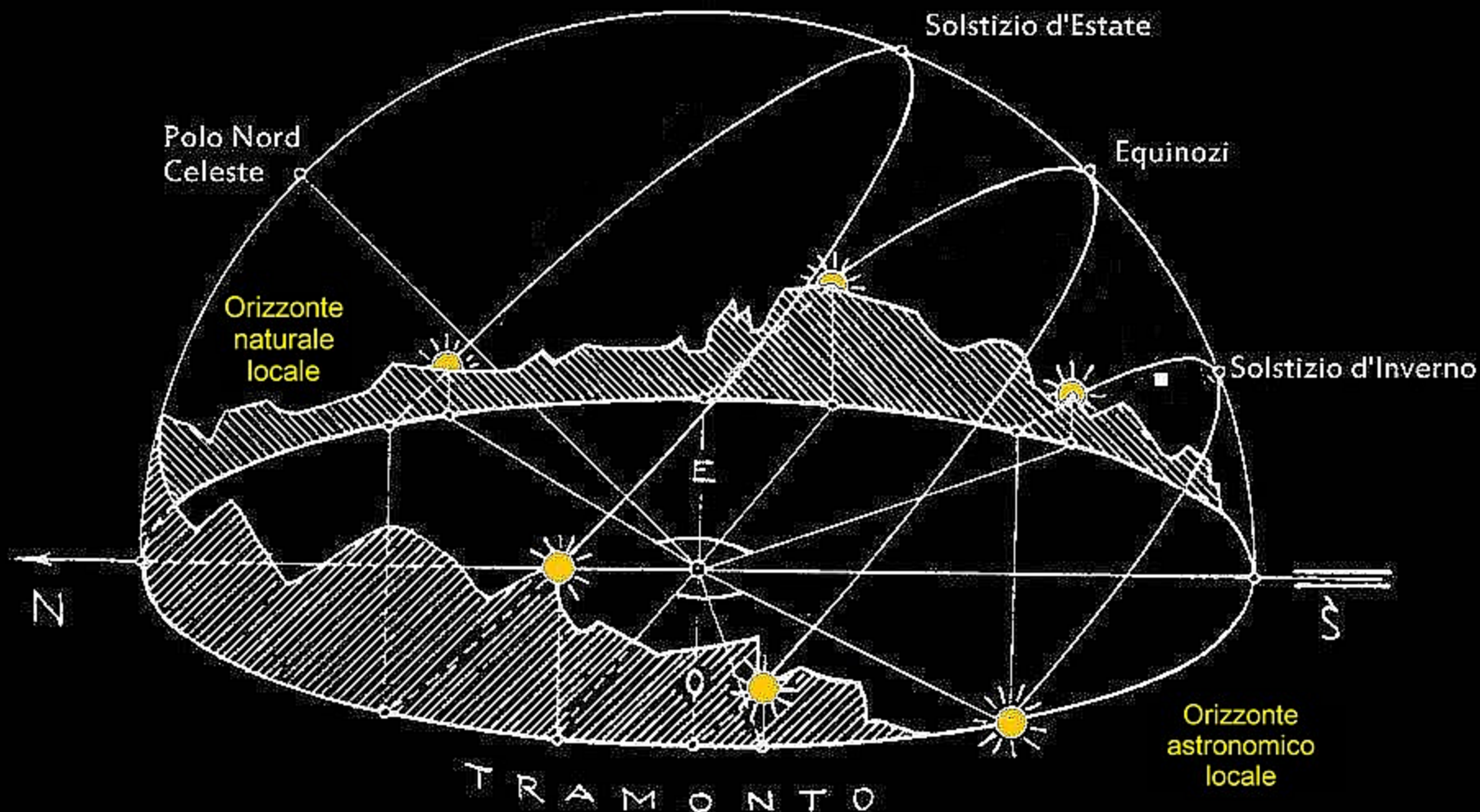
The horizontal red line indicates midnight, Universal Time on March 21st.



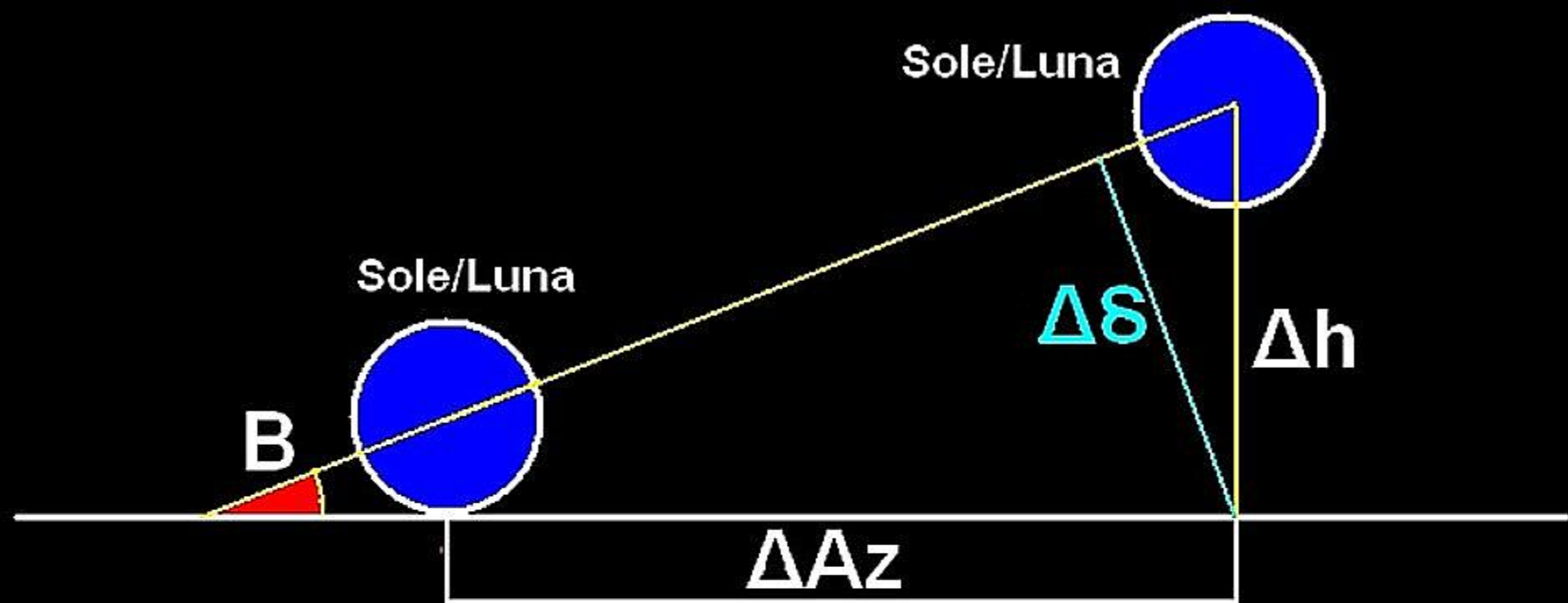
Orizzonte Astronomico



Orizzonte naturale locale



Traiettorie apparenti del Sole in una località alpina



$$\Delta h = \Delta Az \cdot \tan(B)$$

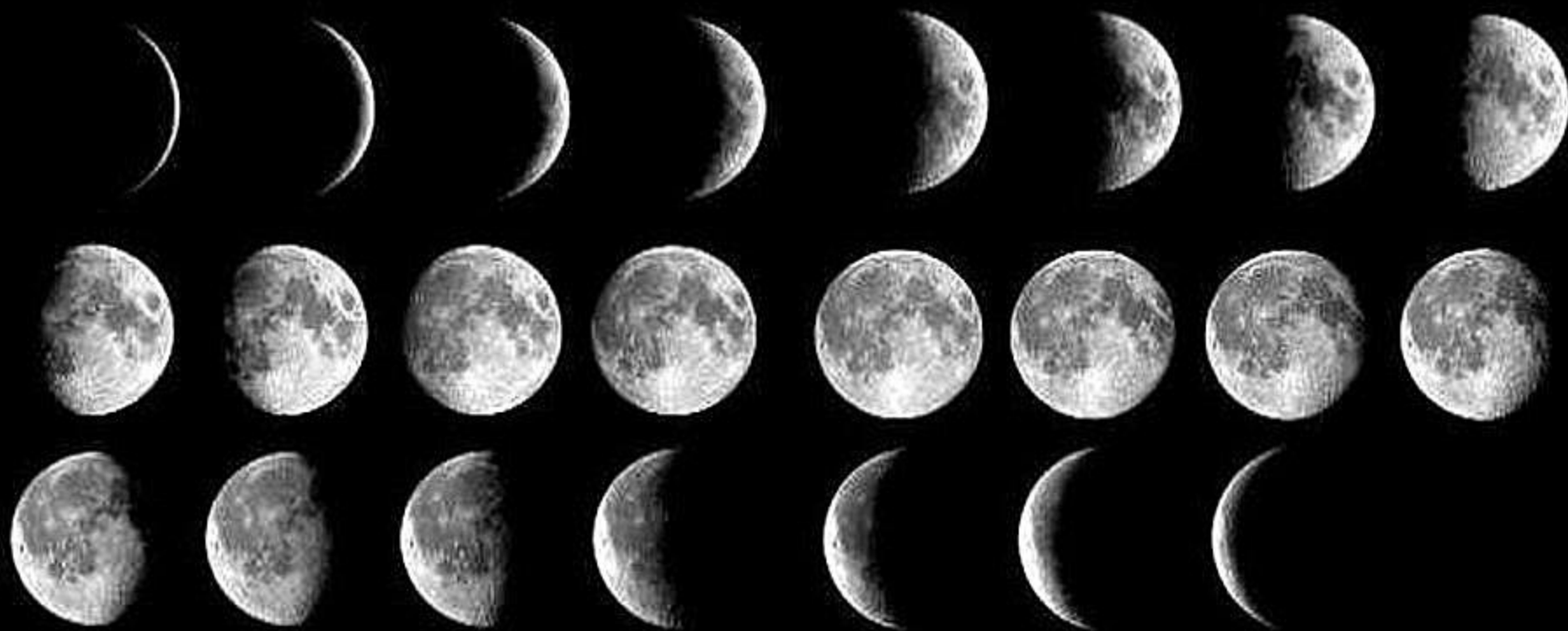
$$\Delta \delta = \Delta Az \cdot \sin(B)$$

$$\sin(B) = \frac{\cos(\varphi) \cdot \sin(Az)}{\cos(\delta)}$$

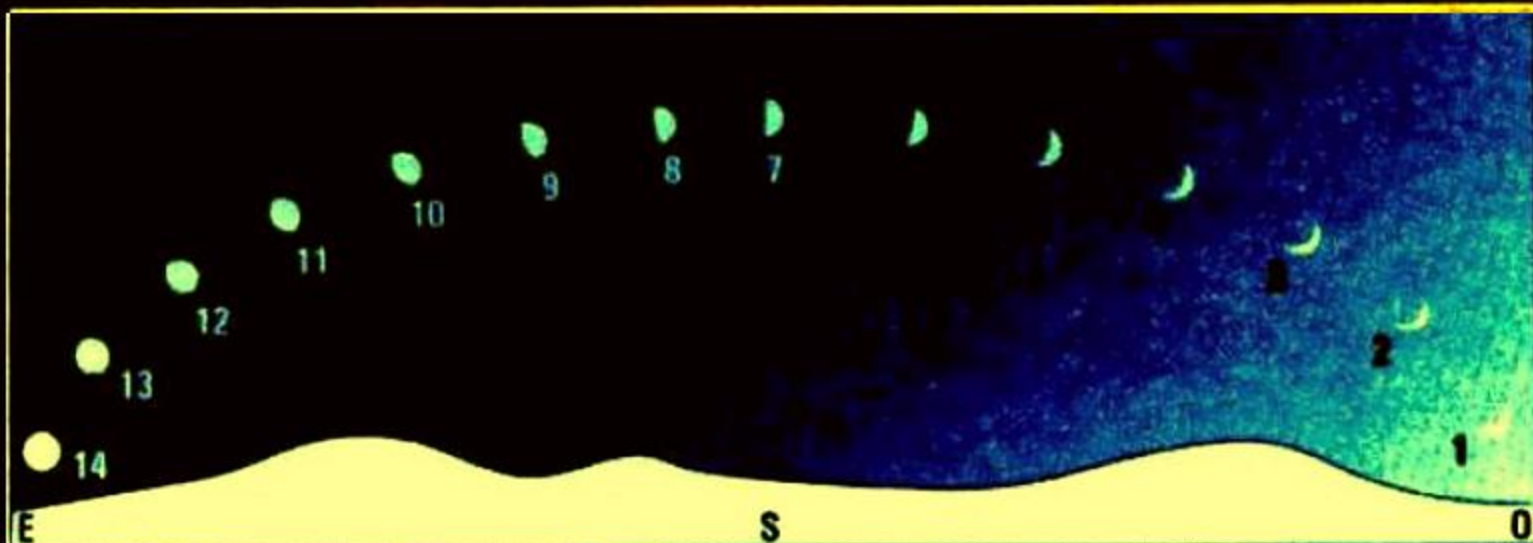
La Luna



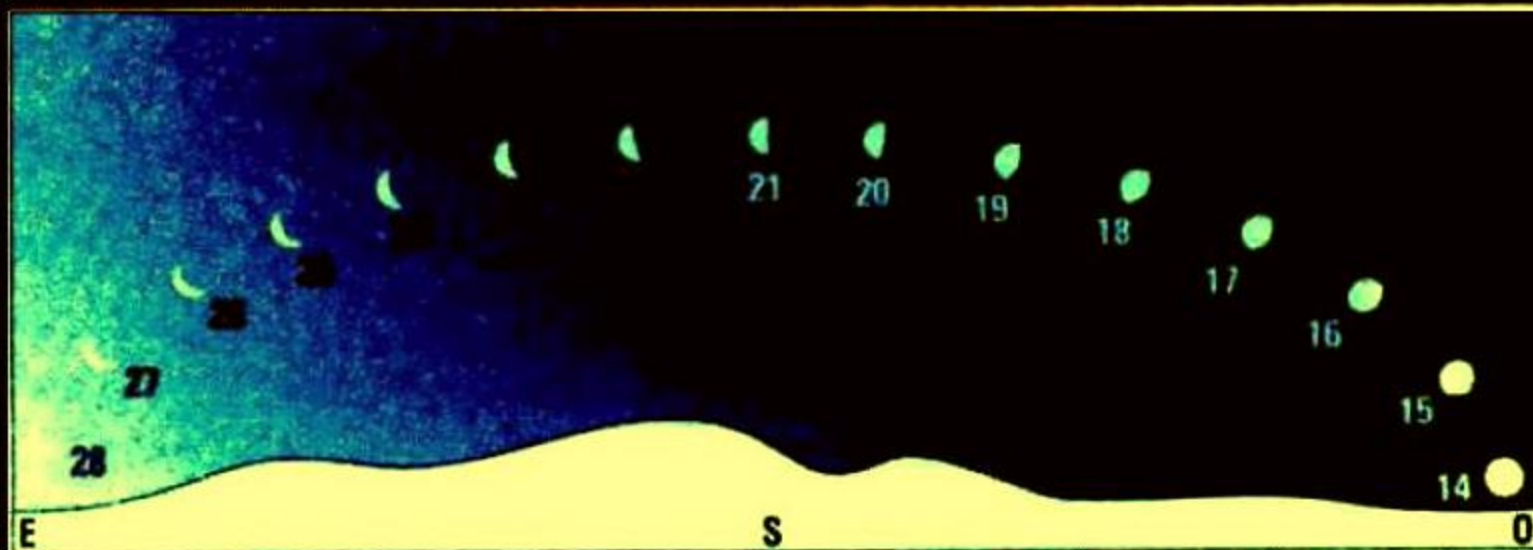
Fasi della Luna



Ciclo Sinodico = 29.5306 giorni



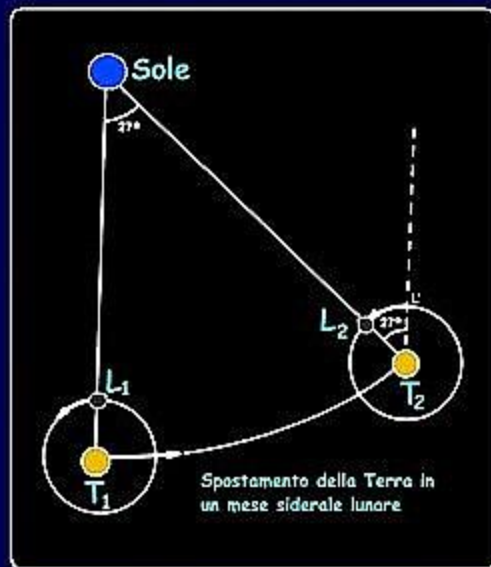
La luna giorno dopo giorno, guardando a ovest dopo il tramonto

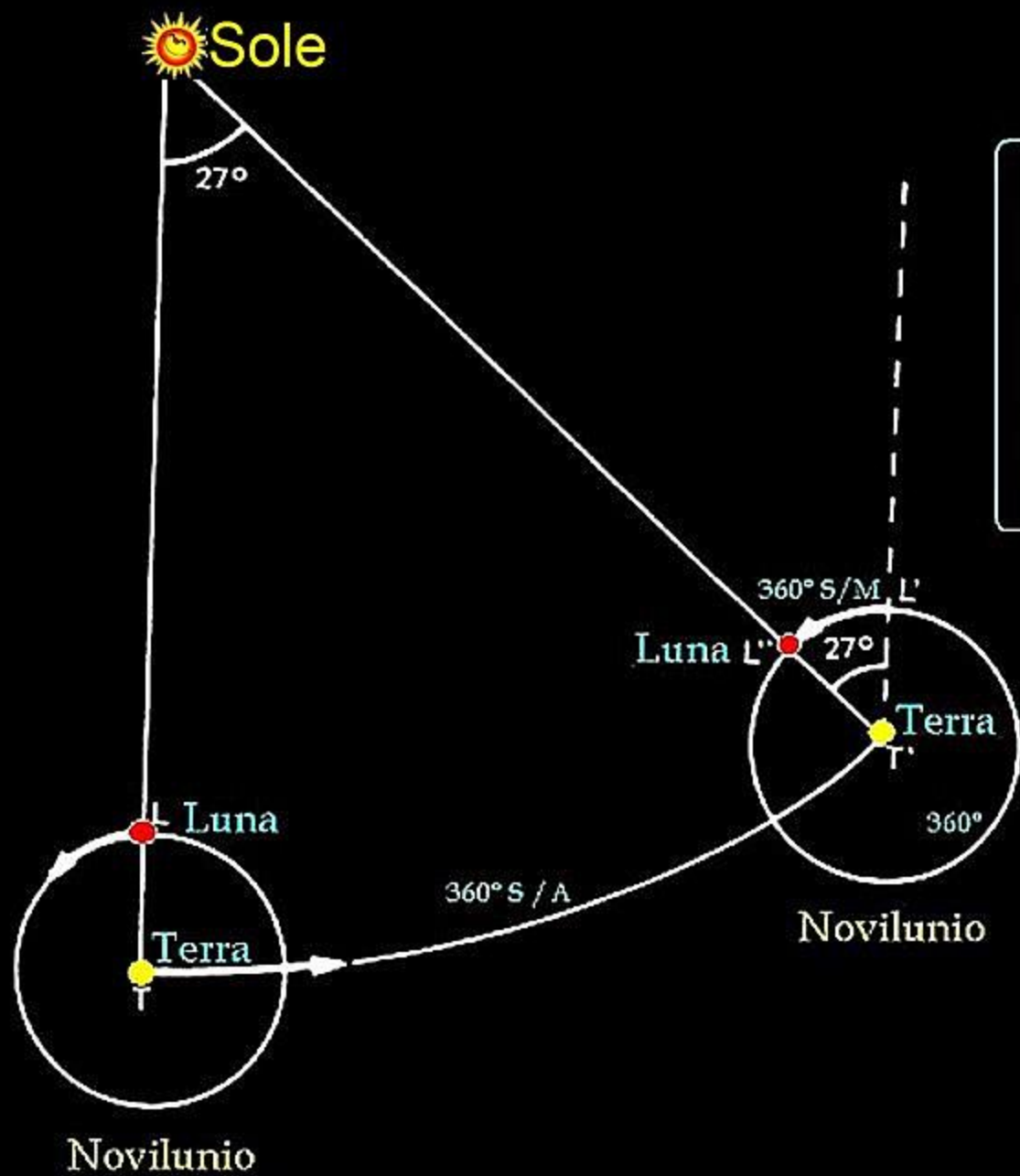


La luna giorno dopo giorno, guardando a est prima dell'alba

Periodicità della Luna

- mese siderale:	27,3216	giorni solari medi		
- mese sinodico:	29,5306	"	"	"
- mese draconitico:	27,2122	"	"	"
- mese anomalistico:	27,5546	"	"	"
- velocità angolare della luna:	$13^{\circ},1764$			
- scostamento della luna rispetto al sole:	$12^{\circ},1908$			





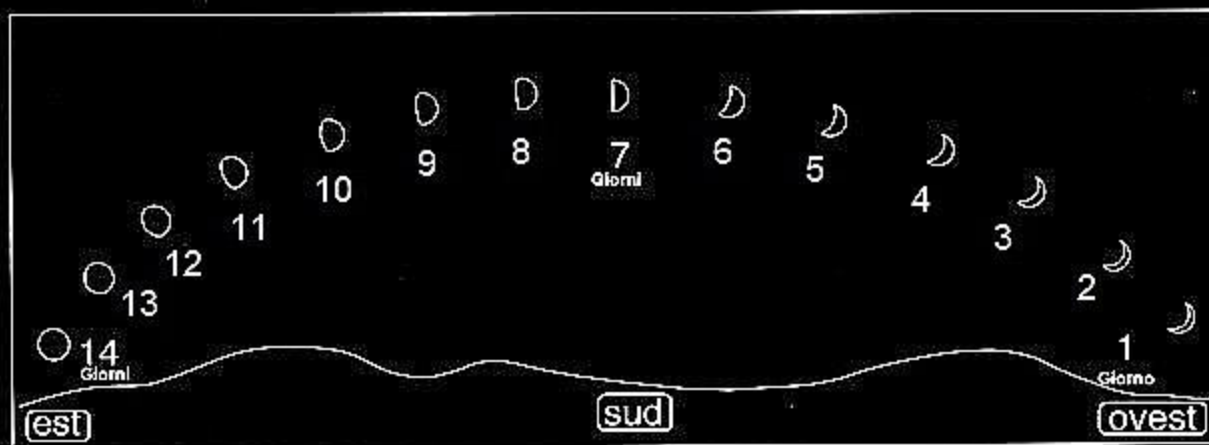
$$\frac{360^\circ}{M} S = \frac{360^\circ}{A} S + 360^\circ$$

$$S = \frac{M A}{A - M}$$

$$A = 365^d.25 ; M = 27^d.3216$$

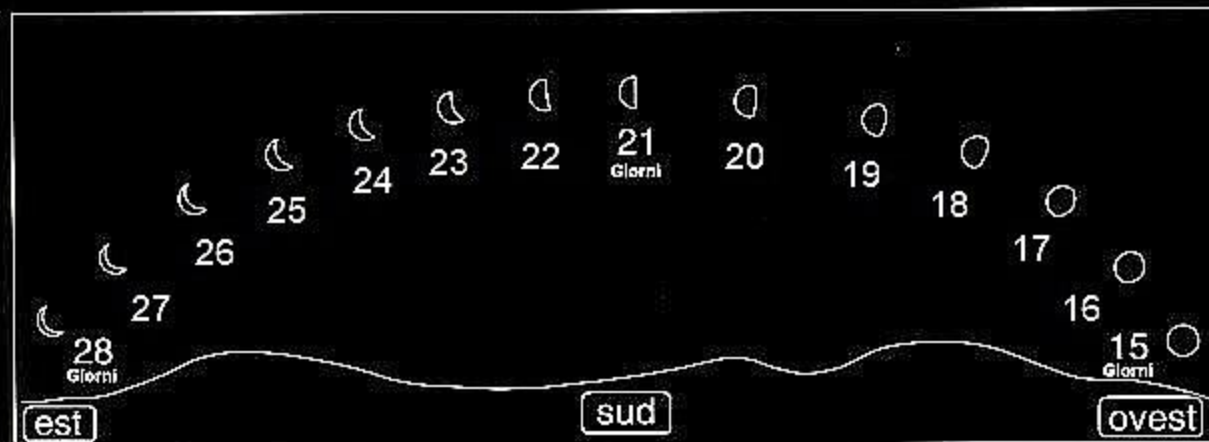
$$S = 29^d.5305$$

Visibilità della Luna



**Visibilità della Luna durante la prima metà del mese sinodico lunare:
aspetto e posizione della Luna nel cielo al tramonto del Sole**

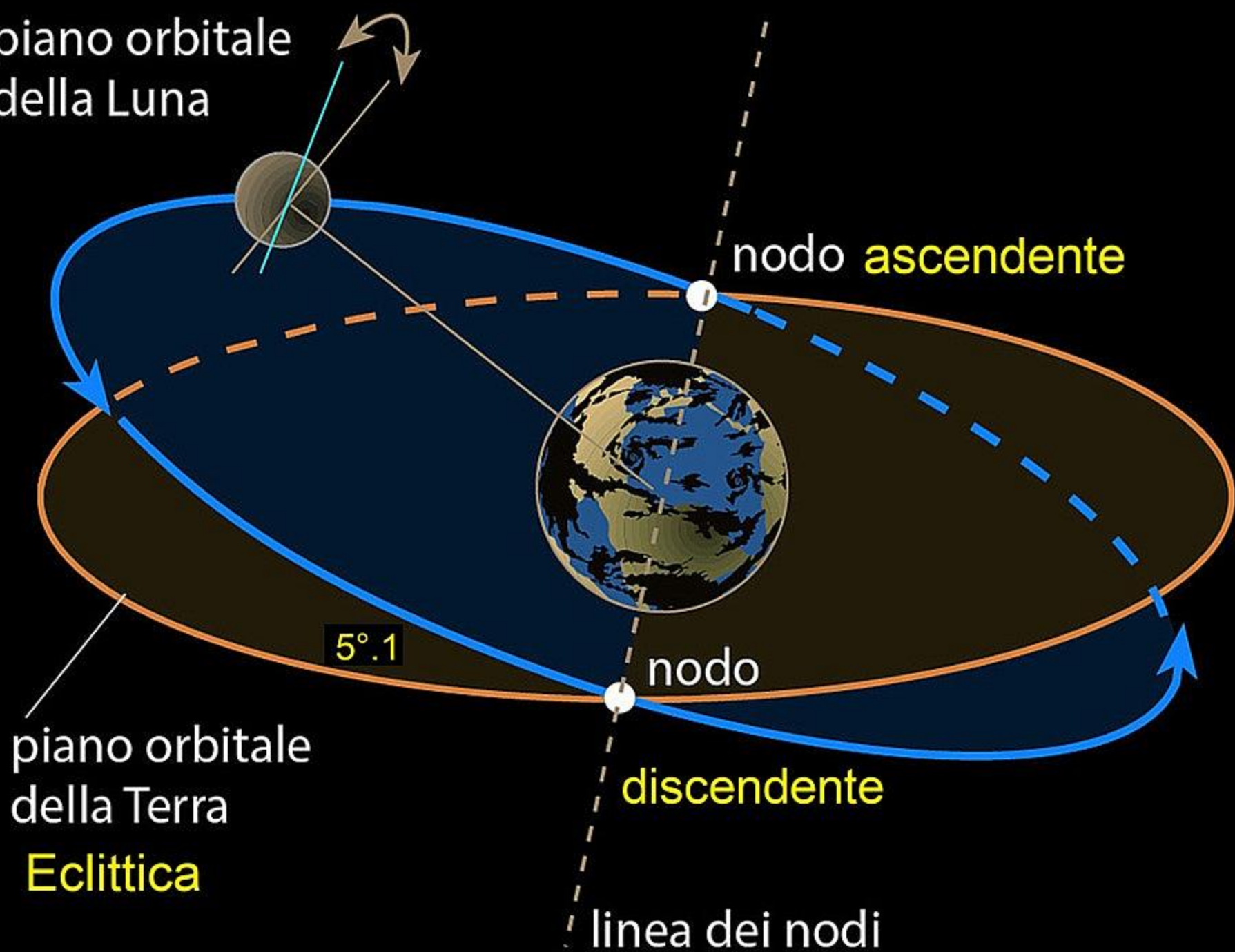
i numeri indicano l'Età della Luna (in giorni)



**Visibilità della Luna durante la seconda metà del mese sinodico lunare:
aspetto e posizione della Luna nel cielo all'alba**

i numeri indicano l'Età della Luna (in giorni)

piano orbitale
della Luna



Nodi Lunari

L'orbita lunare giace in un piano che risulta inclinato di circa 5.1° rispetto a quello dell'Eclittica.

La linea di intersezione di questi due piani definisce due punti sulla Sfera Celeste:

il **Nodo Ascendente**, cioè il punto in cui l'orbita lunare interseca l'Eclittica durante il suo movimento dall'emisfero meridionale all'emisfero settentrionale,

il **Nodo Discendente**, cioè il punto in cui la Luna interseca il piano dell'eclittica passando dall'emisfero settentrionale all'emisfero meridionale.

Effemeridi

pag.1

COORDINATE DELLA LUNA

Le formule seguenti (di facile programmazione su calcolatrice) forniscono, per ogni data epoca t , le coordinate eclitticali (λ, β) ed equatoriali assolute (α, δ) della Luna, nonché ulteriori parametri lunari, quali la parallasse orizzontale P , il semidiametro angolare SD e la distanza R dalla Terra. Gli errori eccedono raramente $0^{\circ},3$ per λ ed α , $0^{\circ},2$ per β e δ , $0^{\circ},003$ per P , $0^{\circ},001$ per SD e $0,2R_T$ per R (essendo R_T il raggio terrestre).

Vengono considerate quantità sia geocentriche che topocentriche (relativamente a osservatori sulla superficie terrestre) rimuovendo da entrambe gli effetti della rifrazione e della aberrazione diurna e, inoltre, dalle quantità geocentriche quelli della parallasse diurna.

Quantità geocentriche

Posto $T = [JD(t) - JD(t_0)]/36525$, con $t_0 = J2000,0$ e $JD(t_0) = 2.451.545,0$,

si valutino dapprima gli angoli seguenti:

$$\lambda_0 = 218^{\circ},32 + 481.267^{\circ},881 T$$

$$a_1 = 135^{\circ},0 + 477.198^{\circ},87 T$$

$$a_2 = 259^{\circ},3 - 413.335^{\circ},36 T$$

$$a_3 = 235^{\circ},7 + 890.534^{\circ},22 T$$

$$a_4 = 269^{\circ},9 + 954.397^{\circ},74 T$$

$$a_5 = 357^{\circ},5 + 35.999^{\circ},05 T$$

$$a_6 = 186^{\circ},5 + 966.404^{\circ},03 T$$

$$b_1 = 93^{\circ},3 + 483.202^{\circ},02 T$$

$$b_2 = 228^{\circ},2 + 960.400^{\circ},89 T$$

$$b_3 = 318^{\circ},3 + 6.003^{\circ},15 T$$

$$b_4 = 217^{\circ},6 - 407.332^{\circ},21 T$$

a meno di eventuali multipli di 360° così da riportare i loro valori nell'intervallo $0^{\circ} \div 360^{\circ}$.

Risulta allora:

$$\lambda = \lambda_o + 6^{\circ},29 \operatorname{sen}(a_1) - 1^{\circ},27 \operatorname{sen}(a_2) + 0^{\circ},66 \operatorname{sen}(a_3) + \\ + 0^{\circ},21 \operatorname{sen}(a_4) - 0^{\circ},19 \operatorname{sen}(a_5) - 0^{\circ},11 \operatorname{sen}(a_6)$$

$$\beta = 5^{\circ},13 \operatorname{sen}(b_1) + 0^{\circ},28 \operatorname{sen}(b_2) - 0^{\circ},28 \operatorname{sen}(b_3) - 0^{\circ},17 \operatorname{sen}(b_4)$$

$$P = 0^{\circ},9508 + 0^{\circ},0518 \cos(a_1) + 0^{\circ},0095 \cos(a_2) + 0^{\circ},0078 \cos(a_3) + 0^{\circ},0028 \cos(a_4)$$

$$SD = 0,2724 P$$

$$R = 1/\operatorname{sen} P$$

con R espresso in unità di R_T si valutino poi i parametri (l, m, n) seguenti:

$$l = \cos(\beta) \cos(\lambda)$$

$$m = -\operatorname{sen}(\varepsilon) \operatorname{sen}(\beta) + \cos(\varepsilon) \cos(\beta) \operatorname{sen}(\lambda)$$

$$n = \cos(\varepsilon) \operatorname{sen}(\beta) + \operatorname{sen}(\varepsilon) \cos(\beta) \operatorname{sen}(\lambda)$$

dove ε , obliquità dell'eclittica all'epoca t , è fornita dalla relazione

$$\varepsilon = 23^{\circ},4393 - 0^{\circ},0130 T$$

si ha

$$\cos(\delta) \cos(\alpha) = l$$

$$\cos(\delta) \sin(\alpha) = m$$

$$\sin(\delta) = n$$

da cui

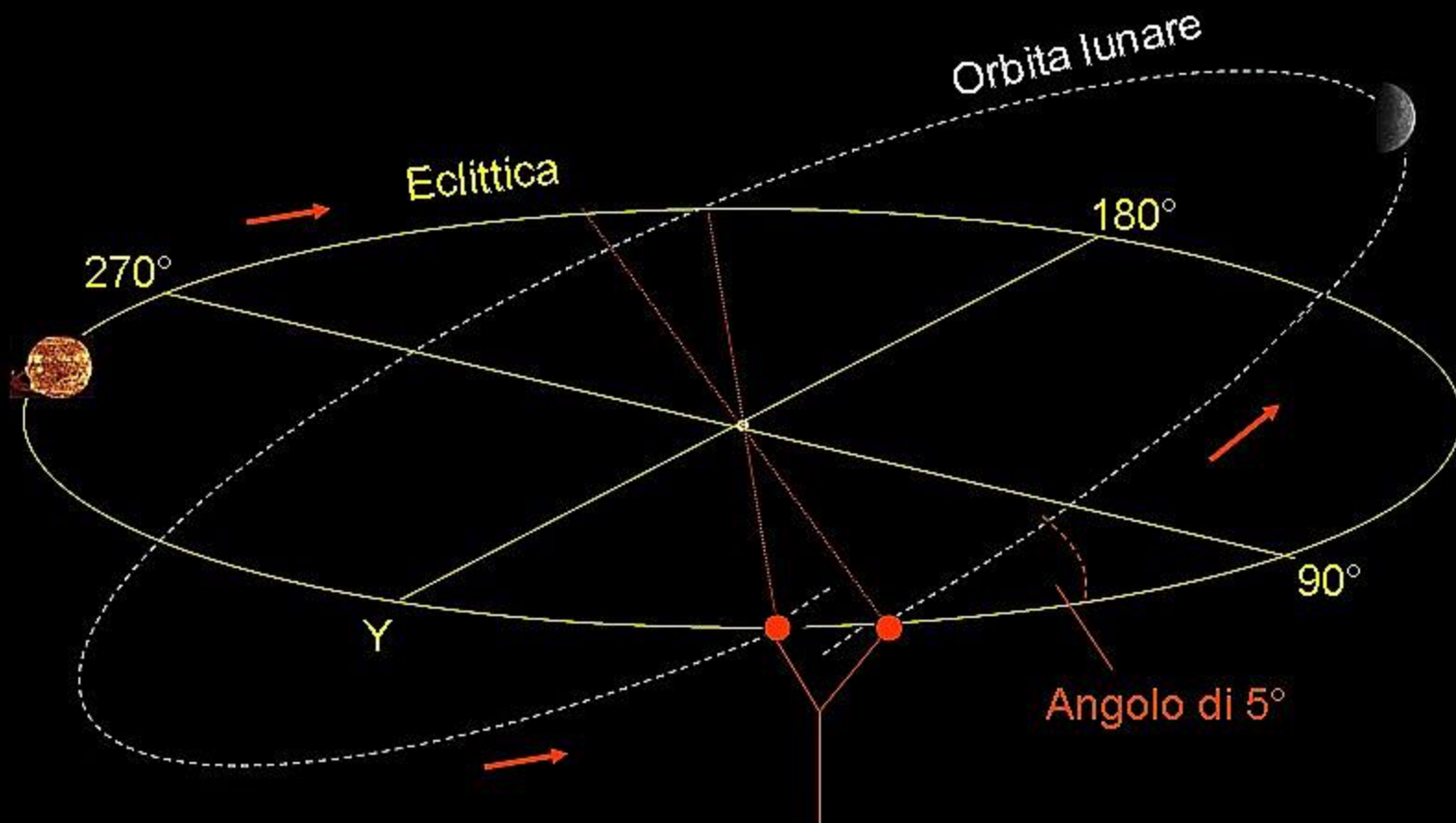
$$\alpha = \arctg(m/l)$$

$$\delta = \arcsen(n)$$

con il quadrante di α individuato dai segni di l ed m .

Infine, le longitudini geocentriche $\lambda_L(t)$ della Luna e $\lambda_S(t)$ del Sole consentono la determinazione delle fasi di Luna nuova, primo quarto, Luna piena e ultimo quarto, calcolando le epoche t per le quali l'eccesso $\lambda_L(t) - \lambda_S(t)$ uguaglia nell'ordine 0° , 90° , 180° e 270° (modulo 360°).

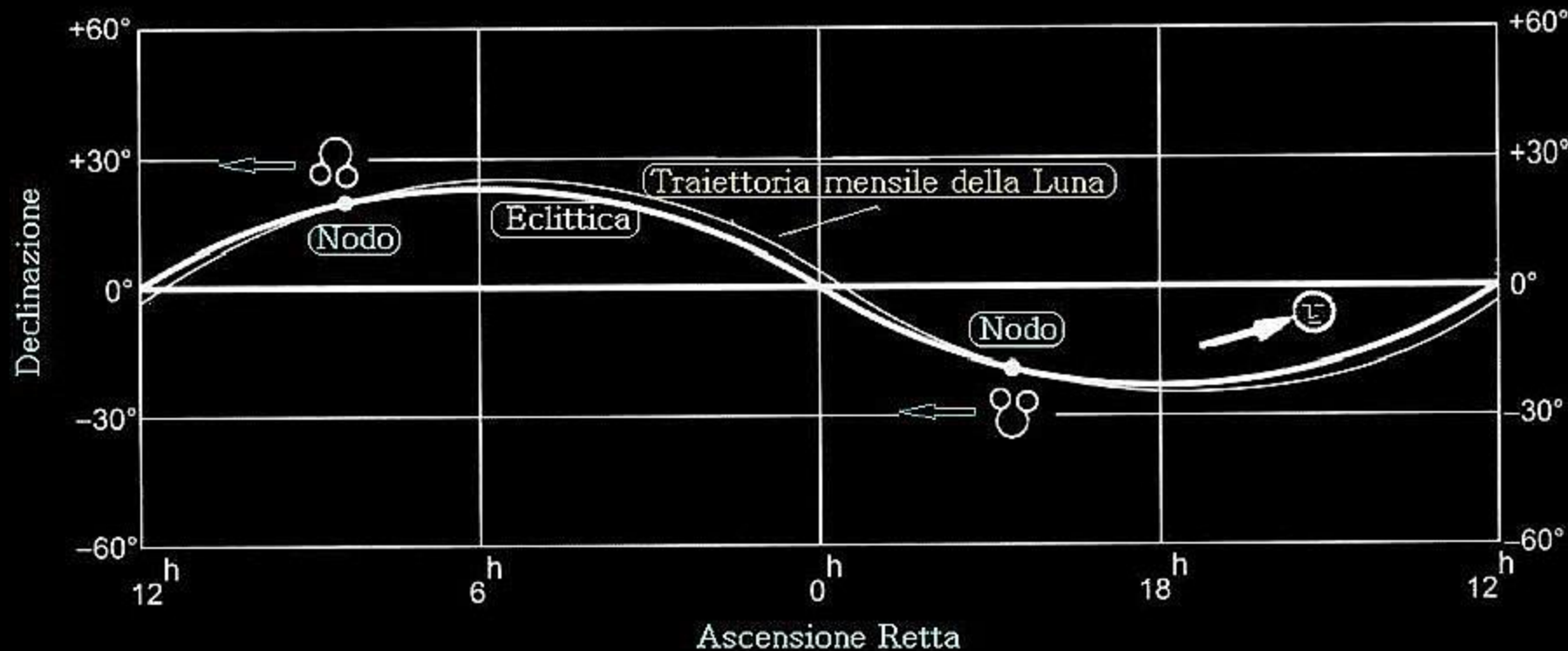
Retrogradazione dei nodi lunari ($P=18.61$ anni)



Retrogradazione dei nodi

$$360^\circ / 18.61 \text{ anni} = 19.3^\circ / \text{anno}$$

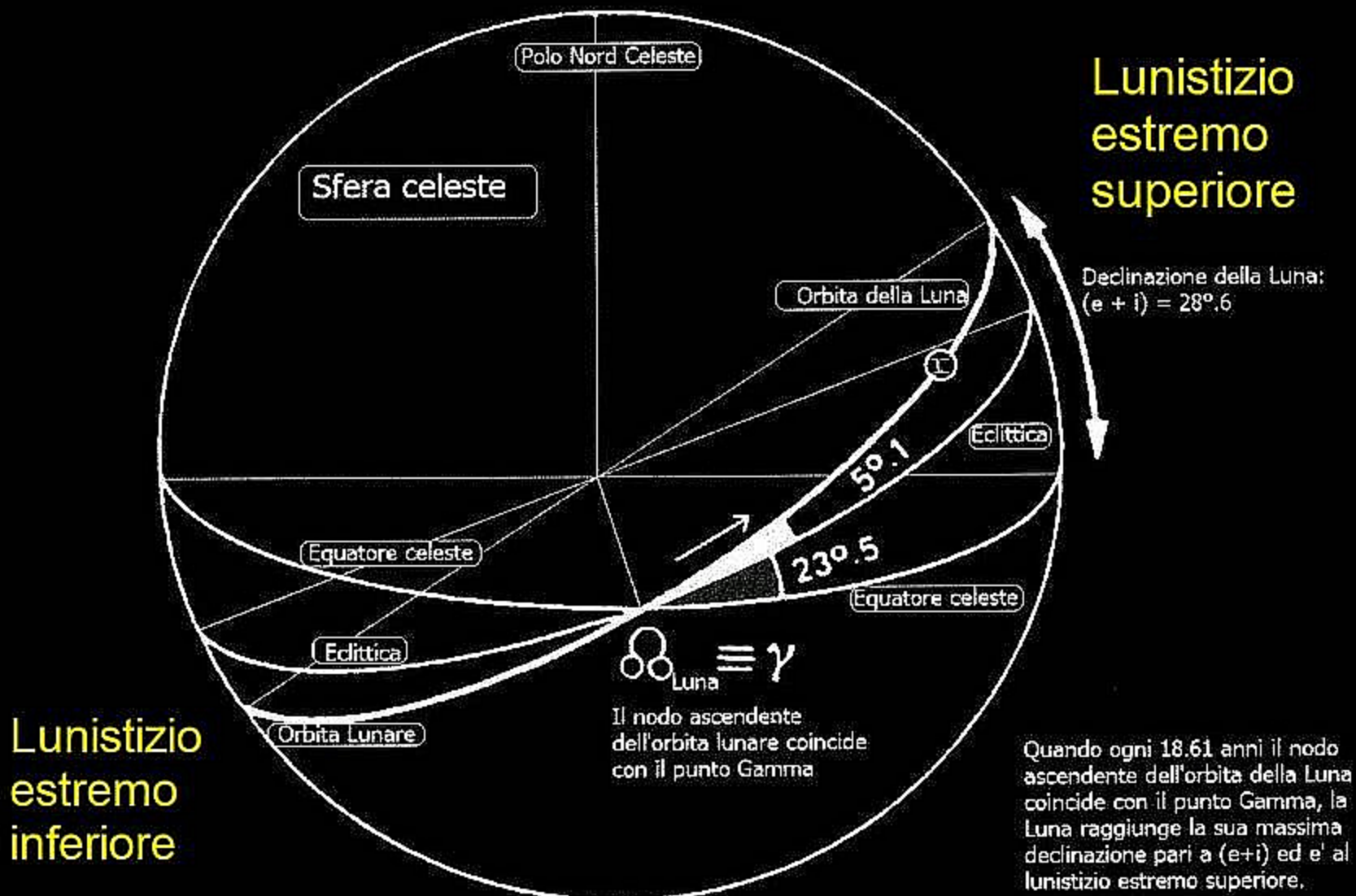
Nodi Lunari



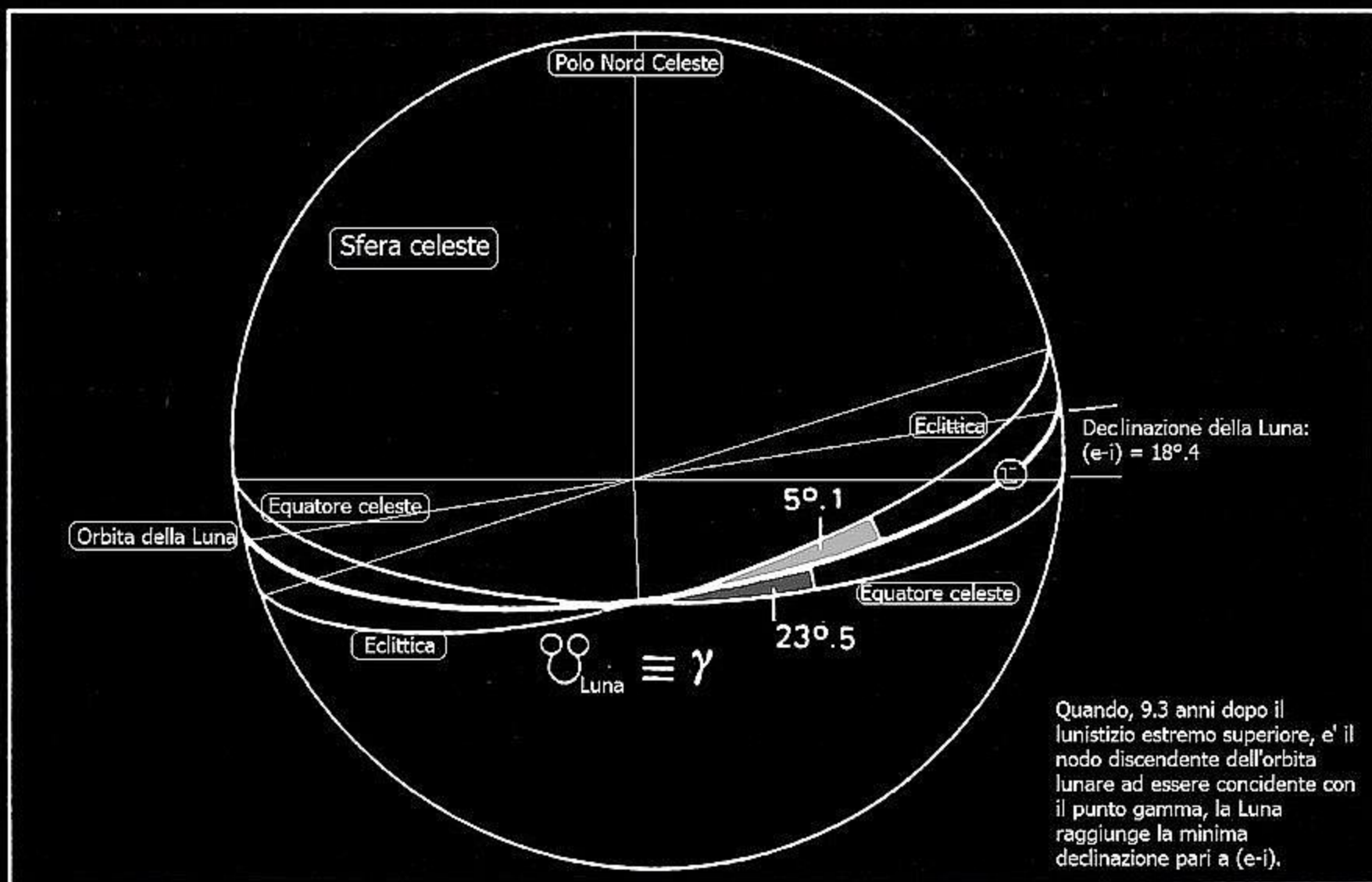
I nodi lunari "**retrogradano**" cioè si muovono in direzione opposta a quella del moto orbitale della Luna

Periodo di retrogradazione: 18.61 anni solari

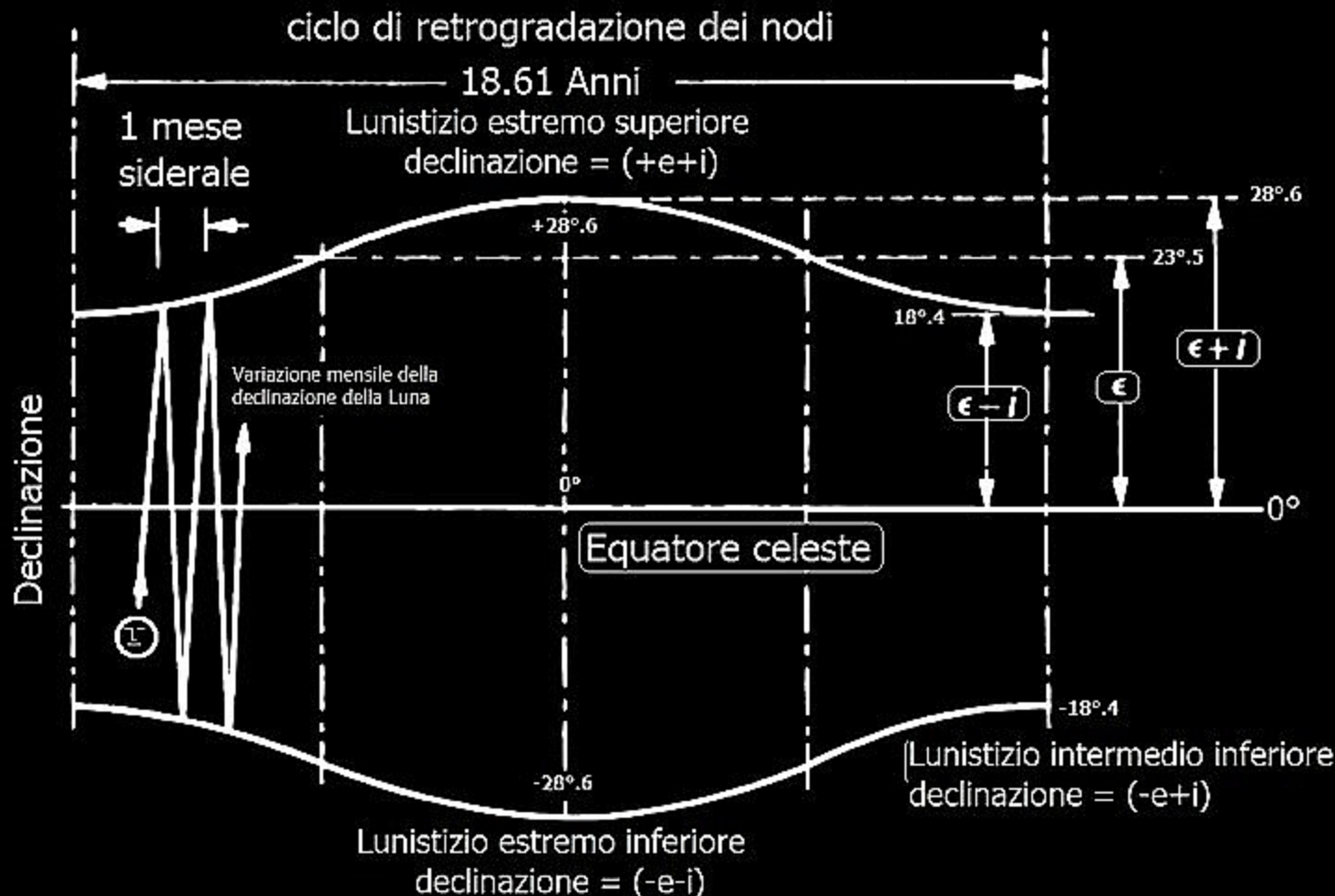
La Luna ai Lunistizi estremi



Lunistizi intermedi



Variazione della declinazione geocentrica della Luna durante il ciclo di retrogradazione dei nodi (18,61 anni)



Variazione periodica della declinazione della Luna in 18.6 anni solari tropici corrispondente ad 1 ciclo di retrogradazione dei nodi. Ogni mese siderale lunare la declinazione della Luna oscilla entro gli estremi stabiliti dalla posizione dei nodi in quel mese ed indicati, nella figura, dalle due curve simmetriche poste una sopra ed una sotto la linea dell'equatore celeste. I valori di massima e minima declinazione lunare sono soggetti anche ad una variazione periodica con un periodo pari a 173.3 giorni a causa della variazione dell'inclinazione della sua orbita.

La declinazione geocentrica della Luna su un periodo lunistiziale di 18.61 anni solari tropici

$$\delta = \left(\varepsilon + i \cos \left[\frac{360^\circ}{P_r} t \right] + \Delta i \cos \left[\frac{360^\circ}{P_i} t \right] \right) \cos \left[\frac{360^\circ}{P_d} t \right] + \dots$$

dove t è il tempo espresso in giorni solari medi partendo dalla data di un lunistizio estremo superiore quando $\lambda(N)=0$ e quindi $\odot \equiv \gamma_{\text{luna}}$ e allora $\delta = (+\varepsilon + i)$ e dove:

ε = obliquità edl'eclittica; $\varepsilon = 23^\circ, 45$

i = inclinazione media dell'orbita lunare; $i = 5^\circ, 145$

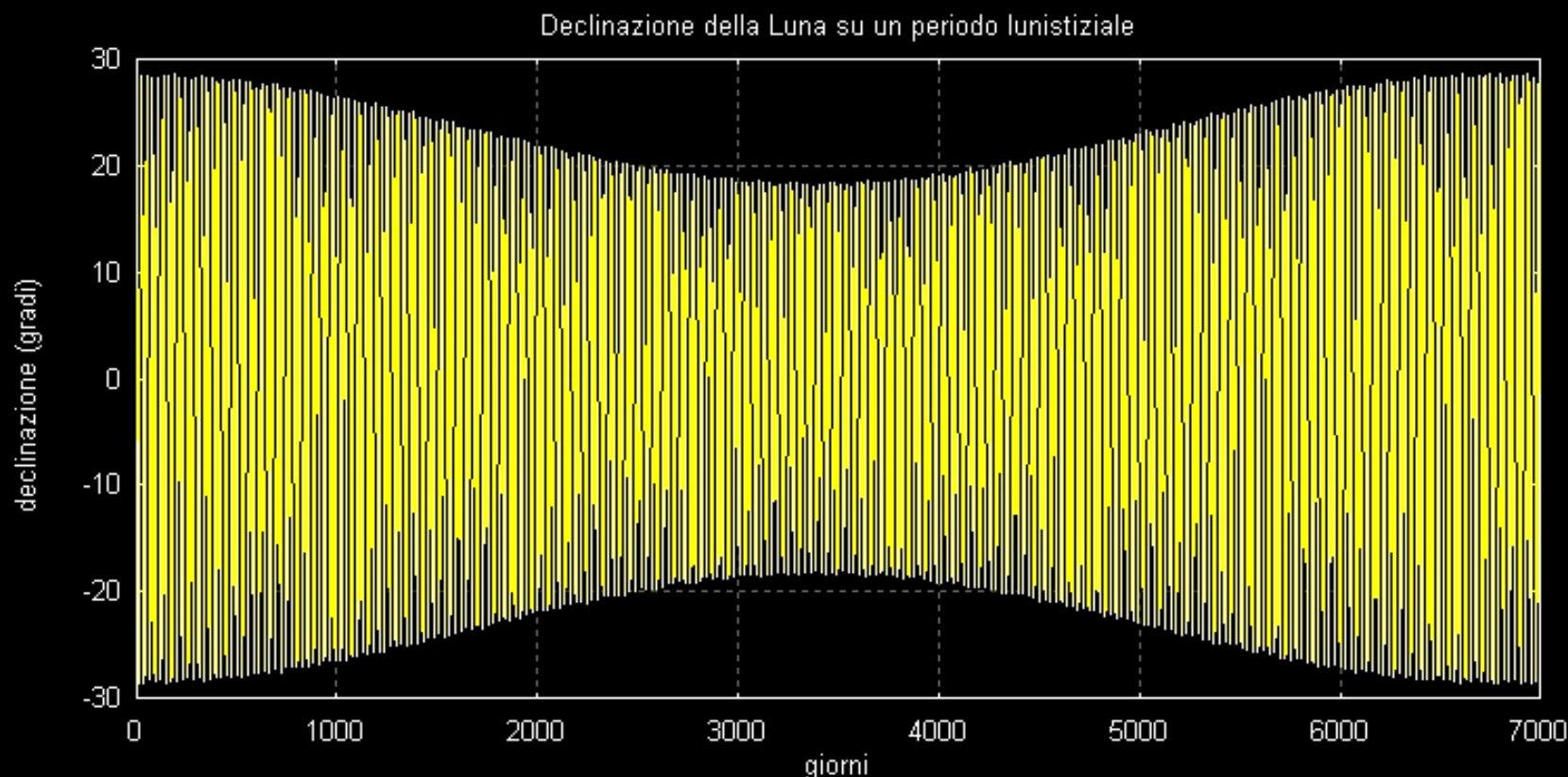
Δi = semiampiezza di variazione dell'inclinazione dell'orbita della Luna; $\Delta i = 0^\circ, 145$

P_r = periodo di retragradazione dei nodi = 18,61 anni solari tropici, $P_r = 6797,15$ giorni

P_i = semiperiodo latitudinale; $P_i = 173,3$ giorni solari medi

P_d = periodo (mese) draconitico della Luna; $P_d = 27,21$ giorni solari medi

La declinazione geocentrica della Luna su un periodo lunistiziale di 18.61 anni solari tropici



Se le funzioni trigonometriche sono calcolate in radianti allora si ha:

$$\text{Decl} = (23.45 + 5.145 \cdot \cos(0.000925 \cdot x) + 0.145 \cdot \cos(0.036256 \cdot x)) \cdot \cos(0.230915 \cdot x)$$

Declinazione lunistiziale della Luna

Epoca	ϵ	$\epsilon + i$	$\epsilon - i$
- 4000	24°,11	29°,26	18°,96
- 3500	24°,07	29°,22	18°,92
- 3000	24°,02	29°,17	18°,87
- 2500	23°,98	29°,13	18°,83
- 2000	23°,92	29°,07	18°,77
- 1500	23°,87	29°,02	18°,72
- 1000	23°,81	28°,96	18°,66
- 500	23°,76	28°,91	18°,61
000	23°,69	28°,84	18°,54
+ 500	23°,63	28°,78	18°,48
+ 1000	23°,57	28°,72	18°,42
+ 1500	23°,50	28°,65	18°,35
+ 2000	23°,44	28°,59	18°,29

Lunistizi superiori

Lunistizi inferiori

$$\delta = +\varepsilon + i$$

$$\delta = +\varepsilon - i$$

$$\delta = -\varepsilon + i$$

$$\delta = -\varepsilon - i$$

E

O

N

S

$$\delta = +\varepsilon + i$$

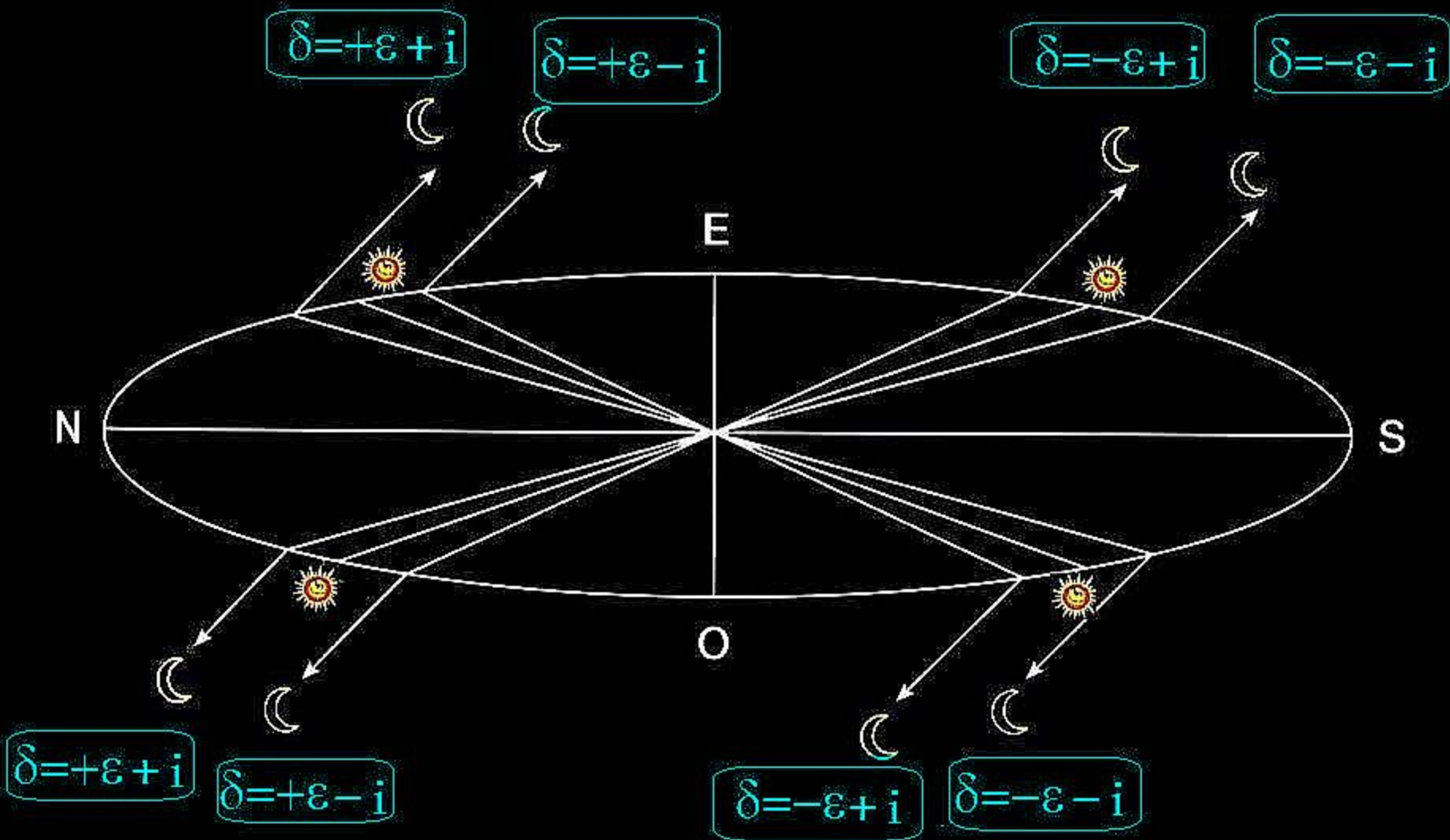
$$\delta = +\varepsilon - i$$

$$\delta = -\varepsilon + i$$

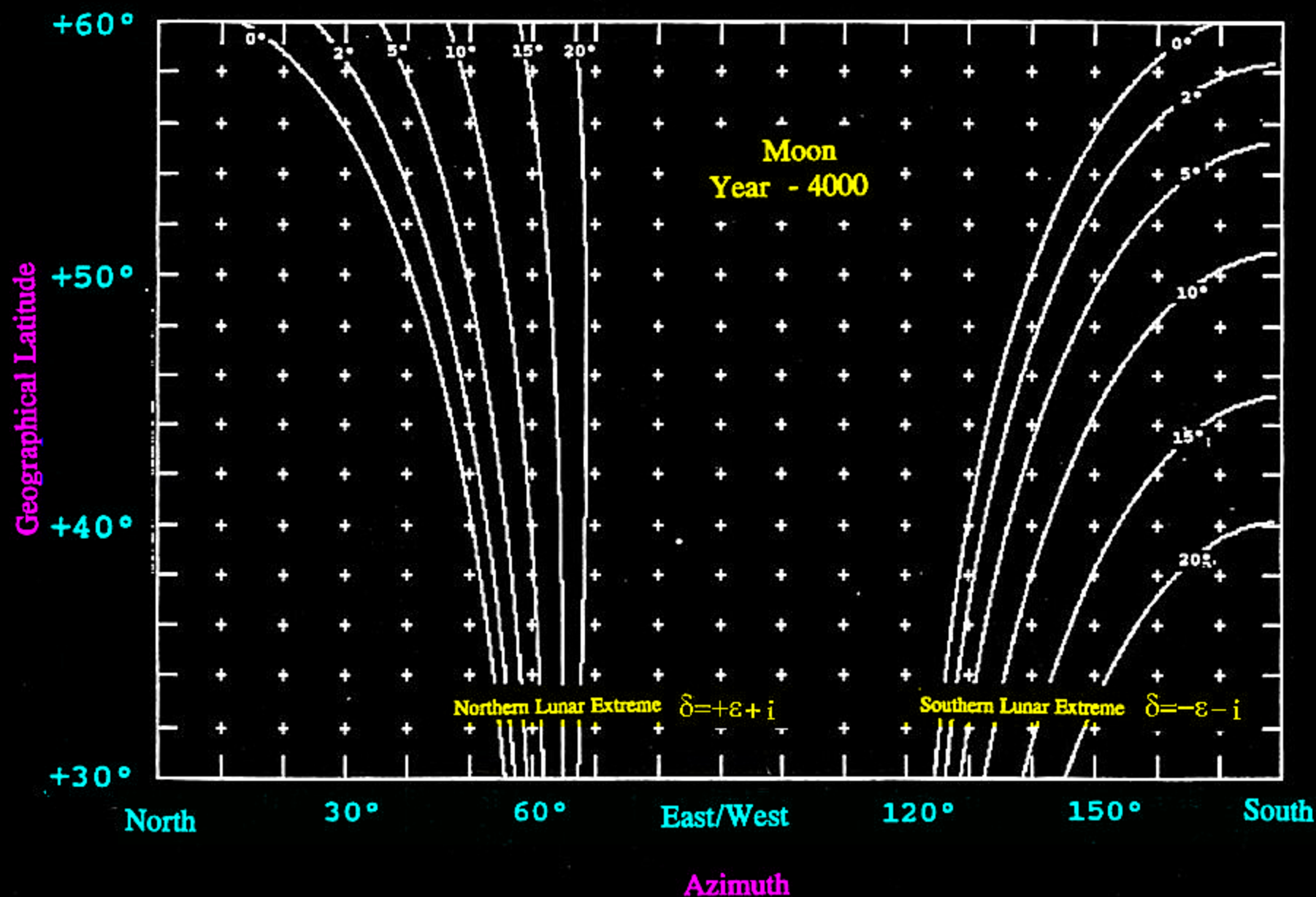
$$\delta = -\varepsilon - i$$

Lunistizi superiori

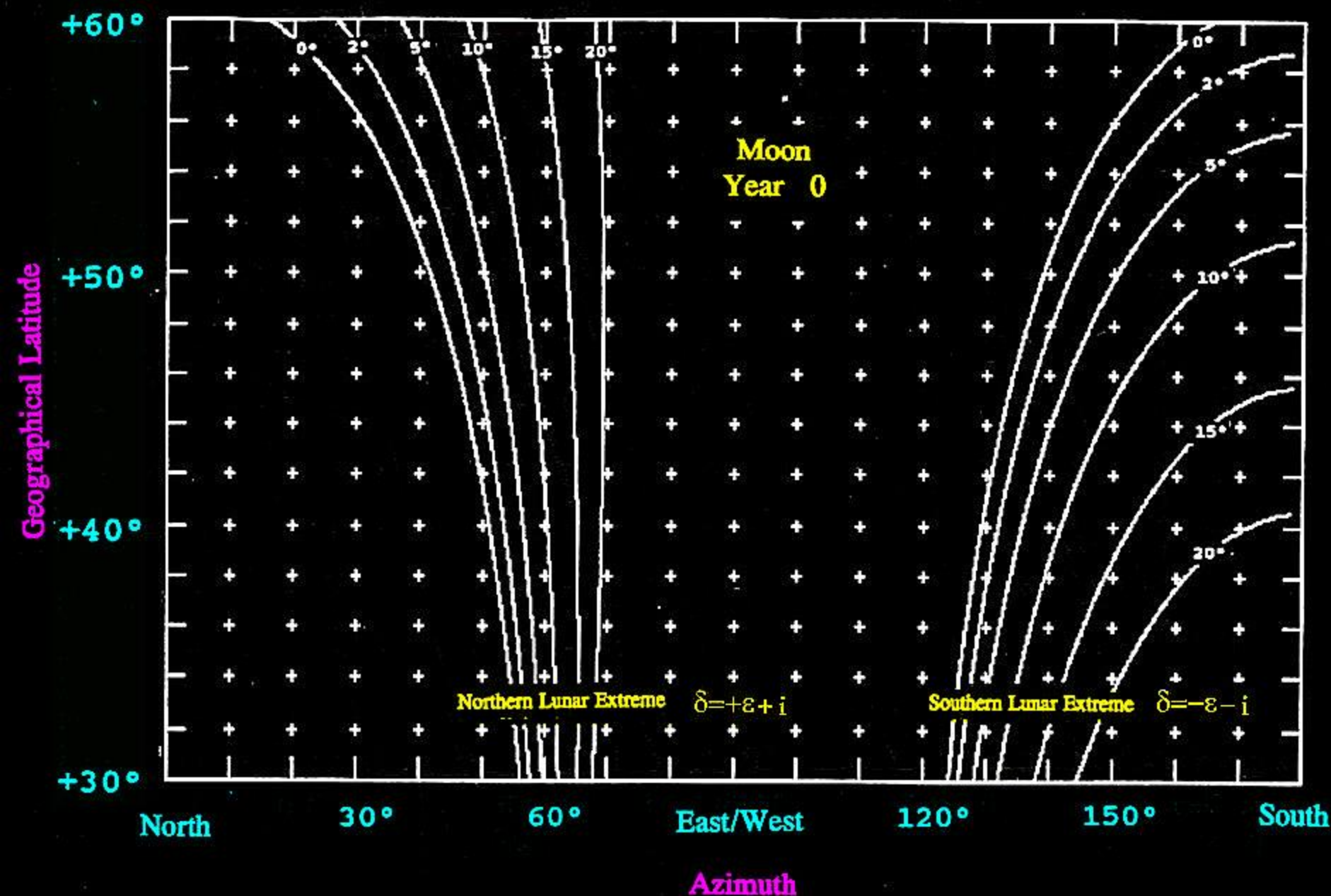
Lunistizi inferiori



Azimut Astronomico di sorgere/tramontare della Luna



Azimut Astronomico di sorgere/tramontare della Luna



Le Stelle

La Precessione lunisolare

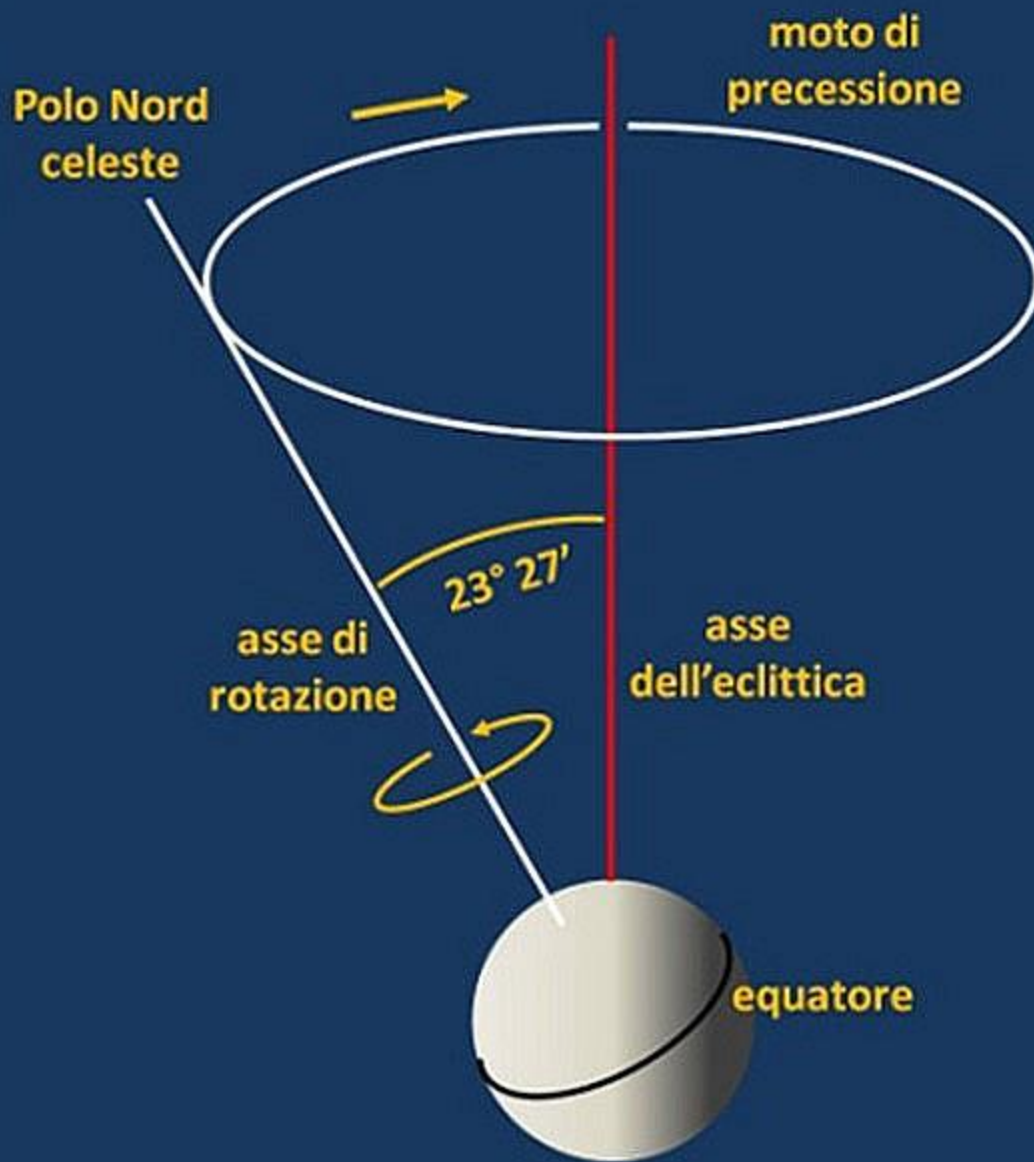


Precessione degli equinozi

L'asse terrestre ha un'inclinazione variabile tra i $22,5^\circ$ e i $24,5^\circ$ in quanto esso si muove descrivendo una circonferenza completa in 25 800 anni (52'' annui).

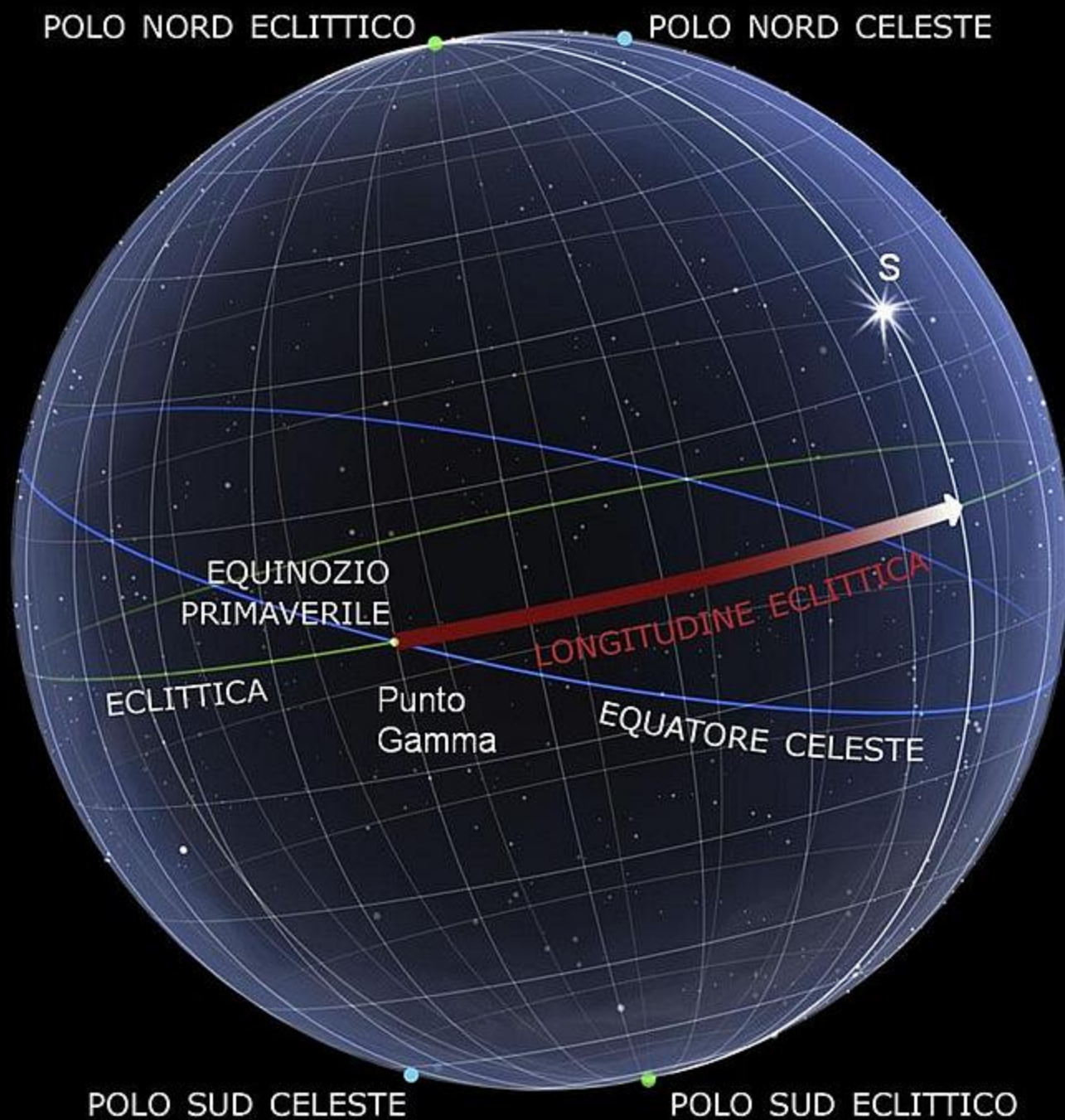
Il moto è dovuto all'attrazione gravitazionale esercitata sulla Terra dal Sole e dalla Luna

La Precessione Lunisolare

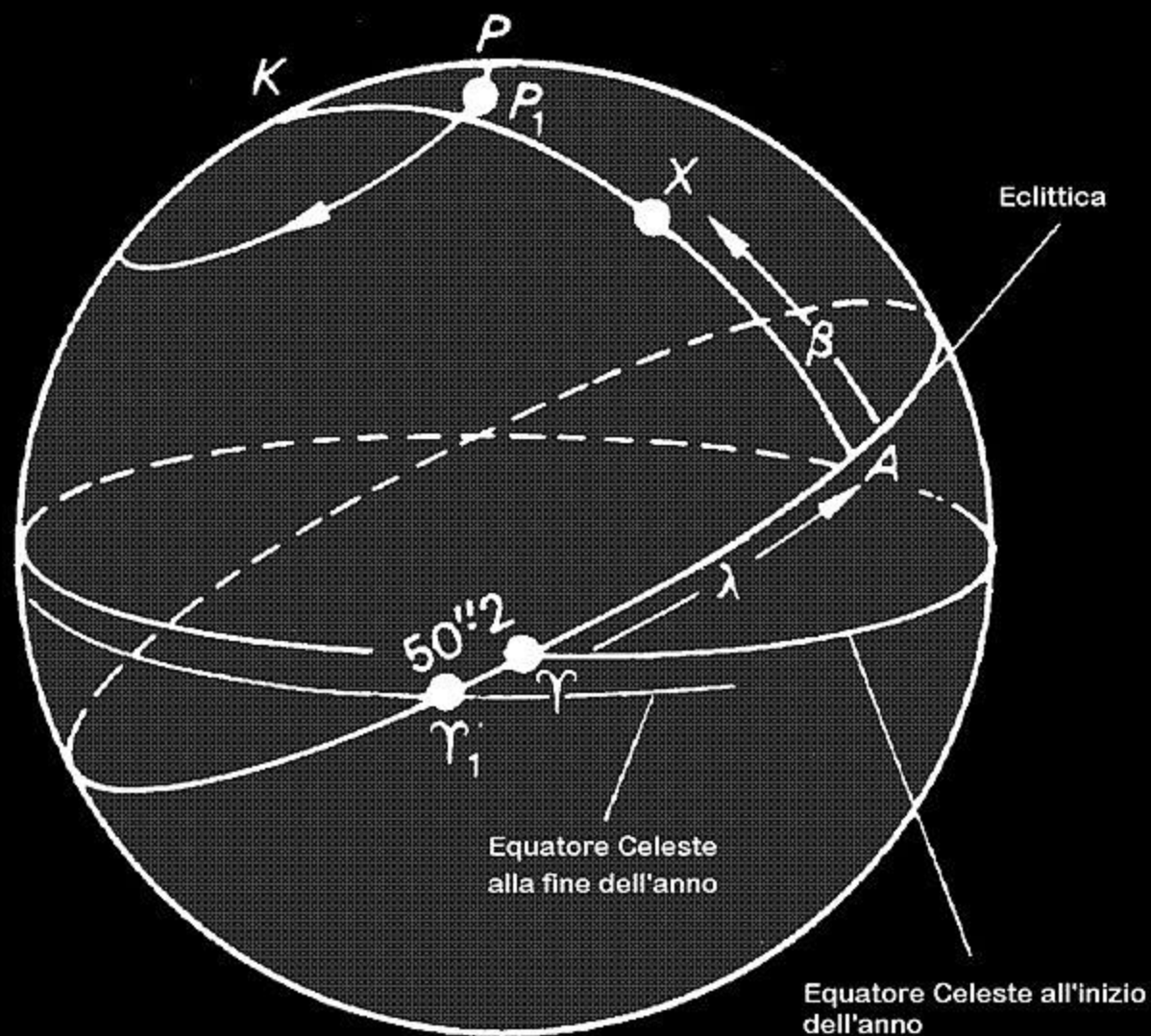


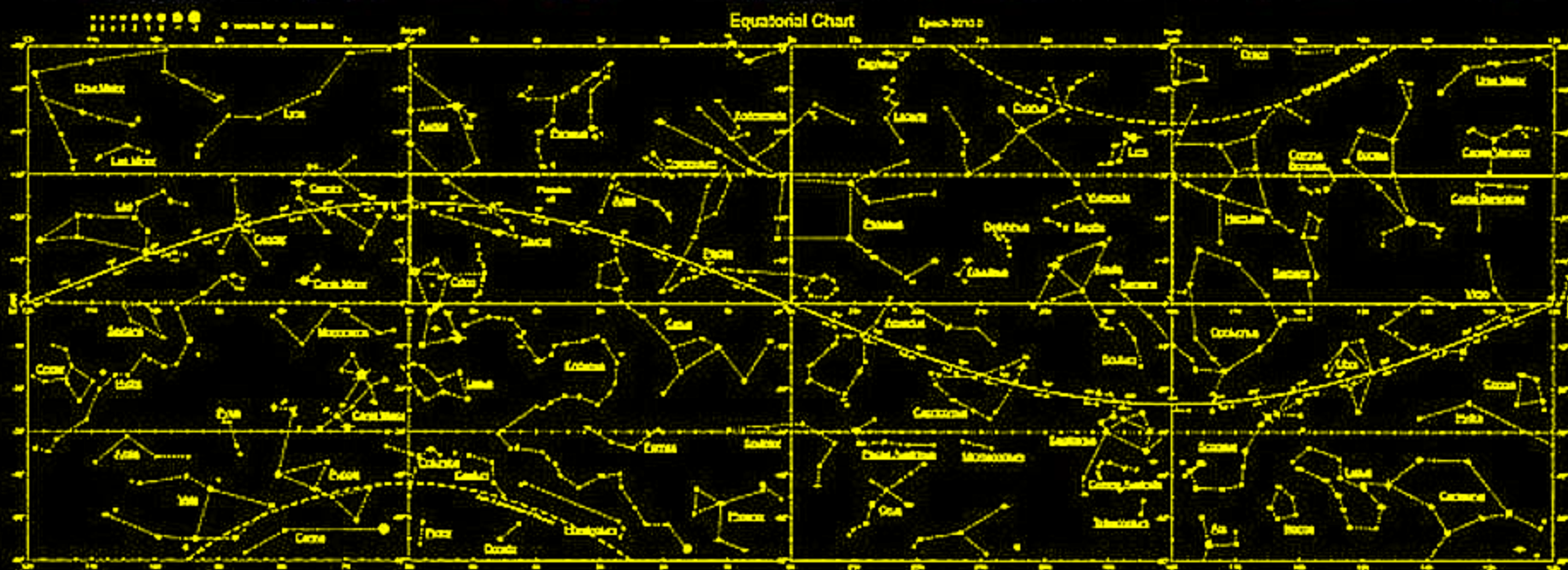
Questo moto giroscopico è causato dalle forze di marea esercitate, con effetti pressoché equivalenti, dal Sole e dalla Luna sulla terraferma ed è associato al fatto che la Terra non è una sfera perfetta, ma presenta un rigonfiamento all'equatore.

Inoltre, l'ellisse orbitale è soggetta essa stessa a precessione, principalmente a causa delle interazioni con Giove e Saturno.



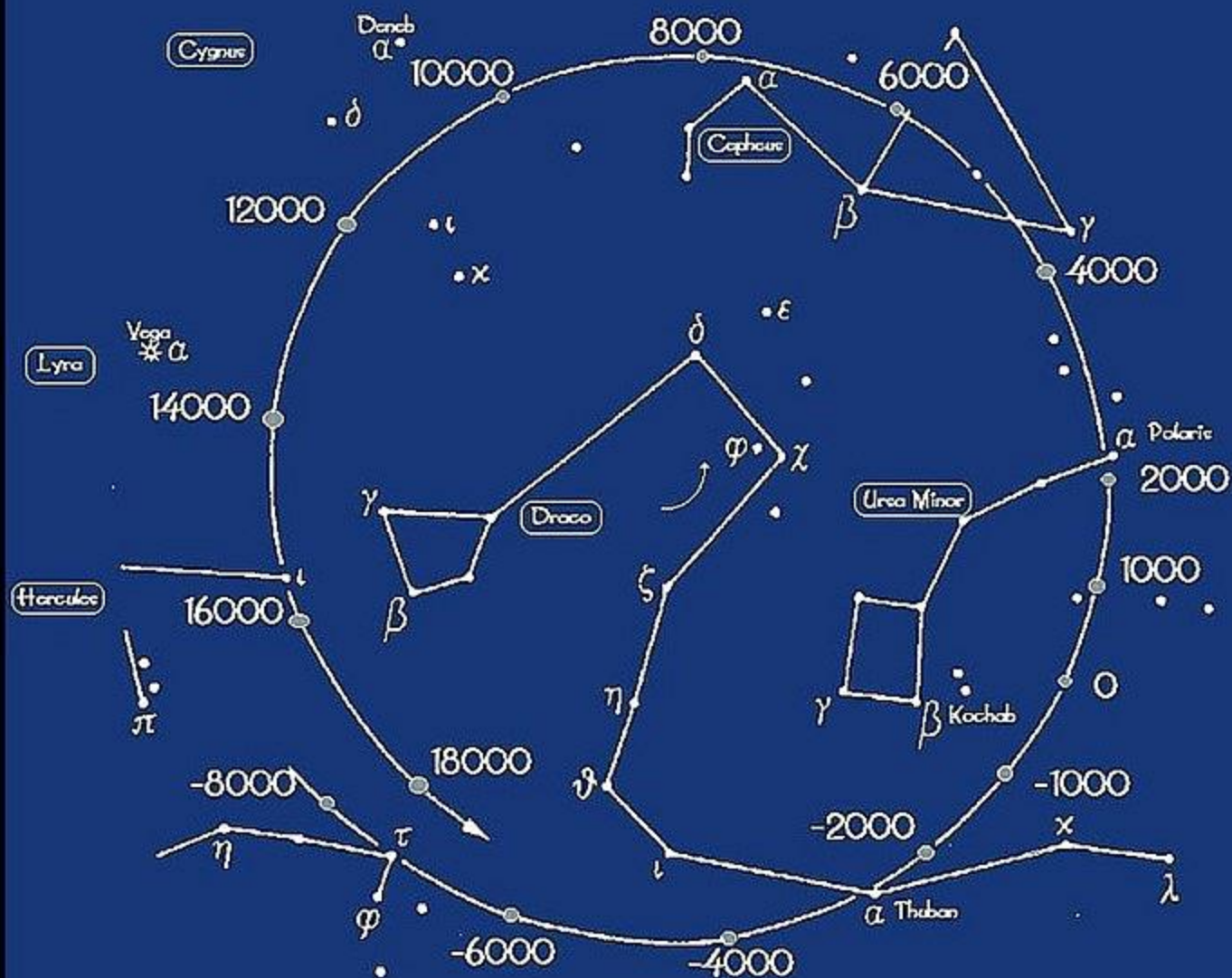
**Variazione della
posizione del punto
Equinoziale Primaverile
per effetto della
Precessione**





Direzione di spostamento delle
costellazioni per effetto della
precessione

Polo Nord Celeste



Variazione delle coordinate equatoriali α, δ delle stelle e dell'Azimut Az di sorgere/tramonto

Siano α e δ le coordinate equatoriali di una stella e $\lambda(t_0)$ la sua longitudine eclittica al tempo t_0 , allora la longitudine eclittica $\lambda(t)$ al tempo t sarà data da:

$$\lambda(t) = \lambda(t_0) + \frac{360^\circ}{26000} \cdot (t - t_0) + \dots$$

con il tempo t espresso in anni solari tropici contati dall'anno 0.

stabilito che:

$$\Delta\lambda = \lambda(t) - \lambda(t_0)$$

allora le coordinate equatoriali $\alpha(t)$ e $\delta(t)$ della stella al tempo t passato o futuro saranno date da:

$$\alpha(t) = \alpha(t_0) + \Delta\alpha$$

con:

$$\Delta\alpha = \Delta\lambda \cdot [\cos(\varepsilon) + \sin(\varepsilon) \sin(\alpha) \tan(\delta)]$$

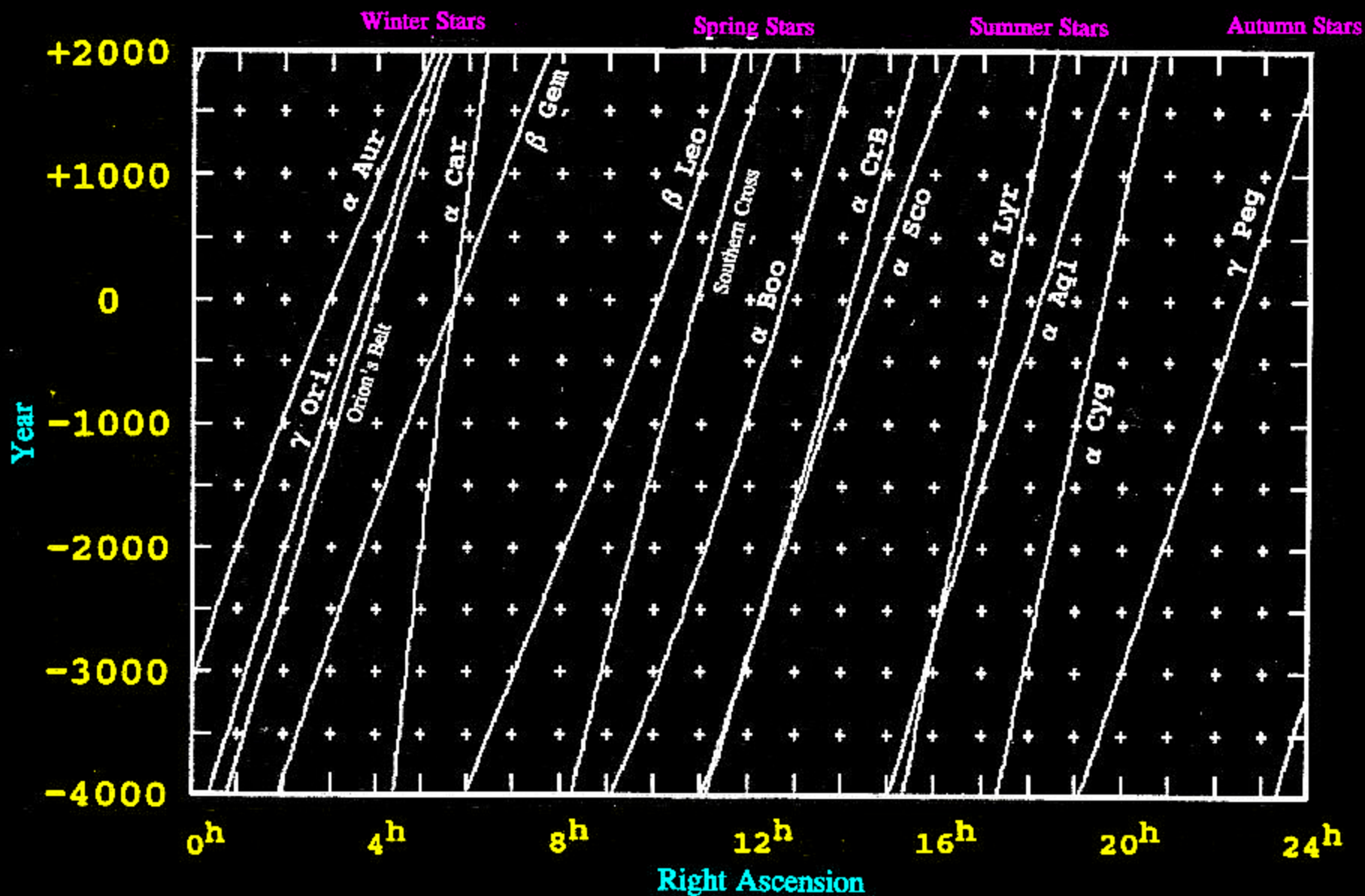
e

$$\delta(t) = \delta(t_0) + \Delta\delta$$

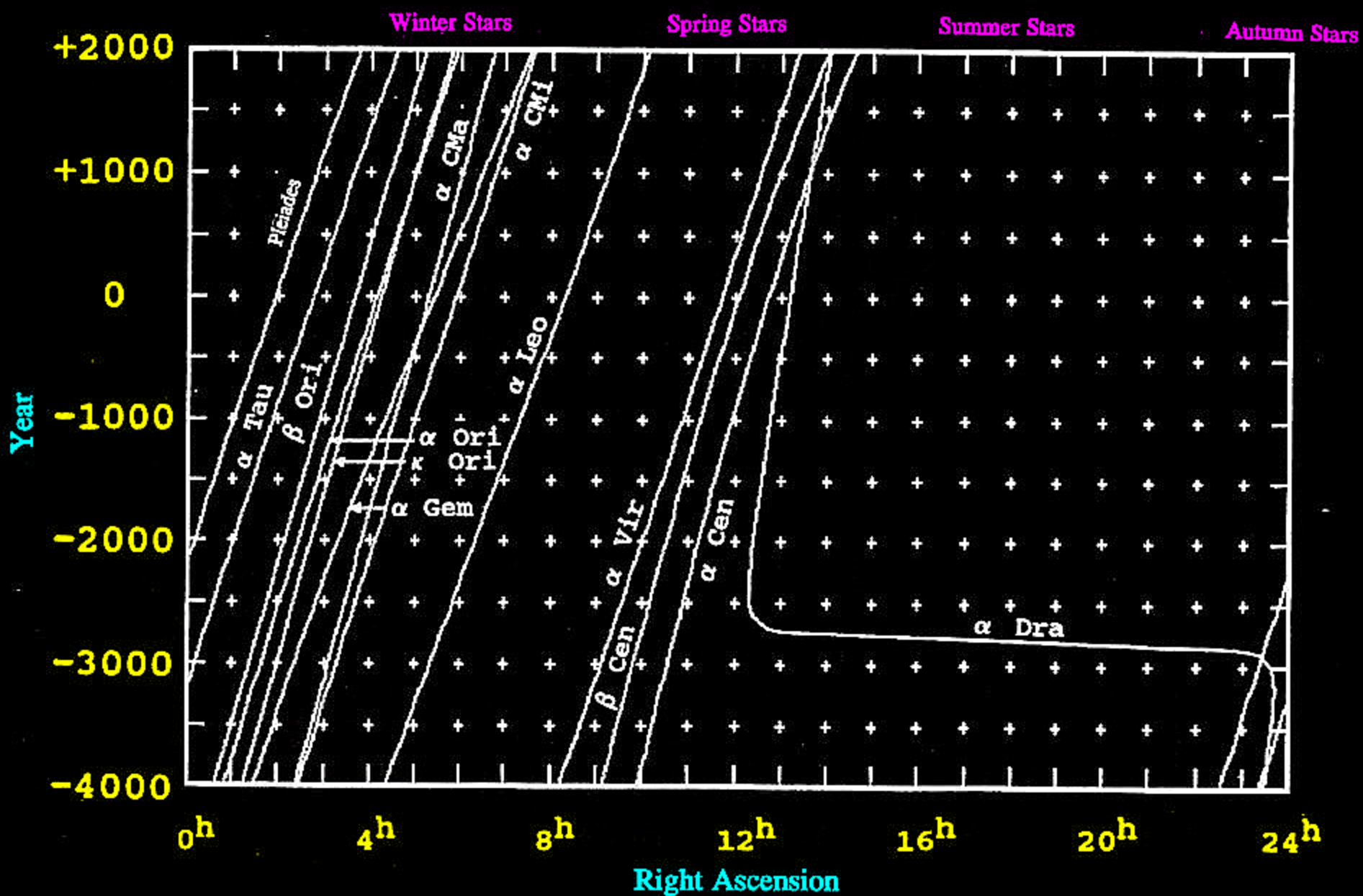
con:

$$\Delta\delta = \Delta\lambda \cdot \sin(\varepsilon) \cos(\alpha)$$

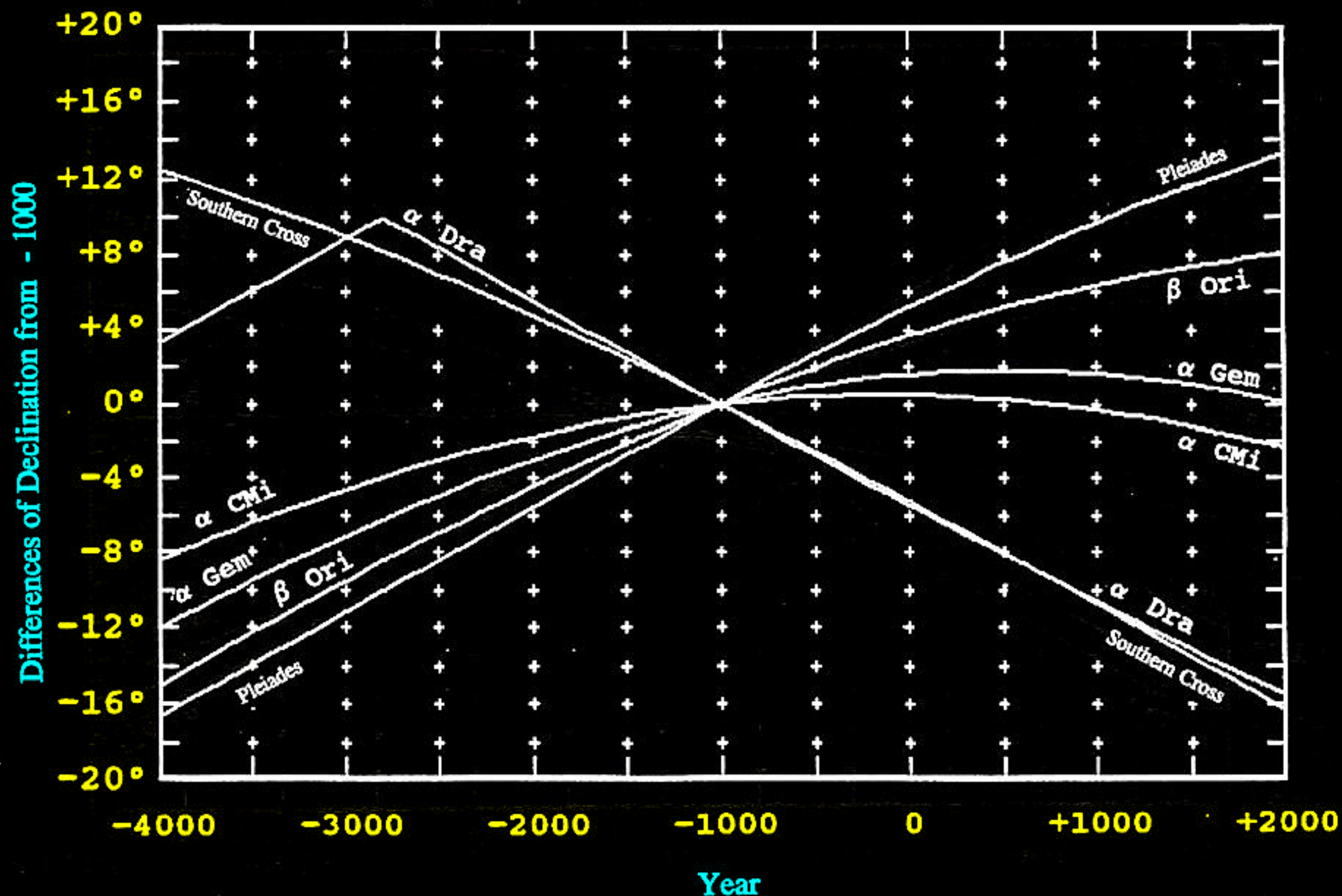
Variazione dell'Ascensione Retta delle Stelle



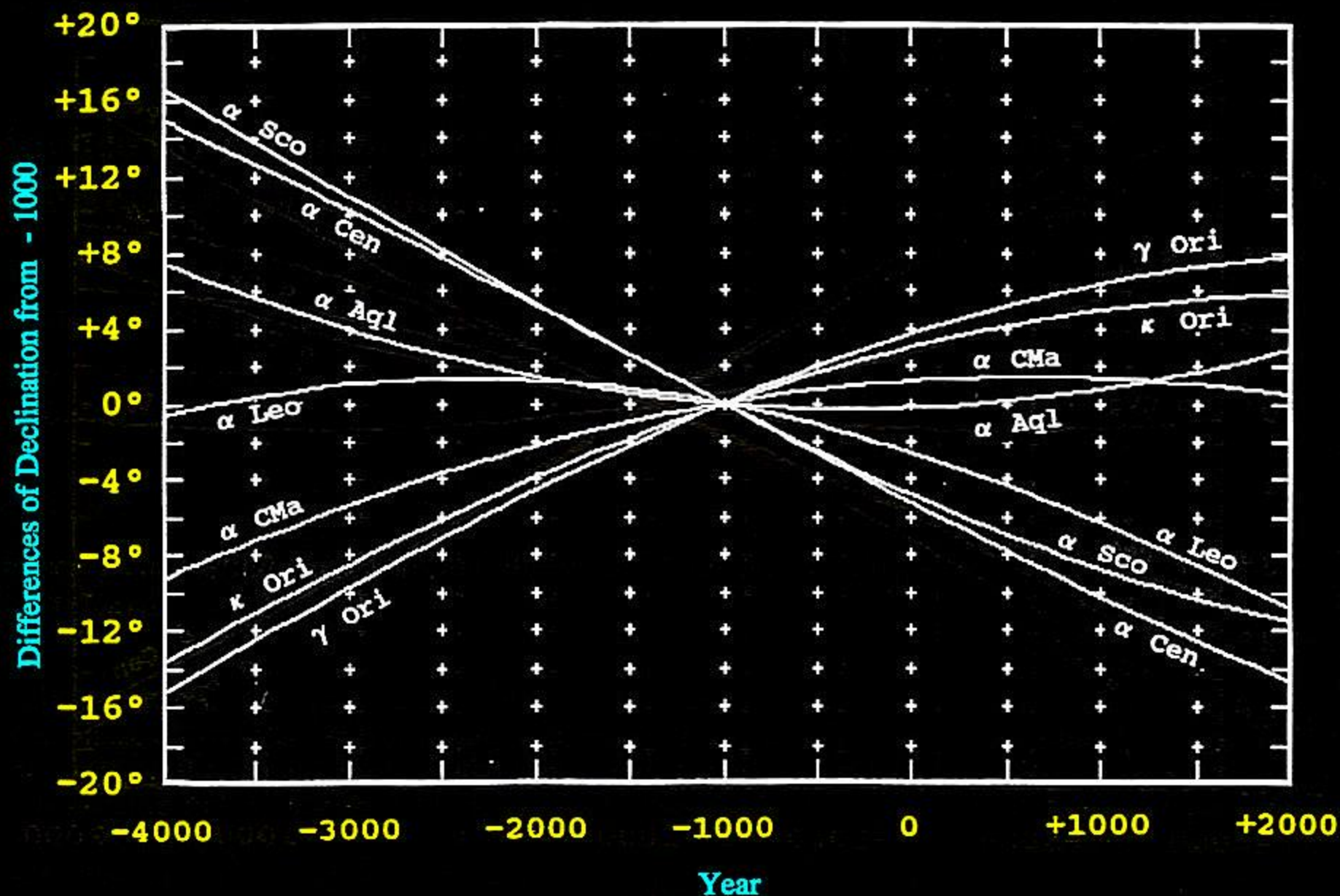
Variazione dell'Ascensione Retta delle Stelle



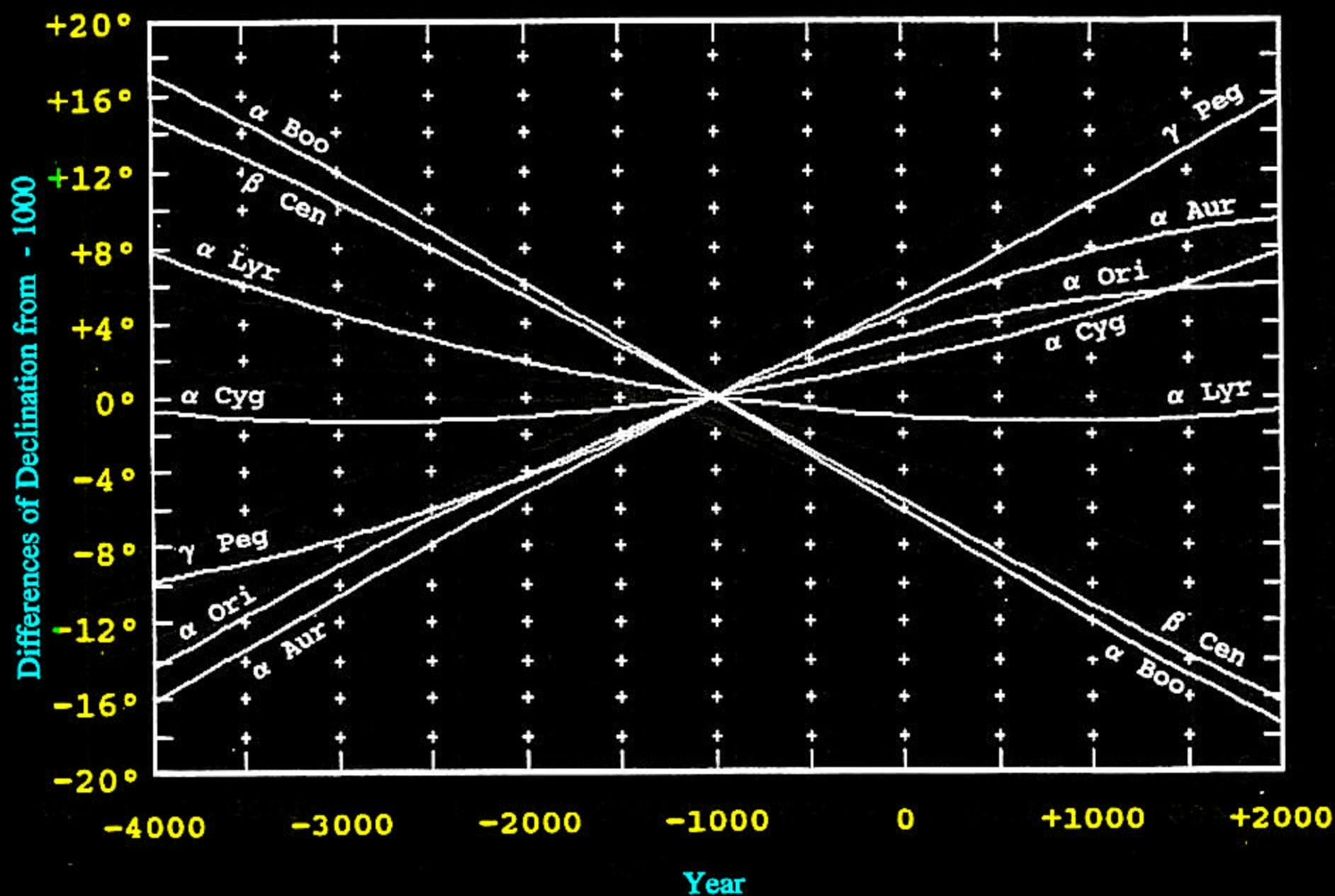
Variazione della Declinazione delle Stelle



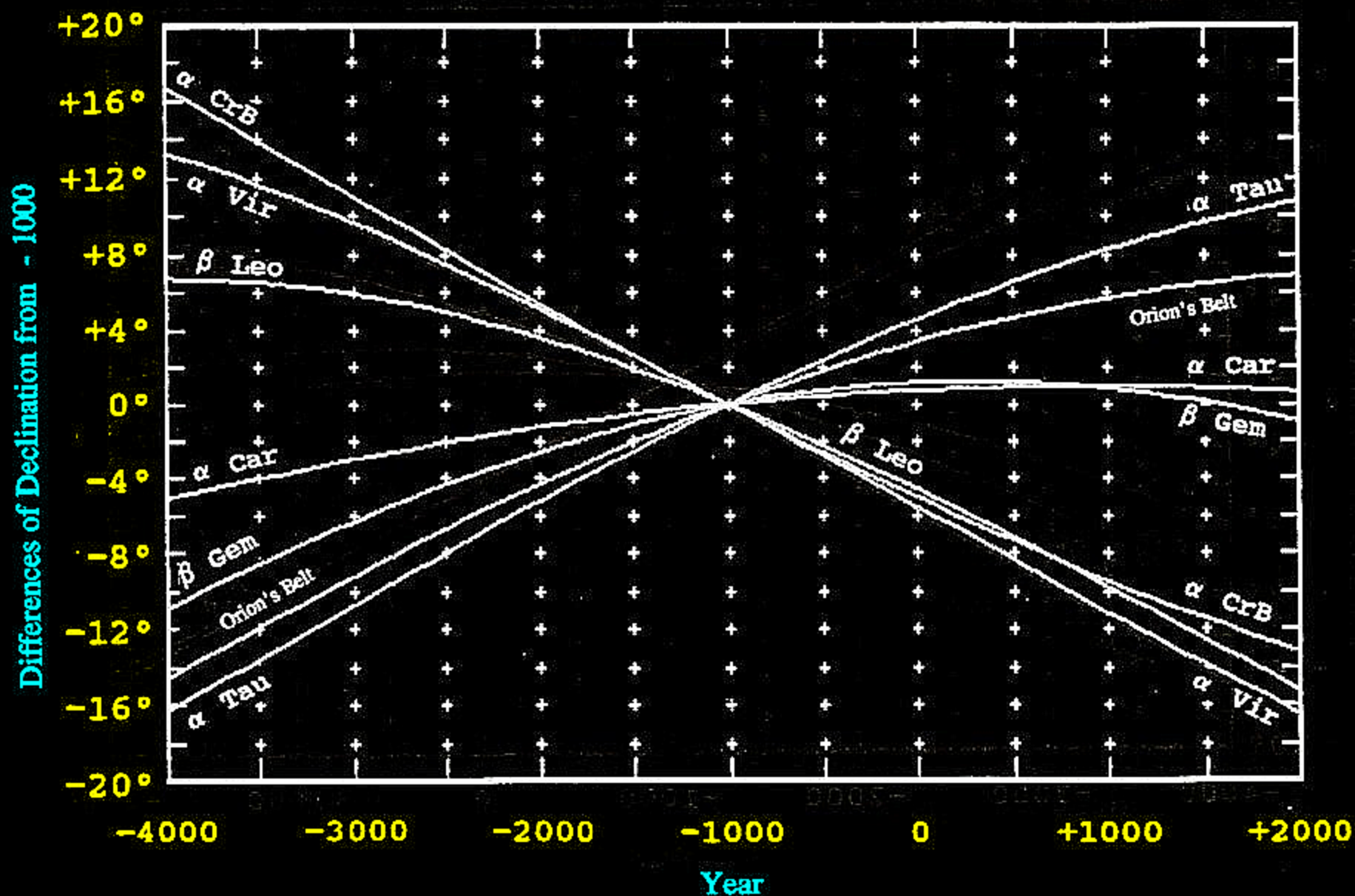
Variazione della Declinazione delle Stelle



Variazione della Declinazione delle Stelle



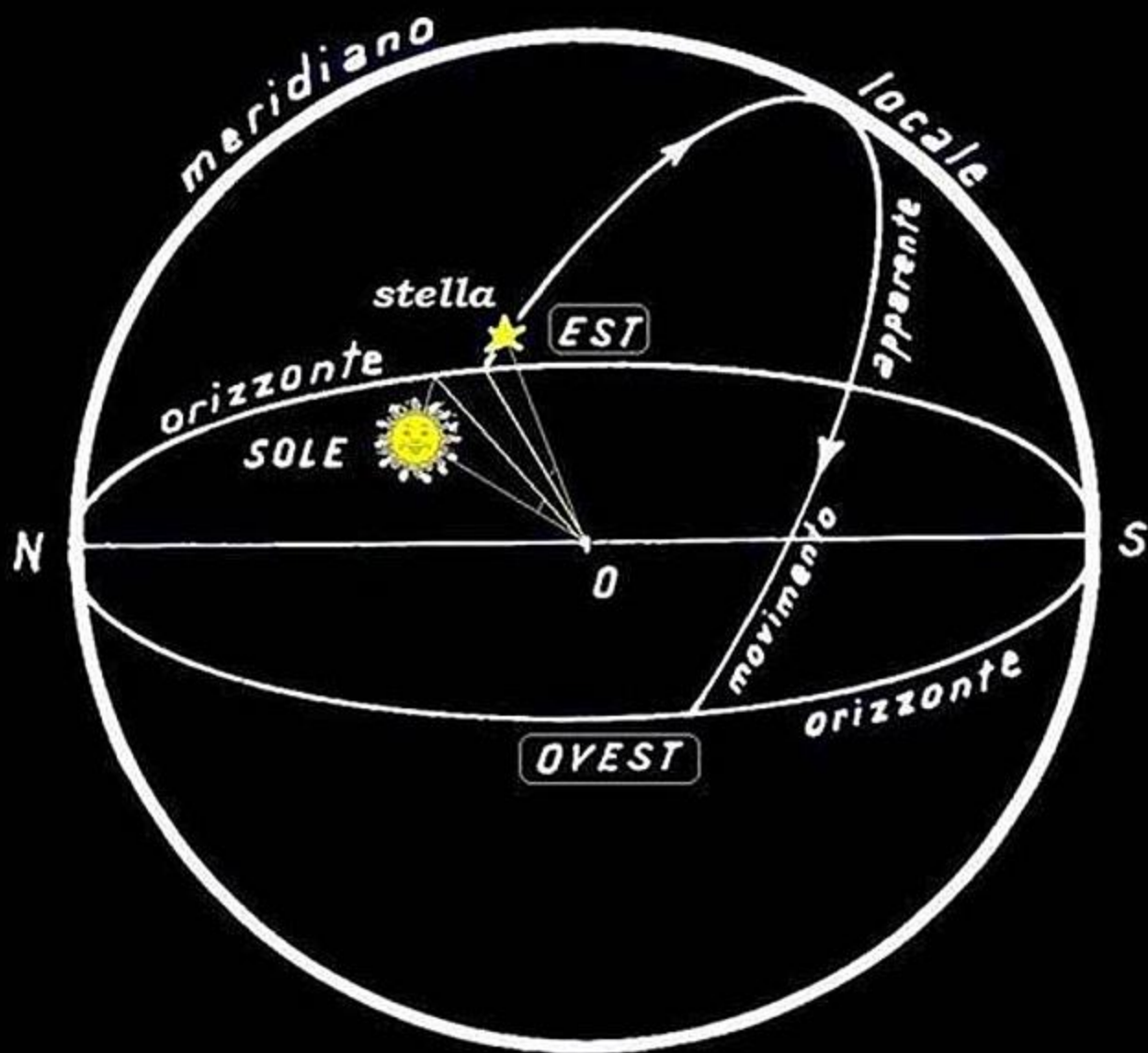
Variazione della Declinazione delle Stelle



Coordinate Equatoriali riferite all'anno -1000

Star		Declination	Star		Declination
Name	Magnitude	for -1000	Name	Magnitude	for -1000
α Aql (Altair)	0.8 ^m	5.95°	α Leo (Regulus)	1.4 ^m	22.85°
α Aur (Capella)	0.1	36.53	β Leo (Denebola)	2.1	29.89
α Boo (Arcturus)	0.0	36.64	α Lyr (Vega)	0.0	39.57
α CMa (Sirius)	-1.5	-17.18	α Ori (Betelgeuse)	0.5	1.42
α CMi (Procyon)	0.4	7.57	β Ori (Rigel)	0.1	-16.26
α Car (Canopus)	-0.7	-53.37	γ Ori (Bellatrix)	1.6	-1.50
α Cen	-0.3	-46.12	Orion's Belt (mean of the three stars)		-7.77
β Cen	0.6	-44.09	κ Ori	2.1	-15.51
α CrB (Gemma)	2.2	39.91	γ Peg (Algenib)	2.8	-0.70
Southern Cross (center of quadrangle)		-43.33	α Sco (Antares)	1.0	-14.87
α Cyg (Deneb)	1.3	37.55	α Tau (Aldebaran)	0.9	5.67
α Dra (Thuban)	3.7	79.94	Pleiades (η Tau)		10.77
α Gem (Castor)	0.8	31.79	α Vir (Spica)	1.0	5.35
β Gem (Pollux)	1.1	28.98			

Fenomeni Stellari Eliaci e Acronici

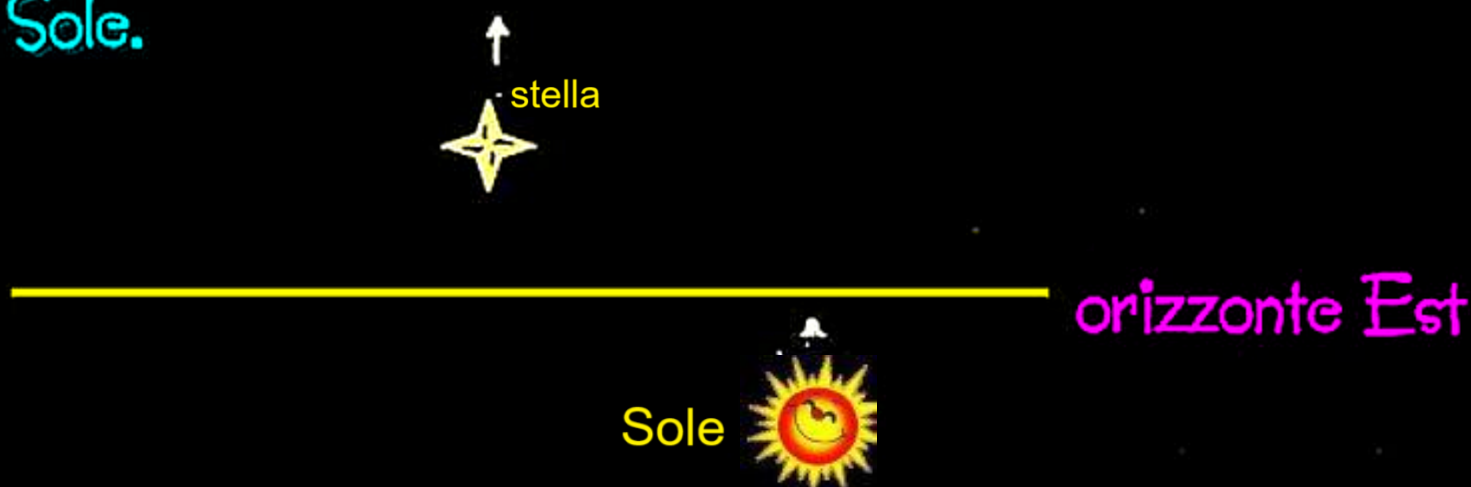


Levata Eliaca

Fenomeni stellari importanti

Levata Eliaca

- o) La Levata Eliaca di una stella si riferisce al primo giorno di visibilita' dell'oggetto prima del sorgere del Sole.



Levata Eliaca

• stella

EST

Orizzonte astronomico locale

Sole



Levata Acronica

- o) La Levata Acronica di una stella si riferisce al primo sorgere dell'oggetto, all'orizzonte Est appena dopo il tramonto del Sole.



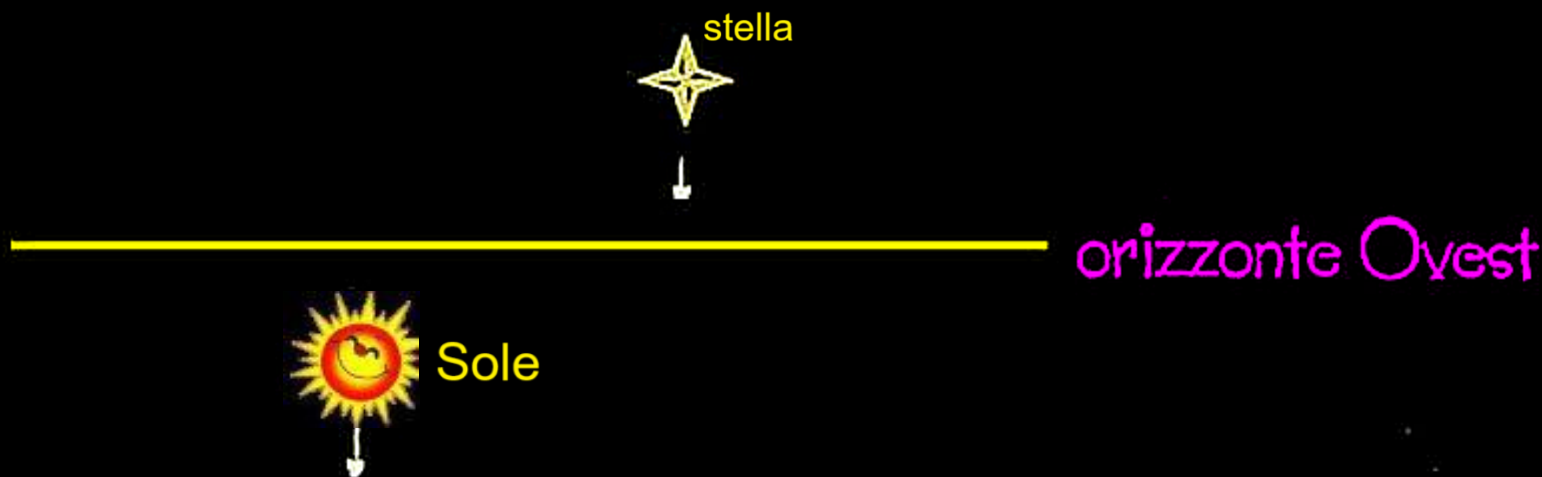
Tramonto Acrónico

- o) Il Tramonto Acrónico di una stella si riferisce al tramontare dell'oggetto, all'orizzonte Ovest appena prima del sorgere del Sole.



Tramonto Eliaco

- o) Il Tramonto Eliaco di una stella si riferisce al primo giorno di visibilita' dell'oggetto appena dopo il tramonto del Sole.



Tramonto eliaco

• stella

Orizzonte astronomico locale



Sole

OVEST

Fenomeni eliaci delle stelle

Data di Levata Eliaca (Heliacal Rising)

$$T(HR) = T_o(HR) + 0,014 \cdot (Y - Y_o) + 0,92 \cdot (f + f_o) + 23 \cdot (K - K_o) + \dots$$

Data di Tramonto Eliaco (Heliacal Setting)

$$T(HS) = T_o(HS) + 0,014 \cdot (Y - Y_o) + 0,92 \cdot (f + f_o) + 23 \cdot (K - K_o) + \dots$$

Data di Levata Acronica (Cosmic Rising)

$$T(CR) = T(HR) - 15 \text{ giorni}$$

Data di Tramonto Acronico (Cosmic Setting)

$$T(CS) = T(HS) + 17 \text{ giorni}$$

$T_o(HR)$ = data di levata eliacica per $Y=Y_o$, $f=f_o$ e $K=K_o$.

$T_o(HS)$ = data di tramonto eliacico per $Y=Y_o$, $f=f_o$ e $K=K_o$.

Y = anno ; f = latitudine, K = coefficiente di estinzione atmosferica ($K=0,2$ durante l'età del Ferro).

Levate e Tramonti eliaci

stella	Id.	cos	Roma		Milano		Firenze		Napoli		Cagliari		Palermo	
			L.E.	T.E.	L.E.	T.E.	L.E.	T.E.	L.E.	T.E.	L.E.	T.E.	L.E.	T.E.
Aldebaran	α	Tau	28.06	11.05	1.07	10.05	29.06	11.05	26.06	11.05	26.06	12.05	25.06	13.05
Algol	β	Per	14.04	20.05	26.03	25.05	6.04	22.05	18.04	19.05	22.04	18.05	25.04	17.05
Anllam	ε	Ori	25.07	9.05	29.07	6.05	27.07	7.05	24.07	9.05	23.07	11.05	22.07	12.05
Alphard	α	Hya	13.09	18.06	15.09	12.06	14.09	15.06	12.09	20.06	12.09	22.06	11.09	24.06
Alphecca	α	CrB	29.10	15.12	25.10	20.12	27.10	18.12	29.10	13.12	31.10	12.12	1.11	10.12
Alpheratz	α	And	2.03	31.03	22.02	2.04	26.02	1.04	4.03	30.03	6.03	29.03	9.03	29.03
Altair	α	Aql	4.01	24.01	1.01	26.01	2.01	25.01	4.01	23.01	6.01	23.01	6.01	22.01
Antares	α	Sco	20.12	3.11	22.12	30.10	21.12	1.11	20.12	4.11	19.12	5.11	19.12	7.11
Arturo	α	Boo	17.10	20.11	14.10	25.11	15.10	22.11	17.10	18.11	18.10	17.11	19.10	15.11
Bellatrix	γ	Ori	18.07	12.05	21.07	9.05	19.07	10.05	17.07	12.05	16.07	13.05	15.07	14.05
Betelgeuse	α	Ori	21.07	20.05	23.07	18.05	22.07	19.05	20.07	21.05	19.07	22.05	19.07	23.05
Capella	α	Aur	1.05	11.07	circ	circ	circ	circ	9.05	5.07	14.05	2.07	19.05	29.06
Castore	α	Gem	21.07	4.07	20.07	4.07	20.07	4.07	20.07	4.07	21.07	4.07	21.07	4.07
Deneb	α	Cyg	26.11	20.03	circ	circ	15.11	30.03	30.11	16.03	4.12	12.03	8.12	10.03
Denebola	β	Leo	24.09	9.09	24.09	9.09	24.09	9.09	24.09	8.09	25.09	8.09	25.09	9.09
El Nath	β	Tau	28.06	30.05	30.06	30.05	29.06	30.05	28.06	30.05	27.06	31.05	27.06	31.05
Fomalhaut	α	Psa	15.05	30.01	28.05	27.01	22.05	29.01	11.05	31.01	7.05	1.02	3.05	1.02
Hamal	α	Ari	8.05	17.04	10.05	17.04	9.05	17.04	8.05	17.04	8.05	17.04	7.05	17.04
Menkalinan	β	Aur	1.06	11.07	circ	circ	20.05	23.07	4.06	7.07	7.06	5.07	10.06	2.07
Pleiadi (Alcyone)	η	Tau	13.06	5.05	17.06	4.05	15.06	5.05	12.06	5.05	11.06	5.05	11.06	5.05
Polluce	β	Gem	26.07	2.07	26.07	30.06	26.07	1.07	26.07	2.07	26.07	3.07	26.07	3.07
Proclione	α	CMi	11.08	9.06	13.08	5.06	12.08	7.06	10.08	10.06	10.08	12.06	9.08	13.06
Rasalhague	α	Oph	4.12	28.12	1.12	31.12	2.12	30.12	4.12	27.12	6.12	26.12	6.12	26.12
Regolo	α	Leo	5.09	24.07	6.09	20.07	6.09	22.07	5.09	25.07	5.09	27.07	5.09	28.07
Rigel	β	Ori	23.07	3.05	27.07	29.04	25.07	1.05	21.07	3.05	20.07	5.05	19.07	6.05
Scheat	β	Peg	8.02	17.03	1.02	19.03	5.02	18.03	10.02	16.03	13.02	15.03	15.02	14.03
Shaula	λ	Sco	23.01	2.11	31.01	22.10	27.01	28.10	21.01	4.11	19.01	6.11	17.01	8.11
Sirio	α	CMa	13.08	16.05	17.08	12.05	15.08	14.05	12.08	18.05	11.08	19.05	9.08	21.05
Spica	α	Vir	31.10	14.09	31.10	8.09	31.10	11.09	30.10	15.09	30.10	17.09	30.10	18.09
Vega	α	Lyr	15.11	11.02	7.11	17.02	11.11	14.02	17.11	8.02	19.11	6.02	22.11	3.02

L.E. = Levata Eliaca

T.E. = Tramonto Eliaco

data=giorno.mese

I Pianeti



I Pianeti

Periodi sinodico e siderale dei pianeti

Pianeta	Distanza dal Sole		Periodo siderale	Periodo sinodico
	relativa alla distanza della Terra = 1.000	in milioni di km.	Anni	Giorni
<i>Mercurio</i>	0,387	57,9	0,2408	116
<i>Venere</i>	0,723	108,1	0,6152	584
<i>Terra</i>	1,000	149,7	1,0000	—
<i>Marte</i>	1,524	228,0	1,8808	780
<i>Giove</i>	5,203	778,9	11,862	399
<i>Saturno</i>	9,539	1427,4	29,457	378
<i>Urano</i>	19,19	2872,6	84,013	370
<i>Nettuno</i>	30,07	4498,0	164,783	367
<i>Plutone</i>	39,52	5914,2	248,420	367

Pianeta	Periodo Orbitale	Longitudine Eclittica (t = t ₀ = 1950.0)
Mercurio	P = 0.2408 anni	$\lambda(t_0) = 31^\circ.19$
Venere	P = 0.6152 anni	$\lambda(t_0) = 80^\circ.85$
Marte	P = 1.8808 anni	$\lambda(t_0) = 144^\circ.14$
Giove	P = 11.862 anni	$\lambda(t_0) = 318^\circ.19$
Saturno	P = 29.457 anni	$\lambda(t_0) = 158^\circ.36$

$$\lambda(t) = \lambda(t_0) + \frac{360^\circ}{P} \cdot (t - t_0) + \dots$$

t = epoca (anni)

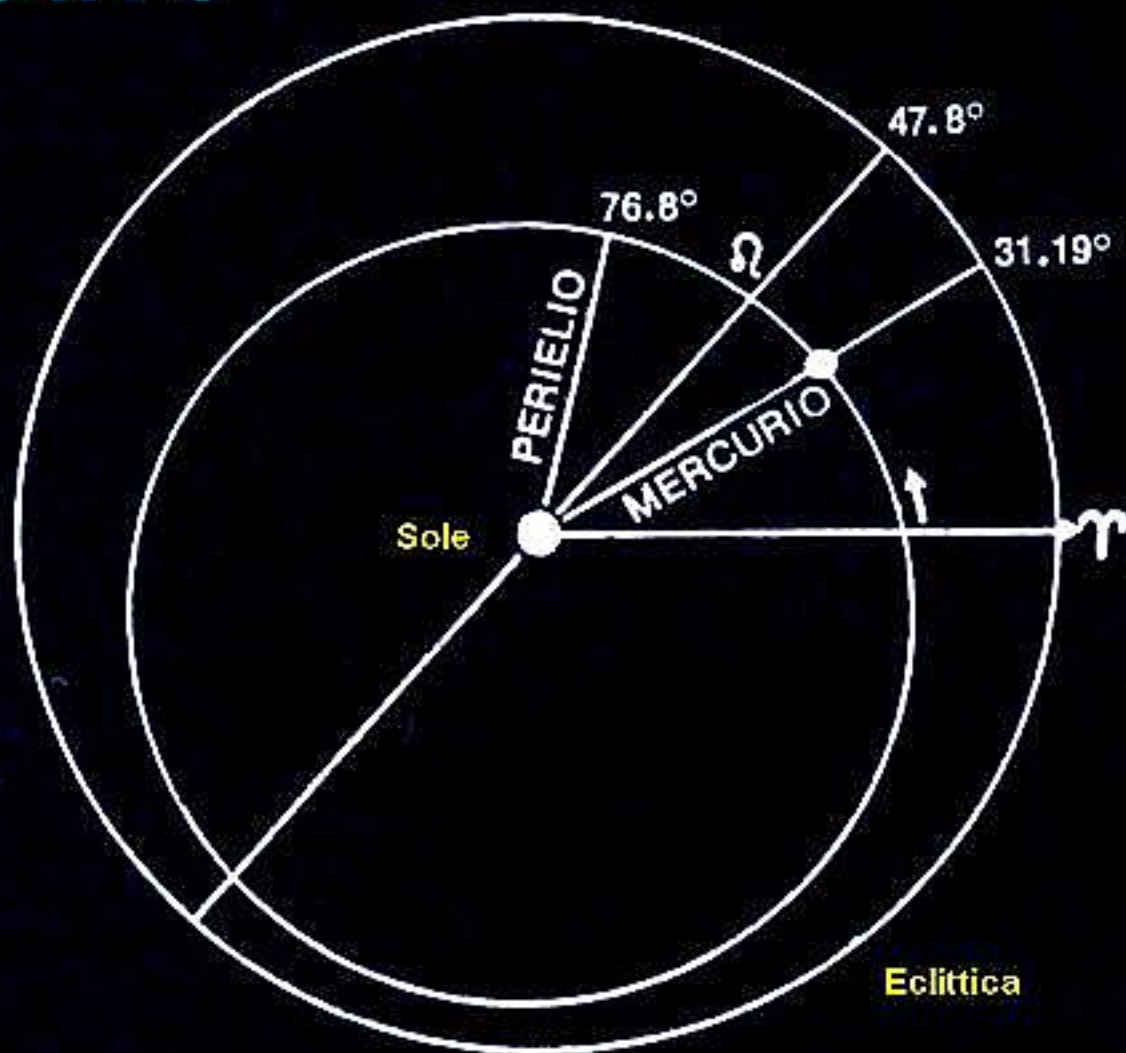
t₀ = 1950.0

Coordinate equatoriali del Pianeta

$$\alpha_p = \arctg(\cos(\varepsilon) \cdot \tan(\lambda_p))$$

$$\delta_p = \arcsin(\sin(\varepsilon) \cdot \sin(\lambda_p))$$

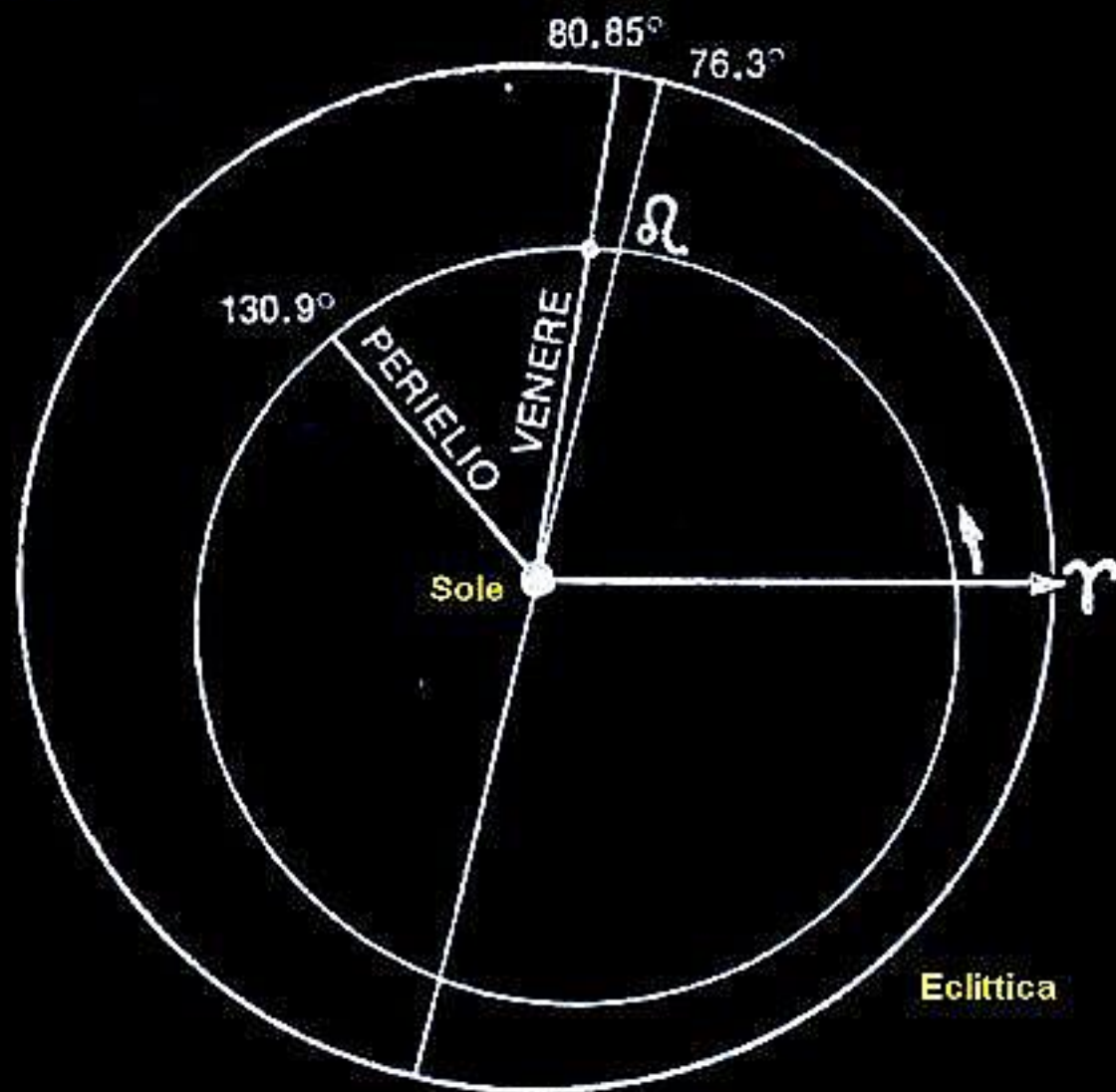
MERCURIO



Epoca: 1950, Genn. 0,
0 ore T.M.G.

Ω = Nodo Ascendente

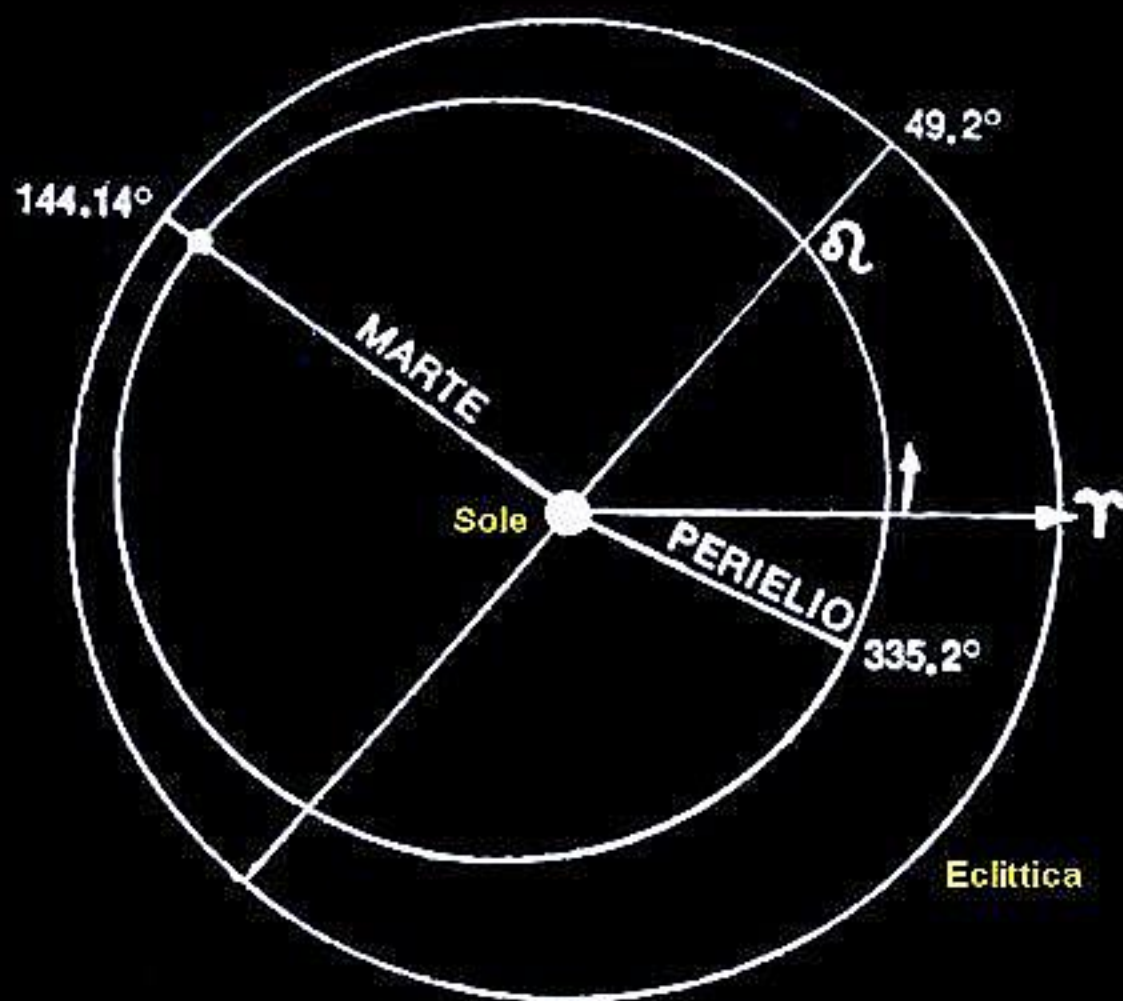
VENERE



Epoca: 1950, Genn. o,
o ore T.M.G.

Ω = Nodo Ascendente

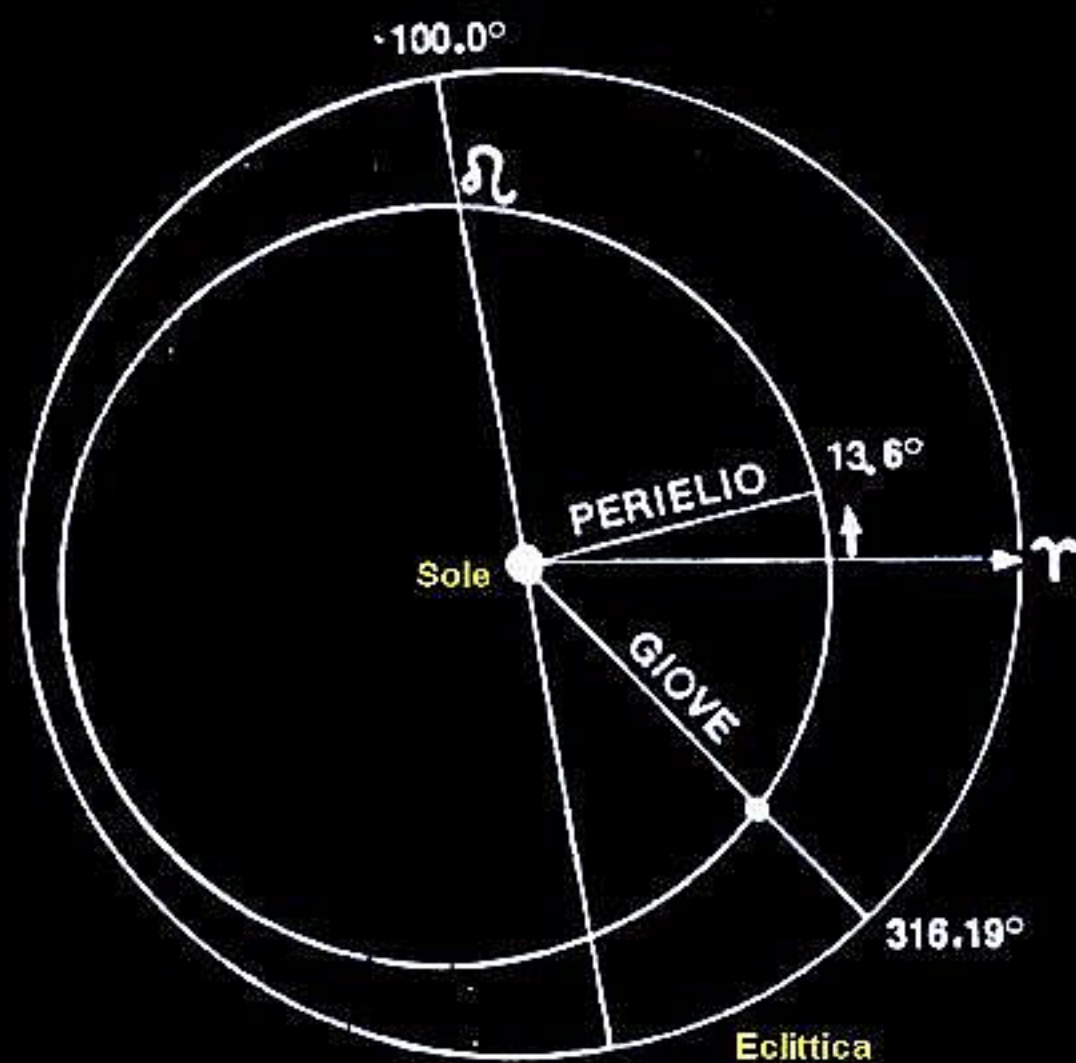
MARTE



Epoca: 1950, Genn. o,
o ore T.M.G.

Ω = Nodo Ascendente

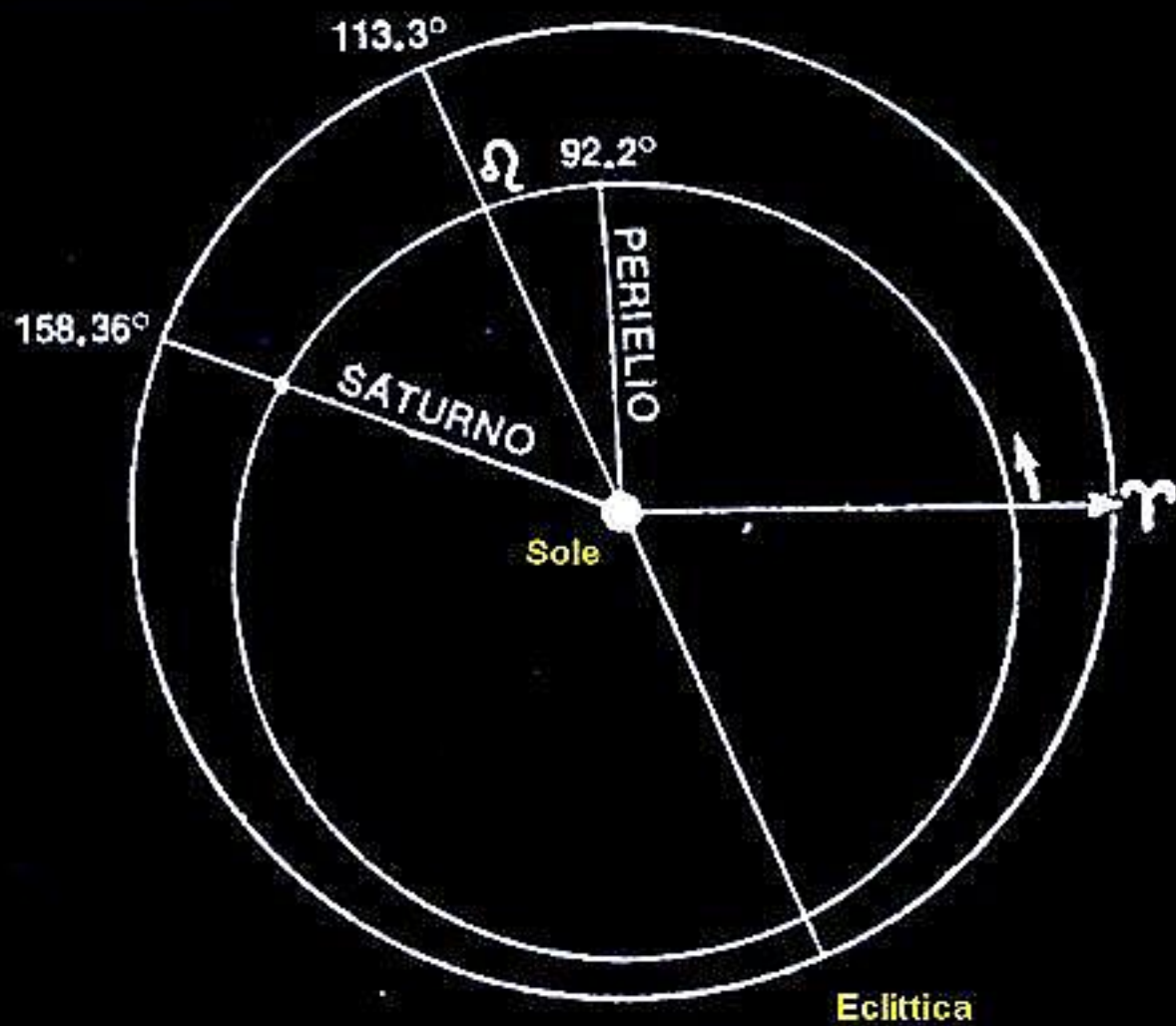
GIOVE



Epoca: 1950, Genn. 0,
0 ore T.M.G.

Ω = Nodo Ascendente

SATURNO



Epoca: 1950, Genn. o,
o ore T.M.G.

Ω = Nodo Ascendente

Periodi dei pianeti

	Periodo siderale	Periodo sinodico	
Mercurio	0,241 anni	0,317 anni	115,9 giorni
Venere	0,615 anni	1,599 anni	583,9 giorni
Terra	1 anno	—	—
Luna	0,0748 anni	0,0809 anni	29,5306 giorni
Marte	1,881 anni	2,135 anni	780,0 giorni
Giove	11,87 anni	1,092 anni	398,9 giorni
Saturno	29,45 anni	1,035 anni	378,1 giorni

Periodo sinodico e siderale di un pianeta esterno

Le relazioni tra le frequenze sinodica e siderale sono:

$$\omega_{\text{pianeta}}^{\text{sinodica}} = \omega_{\text{terra}}^{\text{siderale}} - \omega_{\text{pianeta}}^{\text{siderale}}$$

$$\omega_{\text{pianeta}}^{\text{siderale}} = \omega_{\text{terra}}^{\text{siderale}} - \omega_{\text{pianeta}}^{\text{sinodica}}$$

$$T_{\text{planeta}}^{\text{siderale}} = \frac{1}{\frac{1}{T_{\text{terra}}^{\text{siderale}}} - \frac{1}{T_{\text{planeta}}^{\text{sinodico}}}}$$

in cui:

$$\omega = \text{Frequenza} = 1/T$$

$$T = \text{Periodo}$$

Periodo sinodico e siderale di un pianeta interno

Le relazioni tra le frequenze sinodica e siderale sono:

$$\omega_{\text{pianeta}}^{\text{sinodica}} = \omega_{\text{pianeta}}^{\text{siderale}} - \omega_{\text{terra}}^{\text{siderale}}$$

$$\omega_{\text{pianeta}}^{\text{siderale}} = \omega_{\text{terra}}^{\text{siderale}} + \omega_{\text{pianeta}}^{\text{sinodica}}$$

$$T_{\text{pianeta}}^{\text{siderale}} = \frac{1}{\frac{1}{T_{\text{terra}}^{\text{siderale}}} + \frac{1}{T_{\text{pianeta}}^{\text{sinodico}}}}$$

in cui:

$$\omega = \text{Frequenza} = 1/T$$

$$T = \text{Periodo}$$

Cicli sinodici e siderali dei pianeti

La ripetitività dei fenomeni sinodici e siderali mostrati dai pianeti è regolata dalla seguente relazione:

$$m \cdot \theta = n \cdot T + \Delta_1 = k \cdot A + \Delta_2$$

in cui:

θ = periodo sinodico del pianeta

T = periodo siderale del pianeta

A = anni solari tropici

Δ_1, Δ_2 = scarti temporali

m, n, k = numeri interi positivi

Principali cicli sinodici/siderali dei pianeti

Mercurio

$$\begin{aligned}19 \cdot \theta &= 25 \cdot T + 2,4 \text{ giorni} = 6 \text{ anni} + 10,1 \text{ giorni} \\22 \cdot \theta &= 29 \cdot T - 1,8 \text{ giorni} = 7 \text{ anni} - 7,5 \text{ giorni} \\41 \cdot \theta &= 54 \cdot T + 0,6 \text{ giorni} = 13 \text{ anni} + 2,7 \text{ giorni} \\145 \cdot \theta &= 191 \cdot T + 0,1 \text{ giorni} = 46 \text{ anni} + 0,5 \text{ giorni}\end{aligned}$$

Venere

$$\begin{aligned}5 \cdot \theta &= 13 \cdot T - 1,5 \text{ giorni} = 8 \text{ anni} - 2,4 \text{ giorni} \\152 \cdot \theta &= 395 \cdot T - 0,8 \text{ giorni} = 243 \text{ anni} - 1,3 \text{ giorni}\end{aligned}$$

in cui:

θ = periodo sinodico del pianeta

T = periodo siderale del pianeta

A = anni solari tropici

Δ_1, Δ_2 = scarti temporali

m, n, k = numeri interi positivi

Marte

$$\begin{aligned}7 \cdot \theta &= 8 \cdot T - 36,3 \text{ giorni} = 15 \text{ anni} - 19,3 \text{ giorni} \\15 \cdot \theta &= 17 \cdot T + 20,4 \text{ giorni} = 32 \text{ anni} + 10,8 \text{ giorni} \\37 \cdot \theta &= 42 \cdot T + 4,5 \text{ giorni} = 79 \text{ anni} + 2,4 \text{ giorni}\end{aligned}$$

Giove

$$76 \cdot \theta = 7 \cdot T - 1,3 \text{ giorni} = 83 \text{ anni} - 2,9 \text{ giorni}$$

Saturno

$$57 \cdot \theta = 2 \cdot T + 1,0 \text{ giorni} = 59 \text{ anni} - 1,8 \text{ giorni}$$

in cui:

θ = periodo sinodico del pianeta

T = periodo siderale del pianeta

A = anni solari tropici

Δ_1, Δ_2 = scarti temporali

m, n, k = numeri interi positivi

Periodicità dei fenomeni sinodici planetari

I pianeti del Sistema Solare presentano all'osservatore una serie di fenomeni periodici di tipo sinodico, cioè osservabili da Terra e che sono in relazione sia con la periodicità siderale dei pianeti che del periodo orbitale della Terra su cui è ubicato l'osservatore. Ciascun pianeta quindi è caratterizzato da una periodicità di ripetizione di tali fenomeni i quali sono i seguenti:

- | | |
|---------------------|---|
| a) Levate eliache | f) Opposizioni al Sole |
| b) Tramonti eliaci | g) Rivoluzioni sinodiche |
| c) Levate acroniche | h) Ritorno alla stessa posizione rispetto alle stelle |
| d) Occasi cosmici | i) Massime declinazioni estreme |
| e) Prime stazioni | j) Minime declinazioni estreme |

etc...

La seguente tabella elenca i fenomeni sinodici/siderali e le relative periodicità.

Periodi sinodici planetari

Pianeta	No. Fenomeni sinodici	No. Rivoluzioni siderali	Periodo (anni solari tropici)
Mercurio	145	46	46
Venere	5	3	8
Marte	37	5	79 (anche 47)
Giove	76	7	83 (anche 71)
Saturno	57	2	59
Luna	235	254	19 (Metone)
	223	241	18 (Saros)

Esempio: Venere in 8 anni solari tropici esegue 3 rivoluzioni siderali e 5 fenomeni sinodici, ad esempio la massima e la minima declinazione estreme si ripetono ogni 8 anni, mentre le massime e minime declinazioni ordinarie si ripetono ad ogni rivoluzione siderale.

Nei successivi 8 anni si ripeterà la medesima sequenza dei fenomeni sinodici nello stesso ordine del ciclo precedente.

Eventi sinodici dei pianeti

Evento sinodico Giorni trascorsi dalla congiunzione superiore

	Mercurio	Venere
Congiunzione superiore	0	0
Stella della sera	20	39
Max elongazione alla sera	36	221
Max luminosità	42	257
Scompare come Stella della sera	48	285
Congiunzione inferiore	58	292
Stella del mattino	68	299
Max luminosità	74	327
Max elongazione al mattino	80	362
Scompare come Stella del mattino	104	545
Congiunzione superiore	116	584

	Marte	Giove	Saturno
Congiunzione superiore	0	0	0
Stella del mattino	65	20	20
Inizia moto retrogrado	353	140	125
Opposizione	390	200	189
Termina moto retrogrado	427	260	253
Scompare come Stella della sera	725	379	358
Congiunzione superiore	780	399	378

Massime e minime declinazioni dei pianeti

variazioni secolari dal 3000 BC al 1000 AD
(approssimazioni del 1° ordine)

Mercurio

$$\begin{aligned}\max(\delta) &= 25^{\circ},66890 - 0,00003402 \times Y \\ \min(\delta) &= -24^{\circ},99875 - 0,00000038 \times Y\end{aligned}$$

Venere

$$\begin{aligned}\max(\delta) &= 26^{\circ},85892 + 0,00034446 \times Y \\ \min(\delta) &= -25^{\circ},94516 + 0,00000184 \times Y\end{aligned}$$

Marte

$$\begin{aligned}\max(\delta) &= 27^{\circ},85316 - 0,00032692 \times Y \\ \min(\delta) &= -29^{\circ},31994 + 0,00032394 \times Y\end{aligned}$$

Giove

$$\begin{aligned}\max(\delta) &= 24^{\circ},25266 - 0,00038567 \times Y \\ \min(\delta) &= -23^{\circ},49920 + 0,00049880 \times Y\end{aligned}$$

Saturno

$$\begin{aligned}\max(\delta) &= 23^{\circ},80747 - 0,00050651 \times Y \\ \min(\delta) &= -23^{\circ},07855 + 0,00064015 \times Y\end{aligned}$$

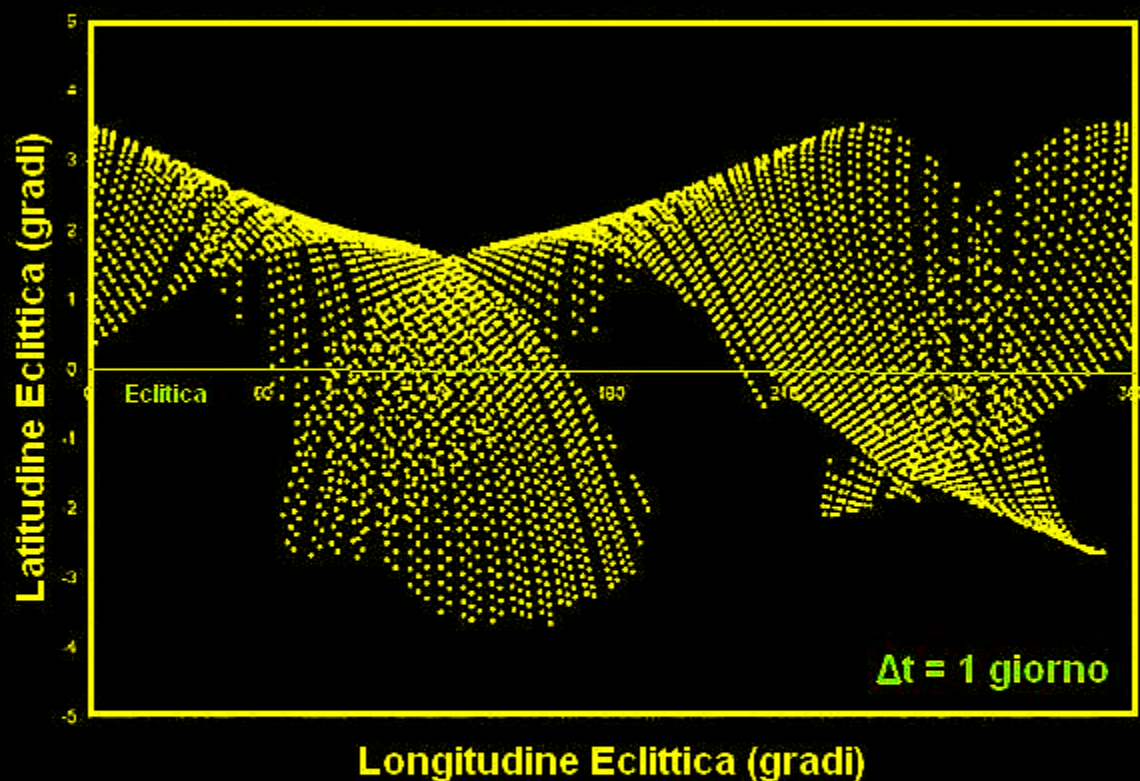
δ = declinazione ; Y = anno $(-3000 < \text{anno} < 1000)$

$$Az = \arccos[(\sin(\delta) - \sin(\varphi) \cdot \sin(ho)) / (\cos(\varphi) \cdot \cos(ho))]$$

Mercurio

Coordinate eclittiche tra il 300 a.C. ed il 270 a.C.

(5 cicli esagenari)

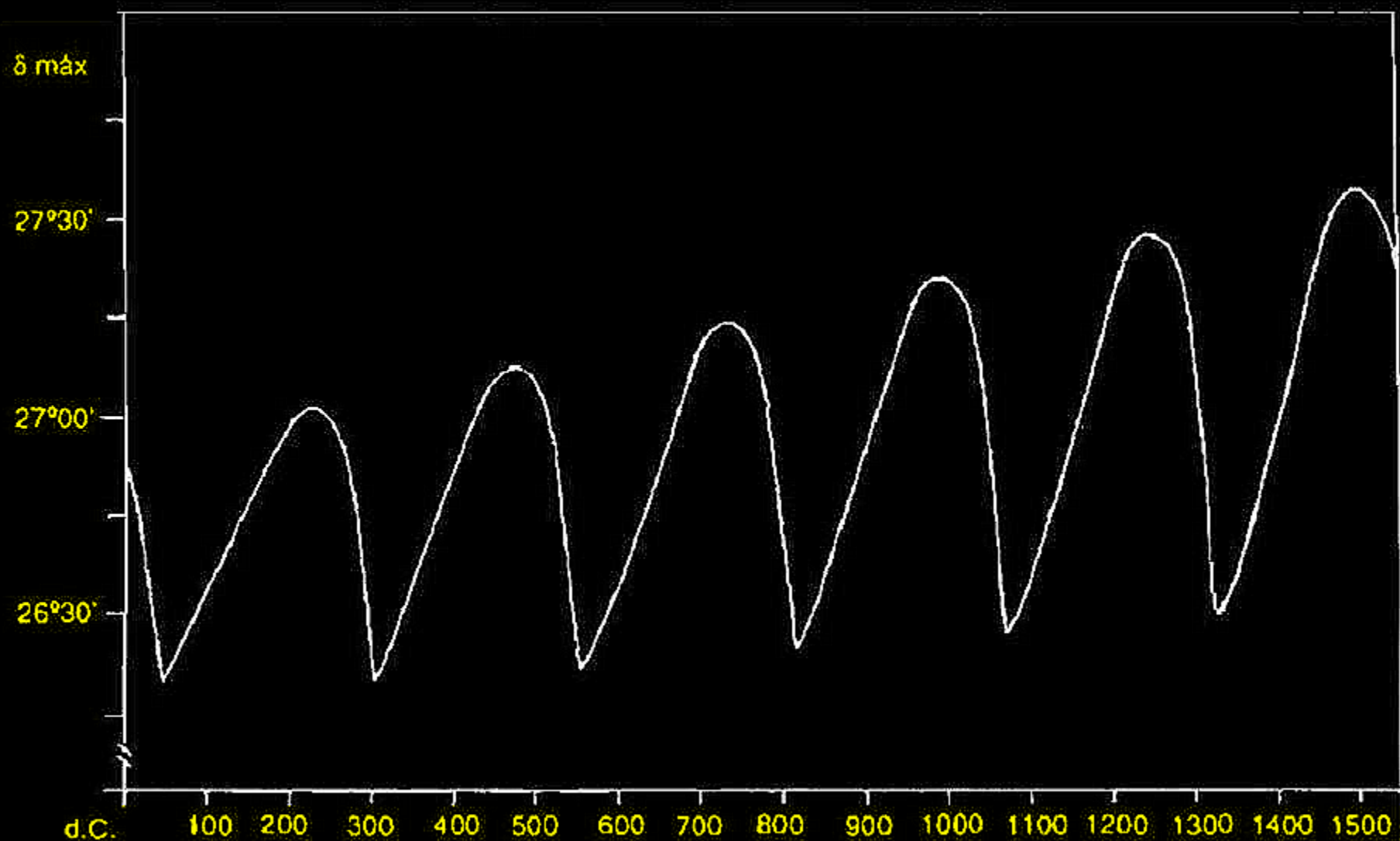


$$19 \cdot \theta = 25 \cdot T + 2,4 \text{ giorni} = 6 \text{ anni} + 10,1 \text{ giorni}$$

θ = periodo sinodico del pianeta

T = periodo siderale del pianeta

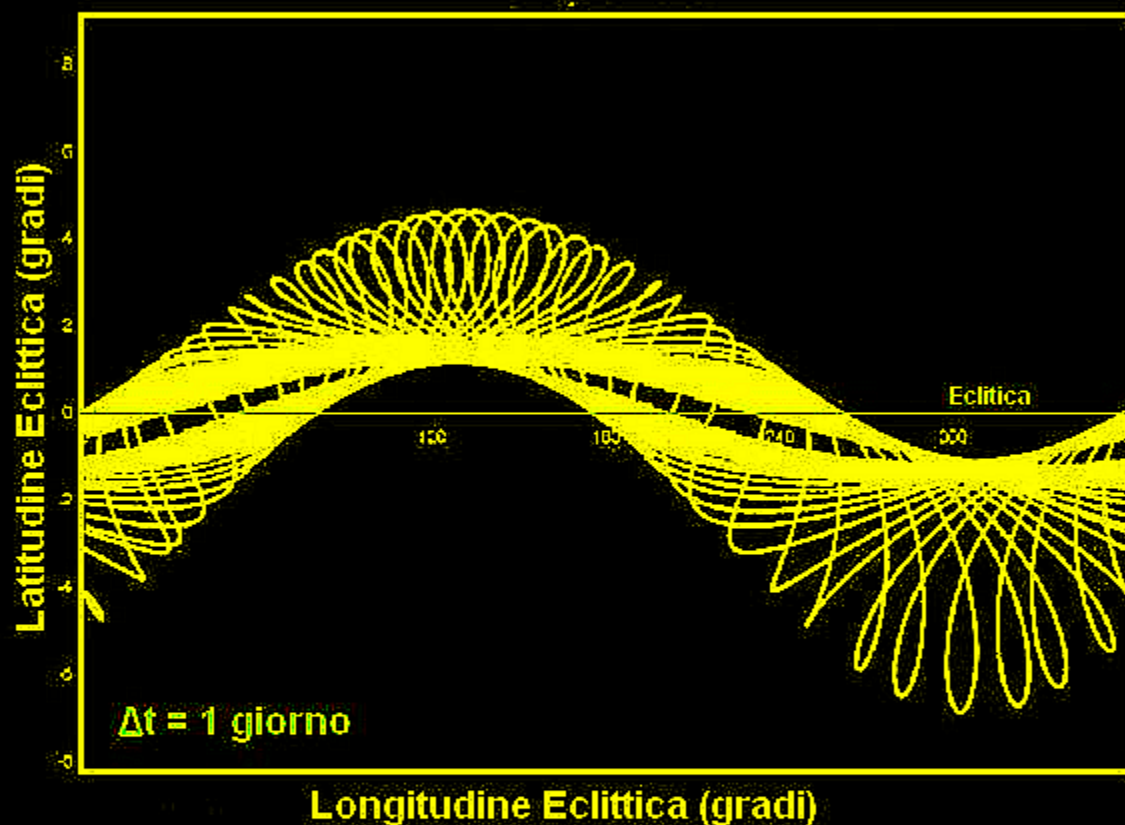
Massime declinazioni di Venere tra l'anno 0 e il 1500 d.C.



Marte

Coordinate eclittiche tra il 300 a.C. ed il 221 a.C.

(1 ciclo di 79 anni)

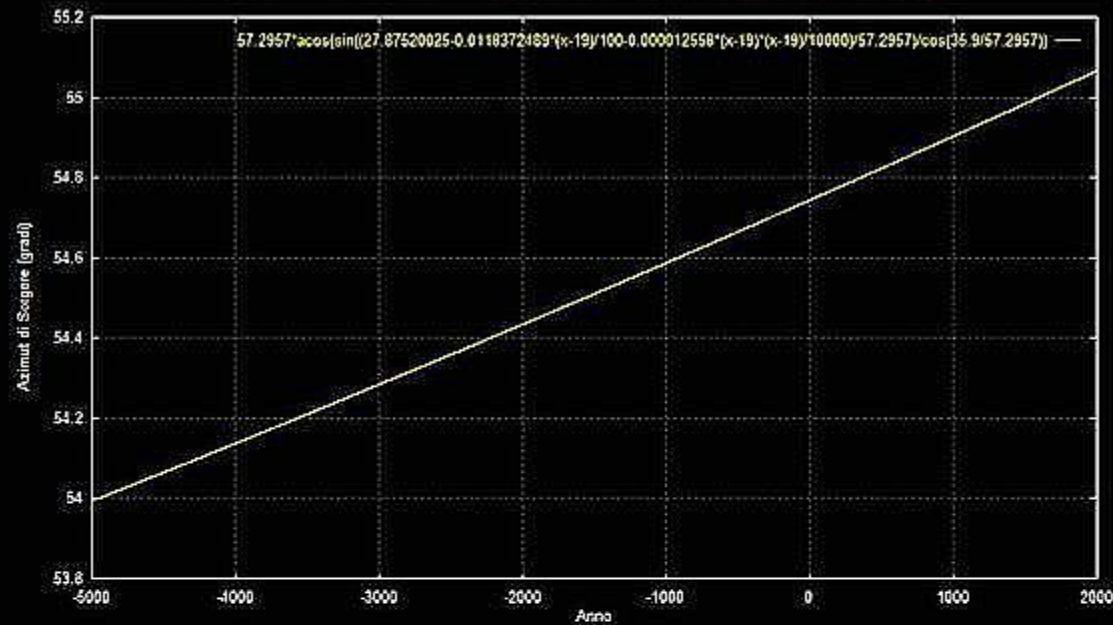


$$37 \cdot \theta = 42 \cdot T + 4,5 \text{ giorni} = 79 \text{ anni} + 2,4 \text{ giorni}$$

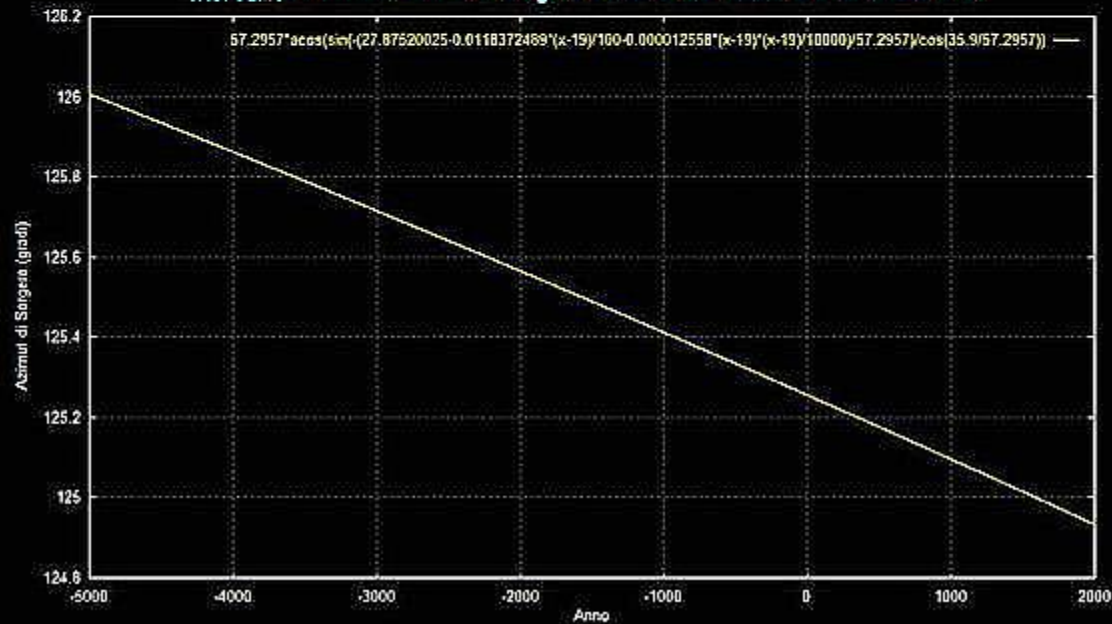
θ = periodo sinodico del pianeta
 T = periodo siderale del pianeta

Mercurio: minimo azimuth di sorgere a Malta dal 5000 a.C. al 2000 d.C.

Mercurio

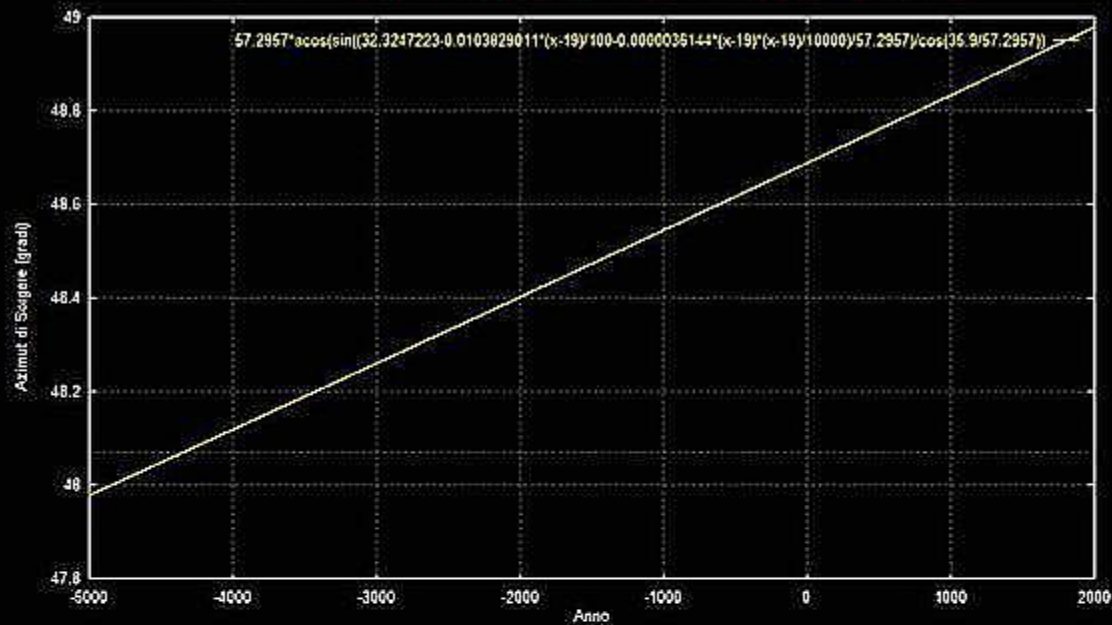


Mercurio: massimo azimuth di sorgere a Malta dal 5000 a.C. al 2000 d.C.

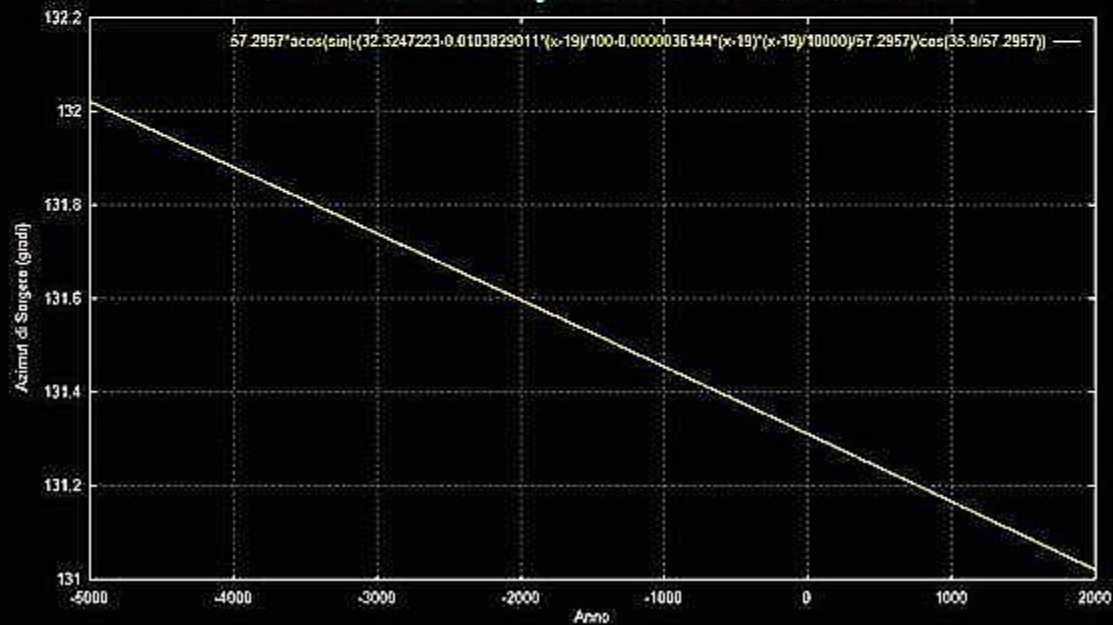


Venere: minimo azimut di sorgere a Malta dal 5000 a.C. al 2000 d.C.

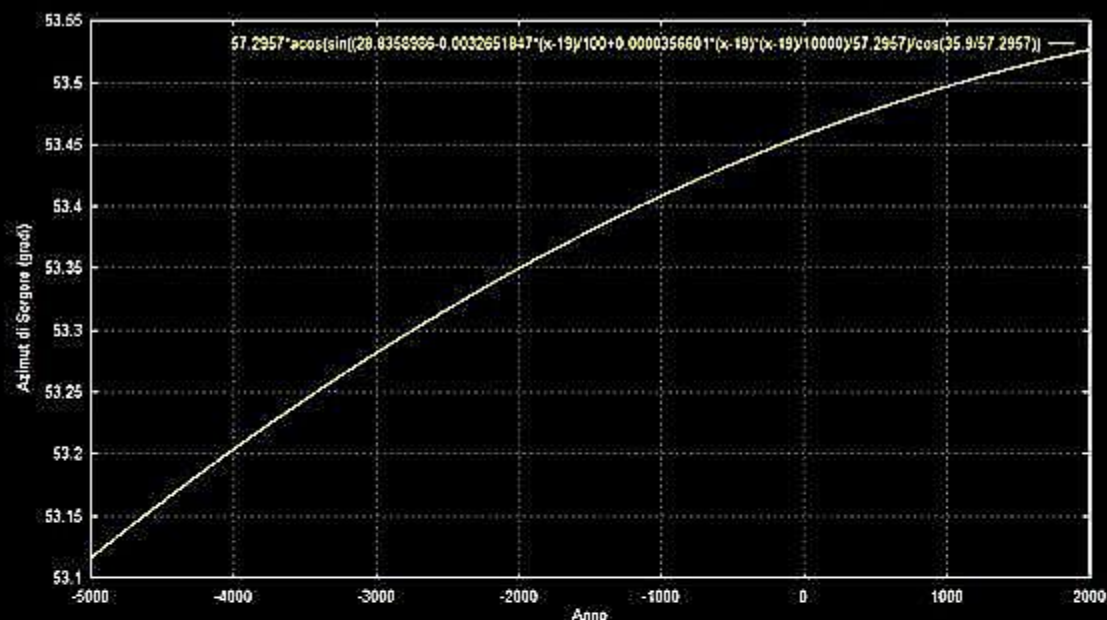
Venere



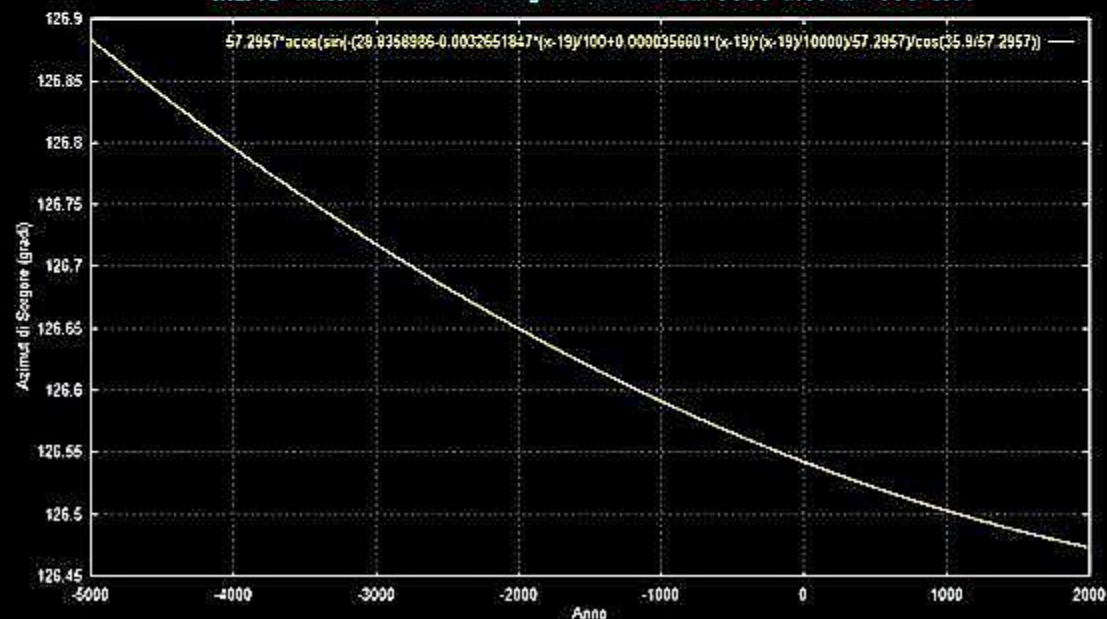
Venere: massimo azimut di sorgere a Malta dal 5000 a.C. al 2000 d.C.



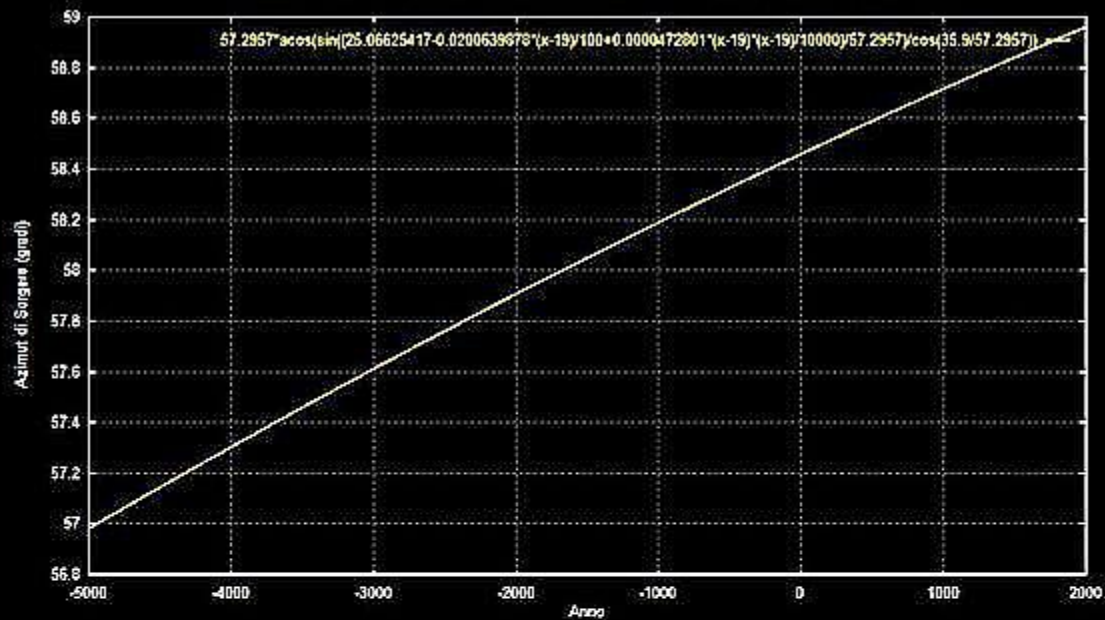
Marte: minimo azimuth di sorgere a Malta dal 5000 a.C. al 2000 d.C.



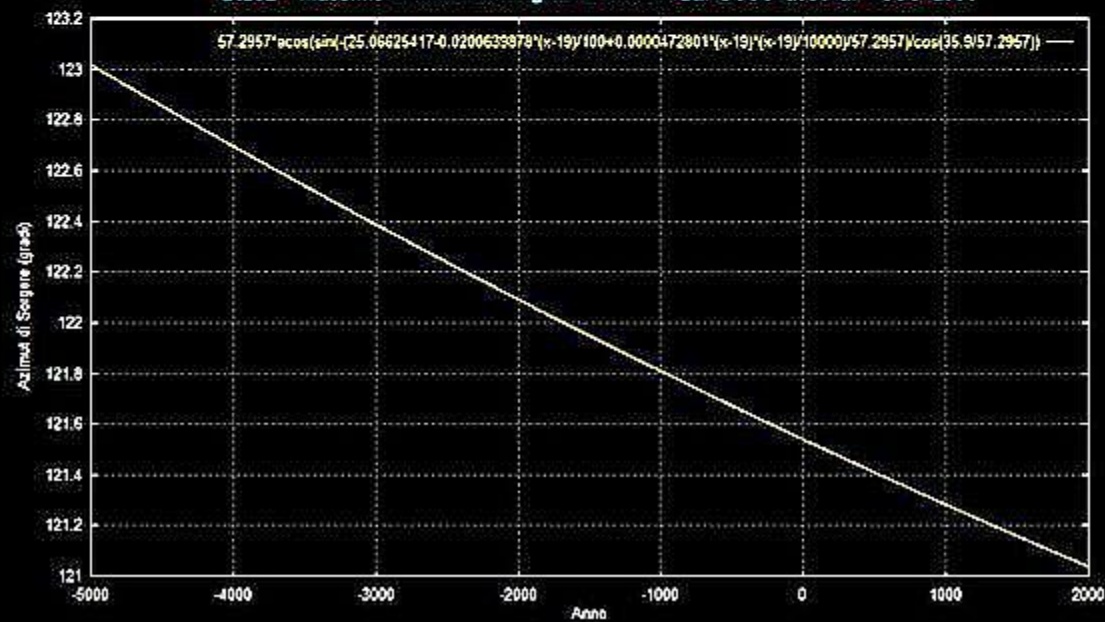
Marte: massimo azimuth di sorgere a Malta dal 5000 a.C. al 2000 d.C.



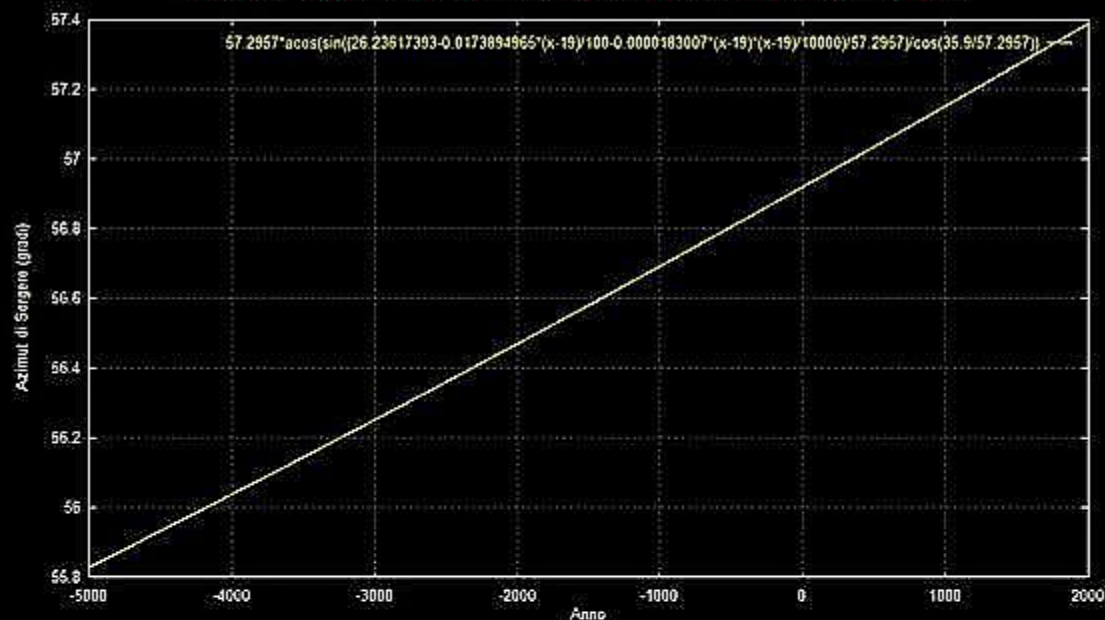
Giove: minimo azimut di sorgere a Malta dal 5000 a.C. al 2000 d.C.



Giove: massimo azimut di sorgere a Malta dal 5000 a.C. al 2000 d.C.

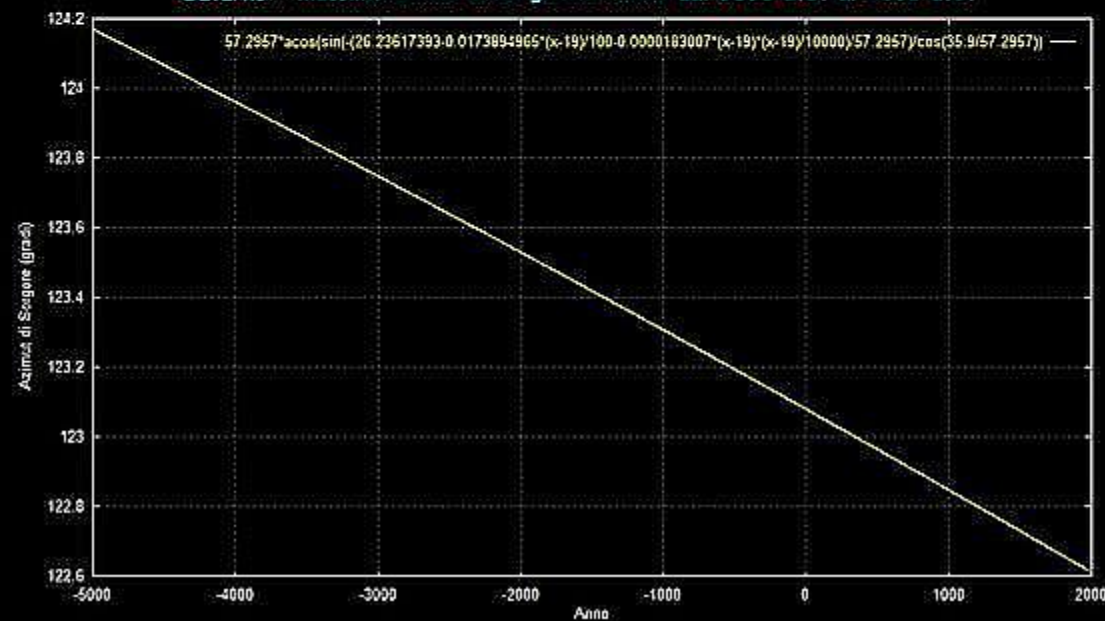


Saturno: minimo azimut di sorgere a Malta dal 5000 a.C. al 2000 d.C.

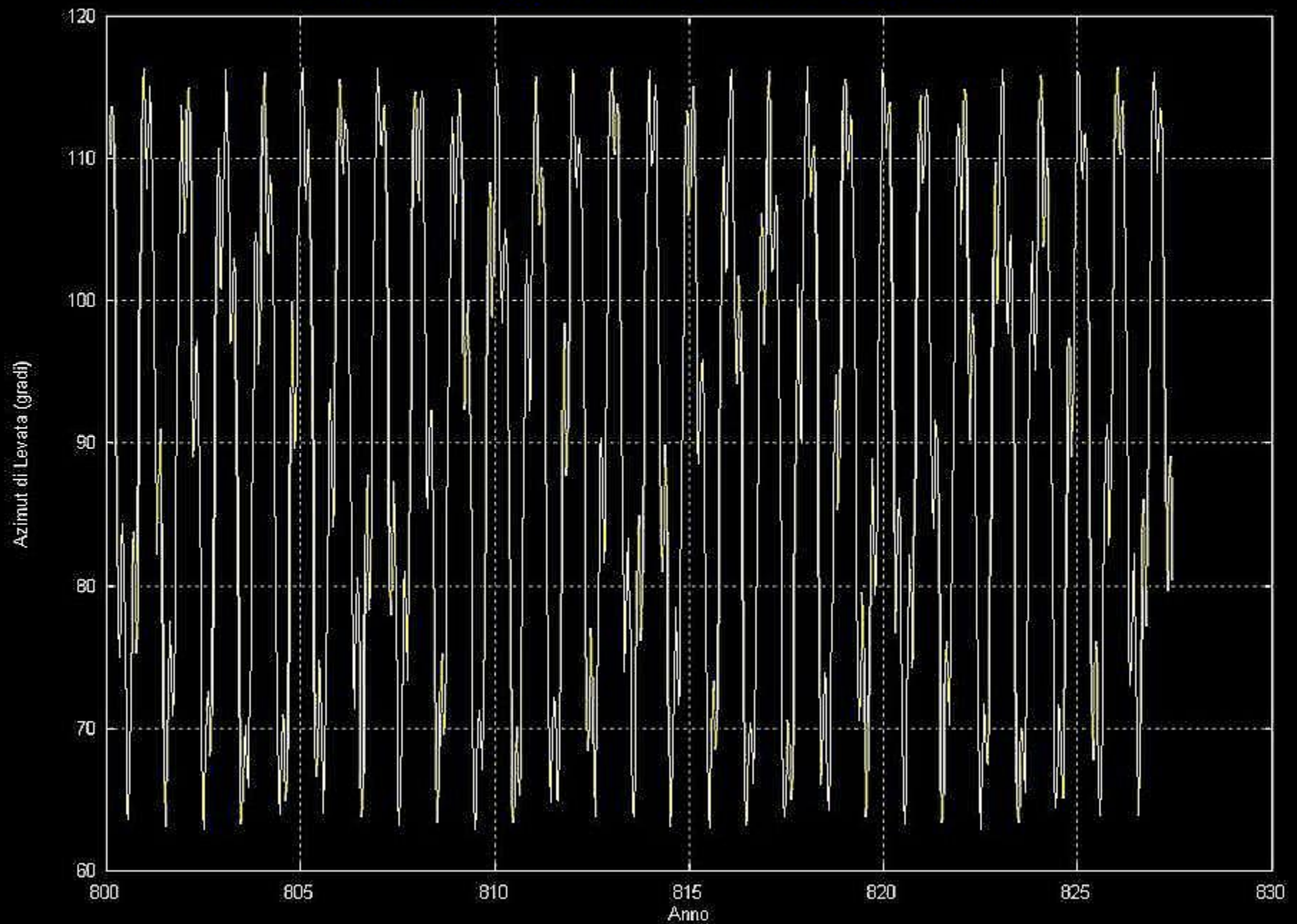


Saturno

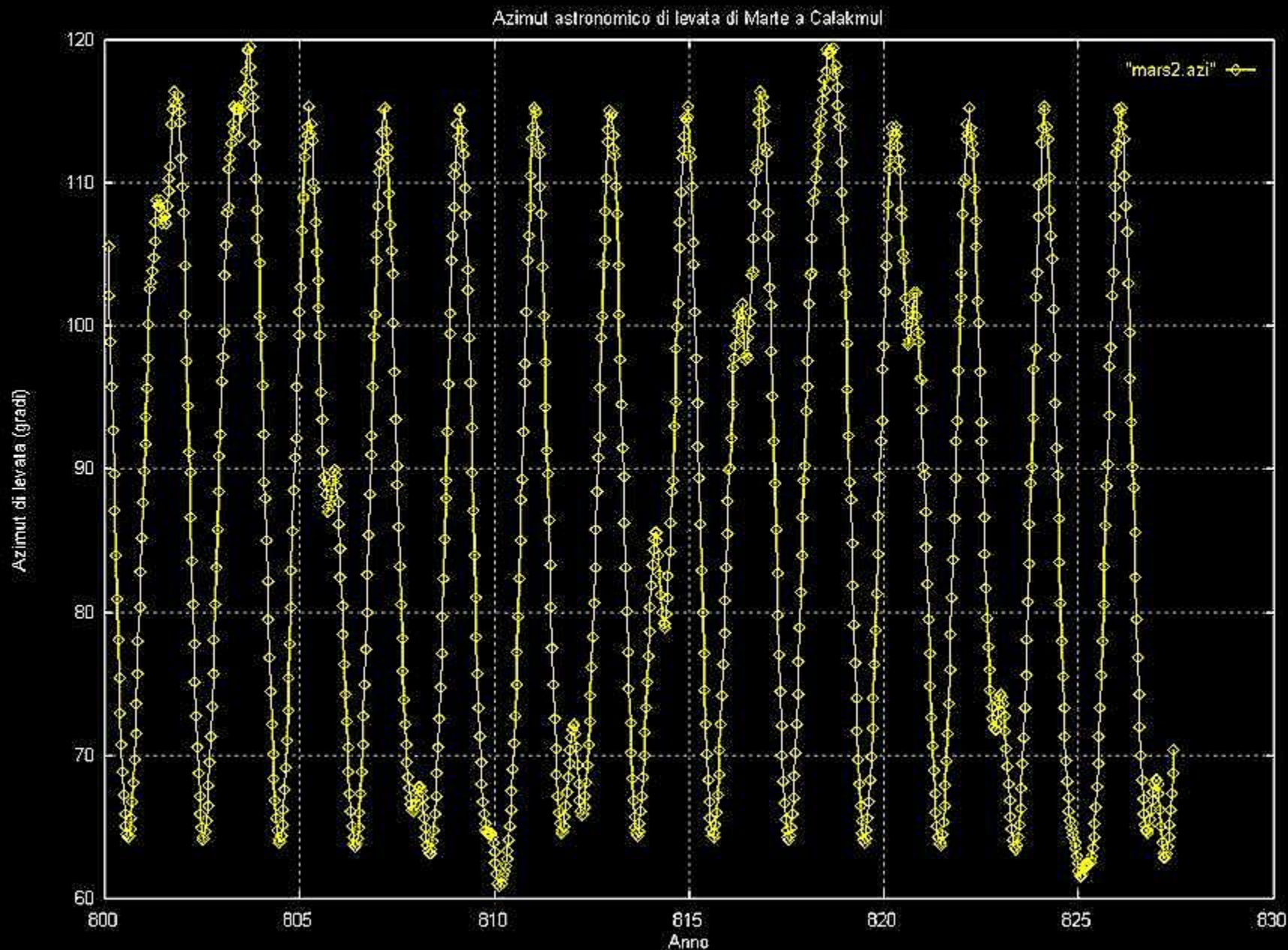
Saturno: massimo azimut di sorgere a Malta dal 5000 a.C. al 2000 d.C.



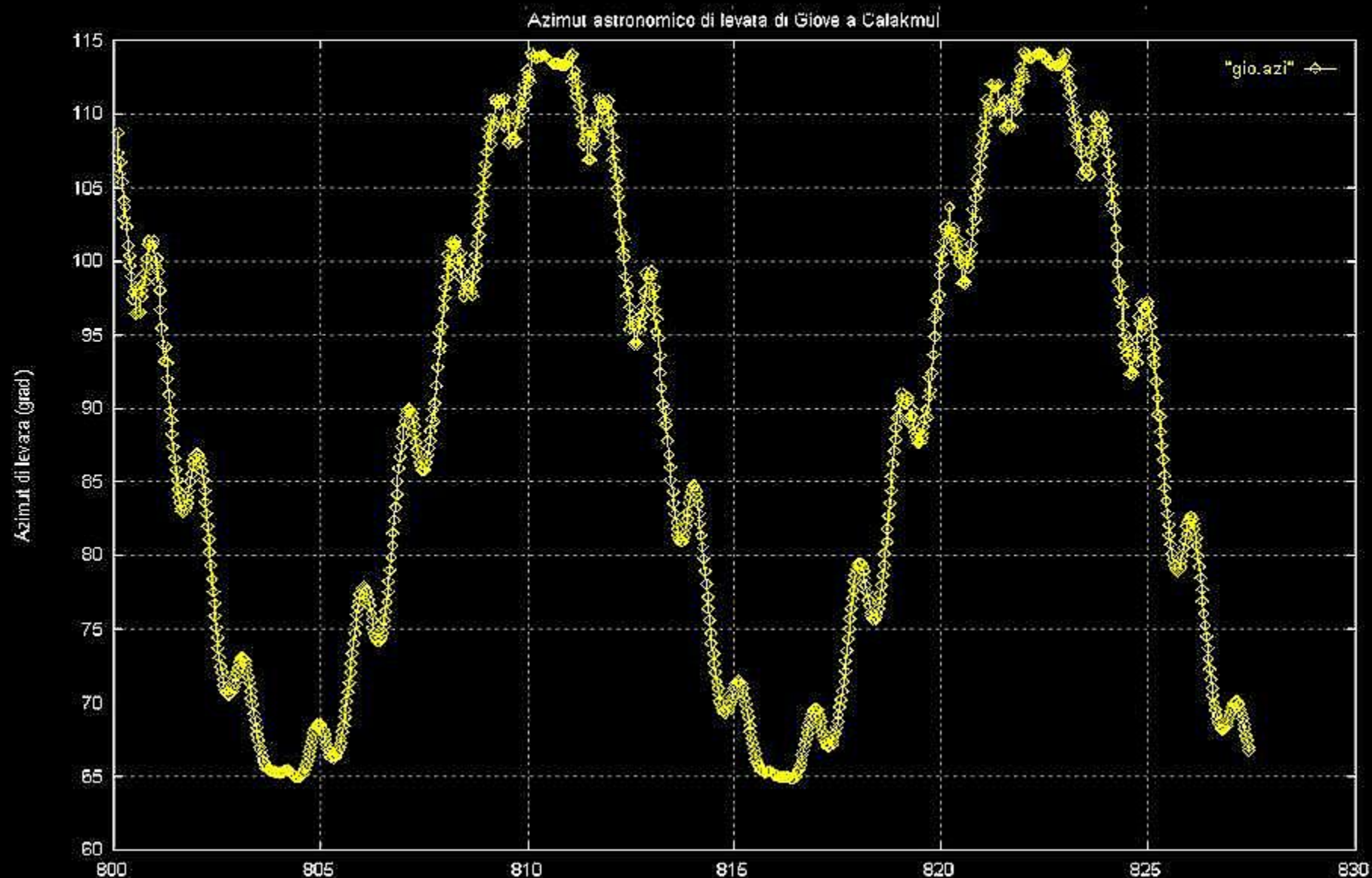
Azimut di sorgere di Mercurio a Calakmul



Calakmul - Azimut di levata di Marte all'orizzonte astronomico locale tra 800 e 827 d.C.

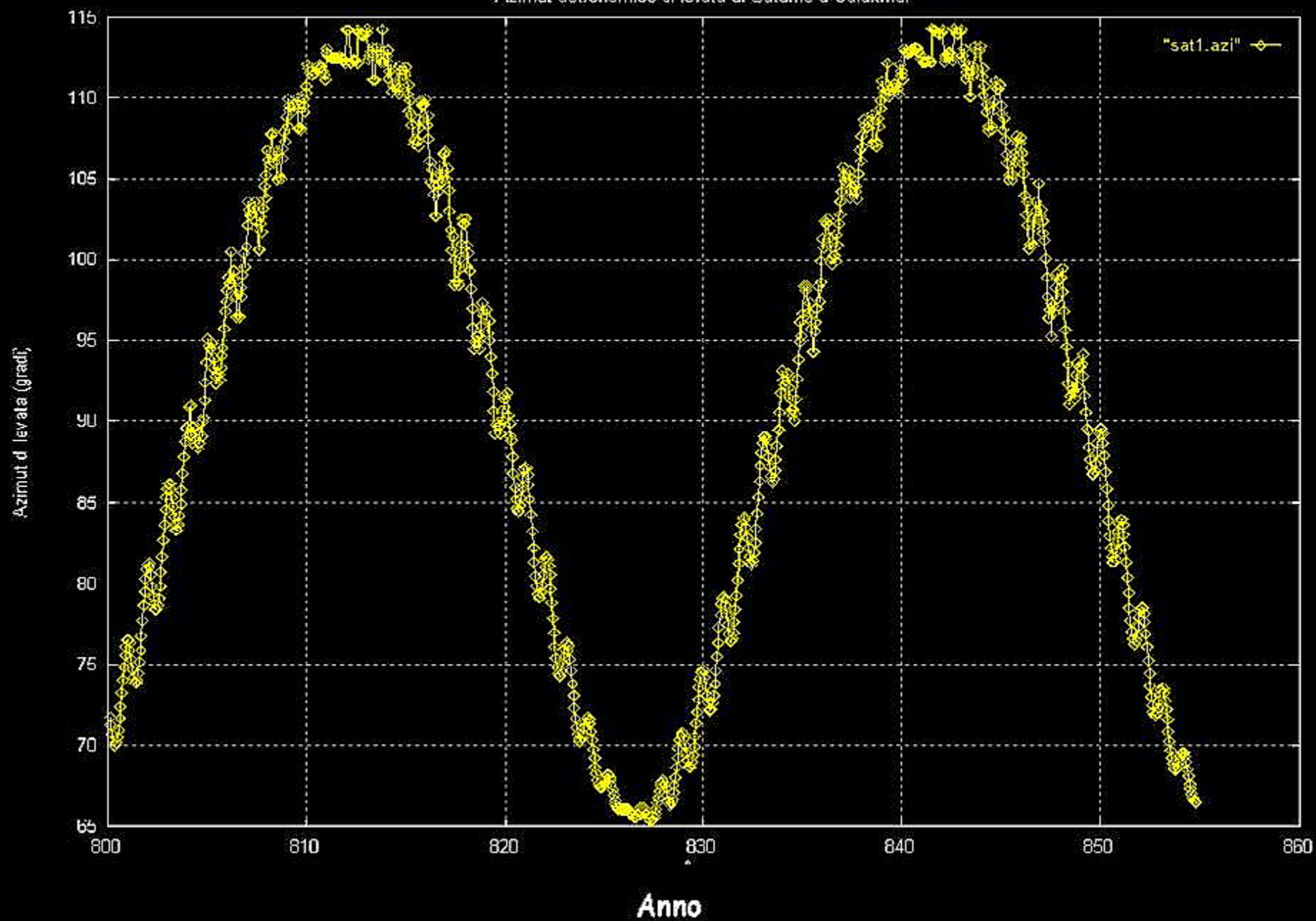


Calakmul - Azimut di levata di Giove all'orizzonte astronomico locale tra 800 e 827 d.C.



Calakmul - Azimut di levata di Saturno all'orizzonte astronomico locale tra 800 e 827 d.C.

Azimut astronomico di levata di Saturno a Calakmul



Teoria generale delle declinazioni planetarie

Densità di probabilità approssimata della declinazione geocentrica dei pianeti

Assumendo, in prima approssimazione che la variazione della declinazione geocentrica $\mathcal{S}(t)$ pianeti vari nel tempo secondo una semplice funzione del tipo:

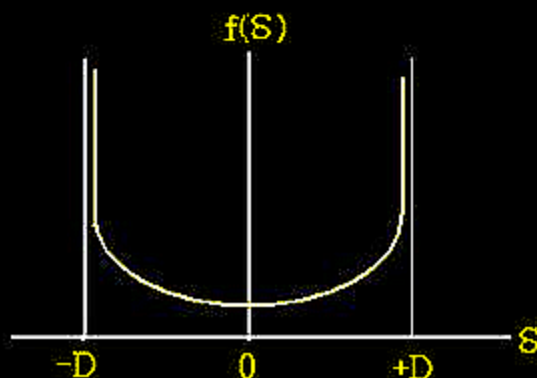
$$\mathcal{S}(t) = D \cdot \sin\left[\frac{360^\circ}{P_s} \cdot (t - t_0)\right] + \dots$$

dove: P_s = periodo siderale del pianeta
 t_0 = istante t di passaggio al nodo ascendente
 D = ampiezza di variazione della declinazione definita nel seguente modo (in gradi):

$$D = (|\max(\mathcal{S})| + |\min(\mathcal{S})|) / 2$$

avviene che la densità di probabilità $f(\mathcal{S})$ è data da:

$$f(\mathcal{S}) = \frac{1}{180^\circ \sqrt{D^2 - \mathcal{S}^2}}$$



Mercurio

$$\max(\mathcal{S}) = 25^\circ,66890 - 0,00003402 \times Y$$

$$\min(\mathcal{S}) = -24^\circ,99875 - 0,00000038 \times Y$$

Venere

$$\max(\mathcal{S}) = 26^\circ,85892 + 0,00034446 \times Y$$

$$\min(\mathcal{S}) = -25^\circ,94516 + 0,00000184 \times Y$$

Marte

$$\max(\mathcal{S}) = 27^\circ,85316 - 0,00032692 \times Y$$

$$\min(\mathcal{S}) = -29^\circ,31994 + 0,00032394 \times Y$$

Giove

$$\max(\mathcal{S}) = 24^\circ,25266 - 0,00038567 \times Y$$

$$\min(\mathcal{S}) = -23^\circ,49920 + 0,00049880 \times Y$$

Saturno

$$\max(\mathcal{S}) = 23^\circ,80747 - 0,00050651 \times Y$$

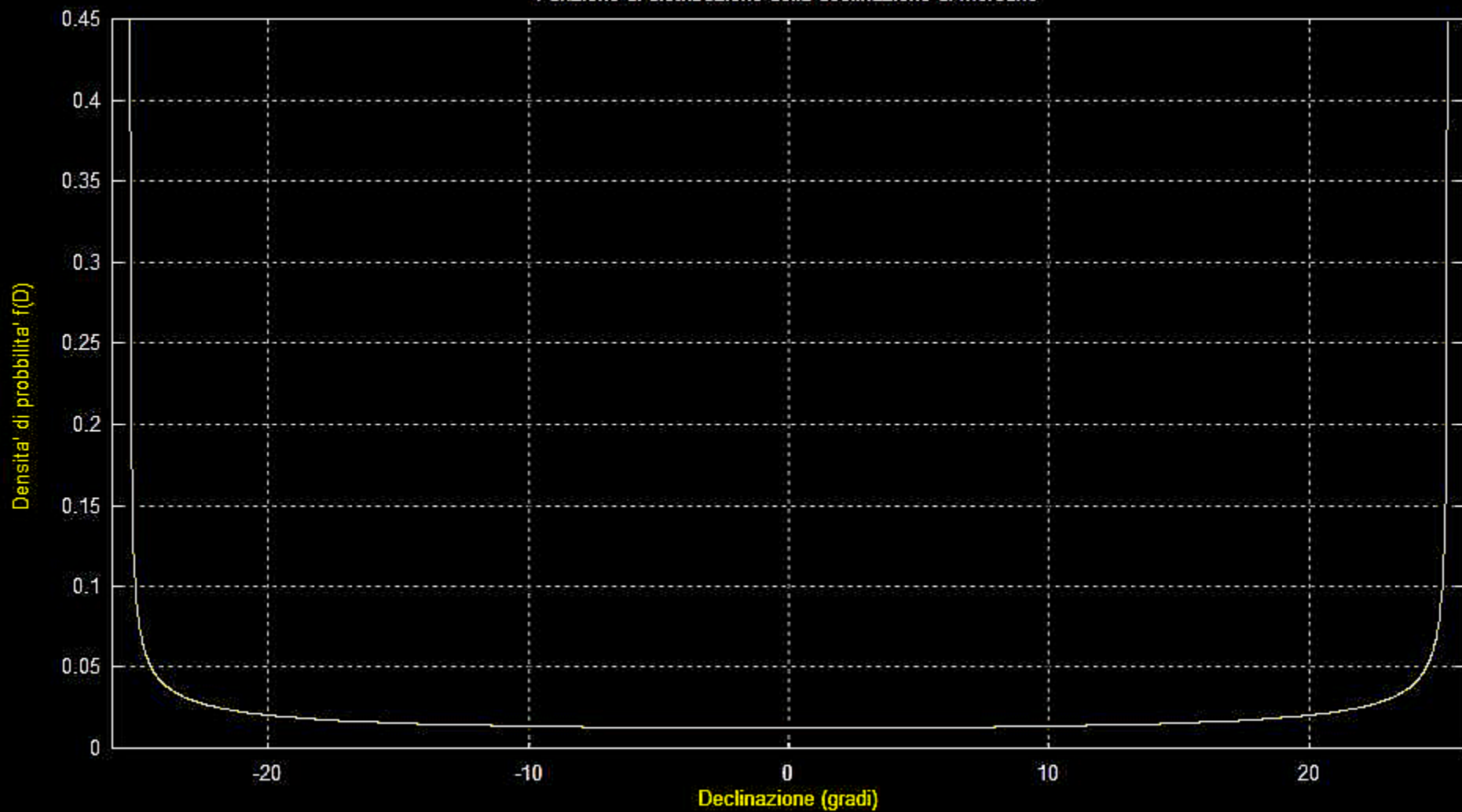
$$\min(\mathcal{S}) = -23^\circ,07855 + 0,00064015 \times Y$$

$\mathcal{S}$ = declinazione ; Y = anno
(-3000 < anno < 1000)

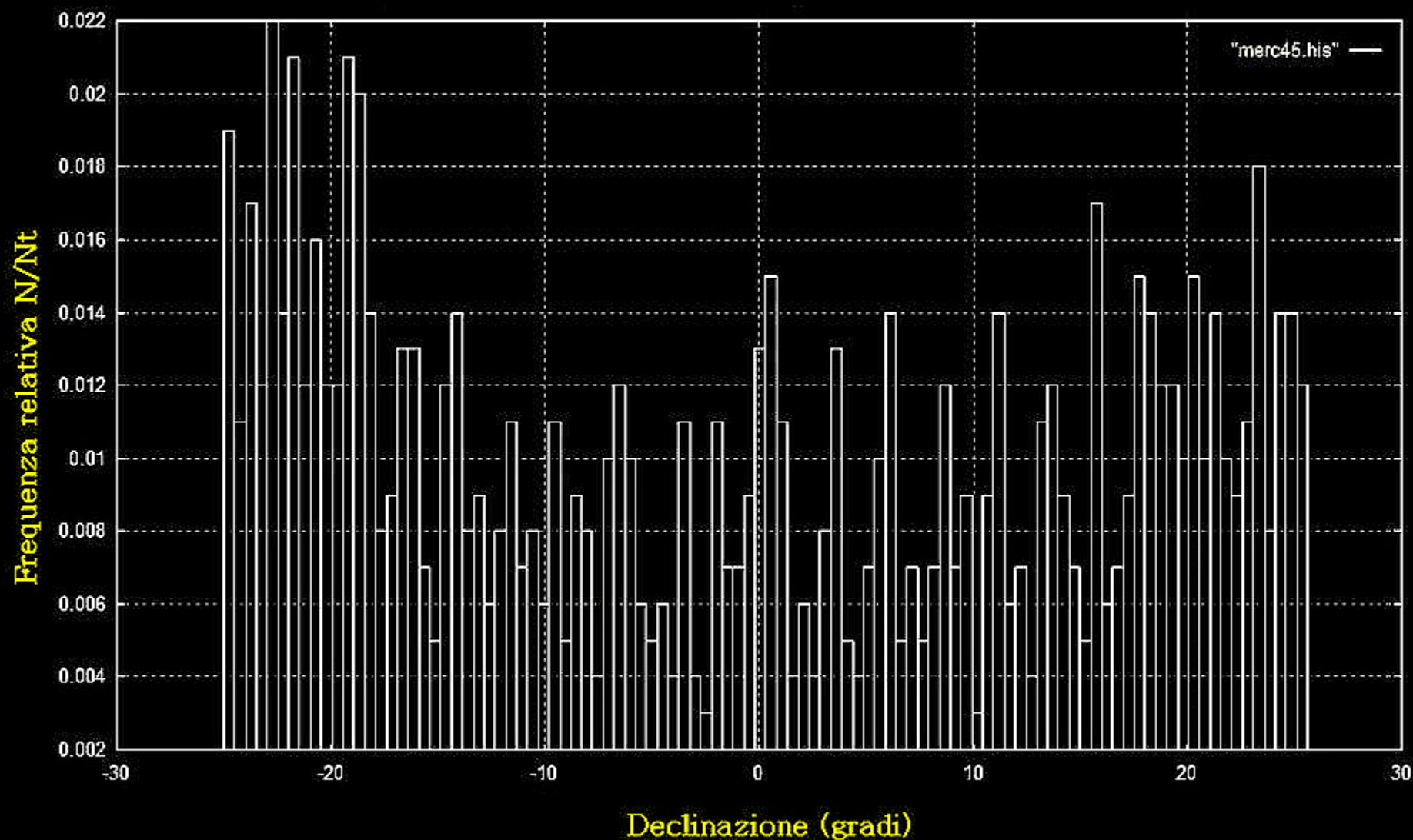
Declinazioni geocentriche estreme
variazioni secolari dal 3000 BC al 1000 AD
(approssimazioni del 1° ordine)

Mercurio

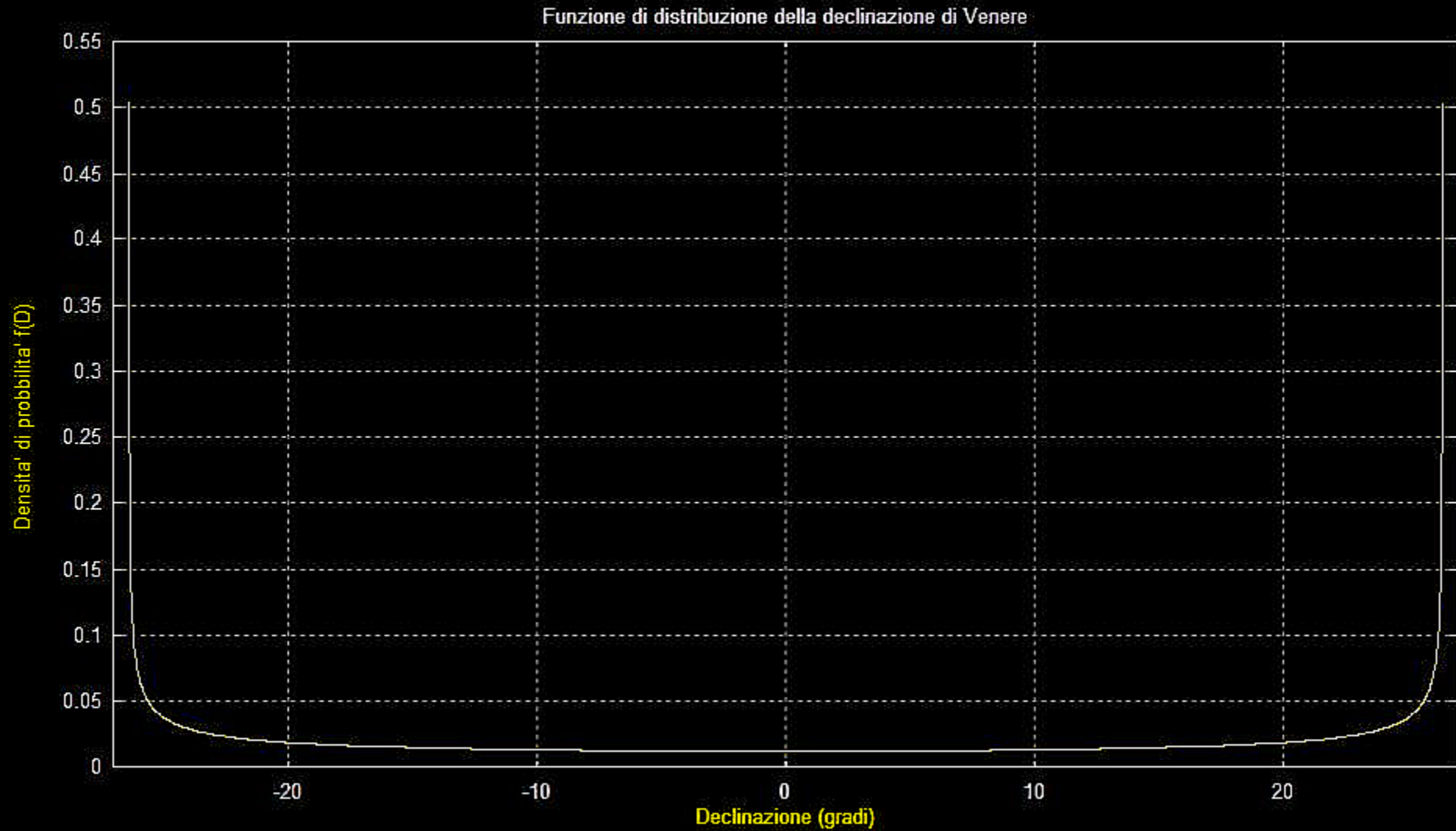
Funzione di distribuzione della declinazione di Mercurio



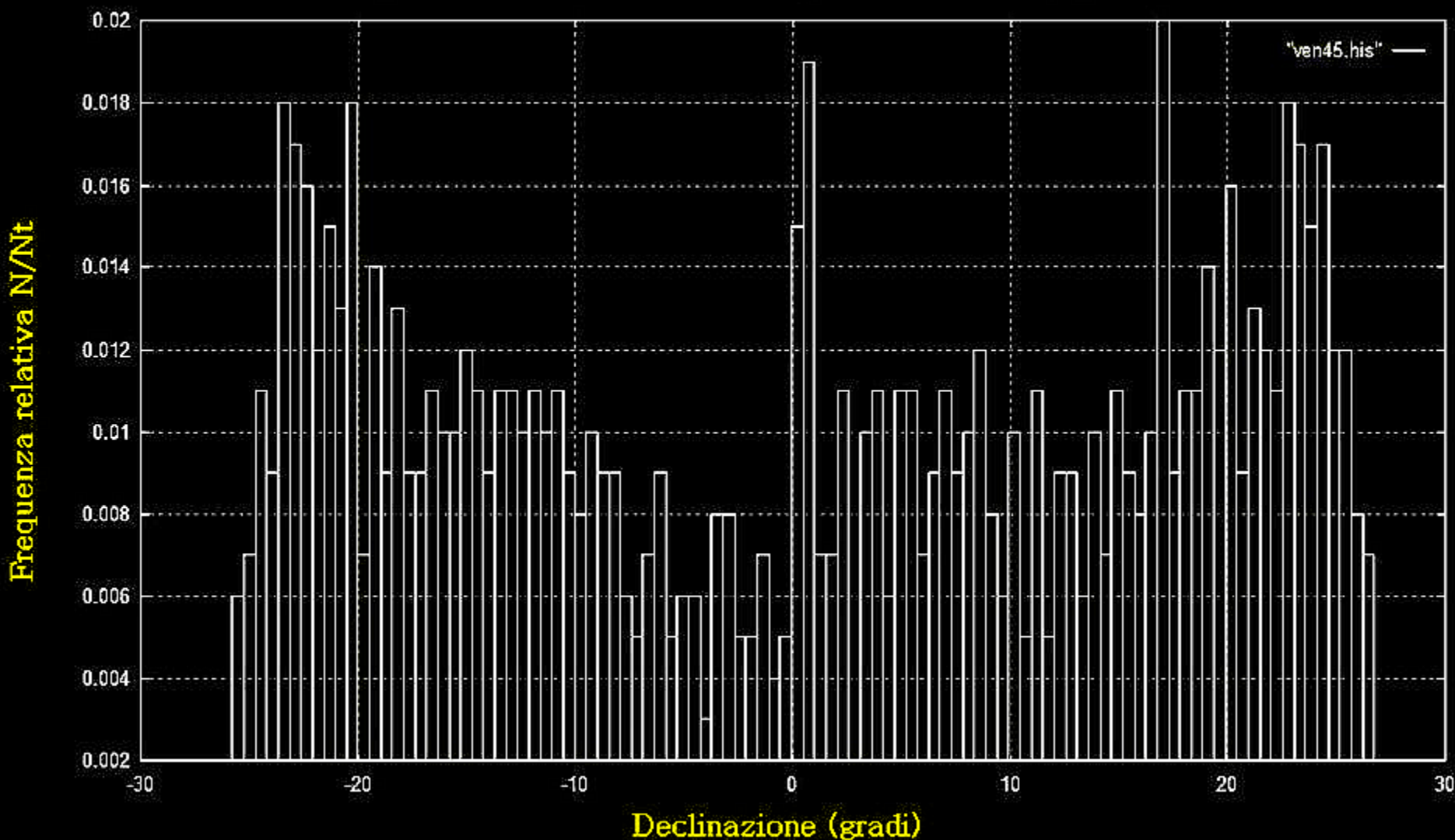
Frequenza delle declinazioni di Mercurio



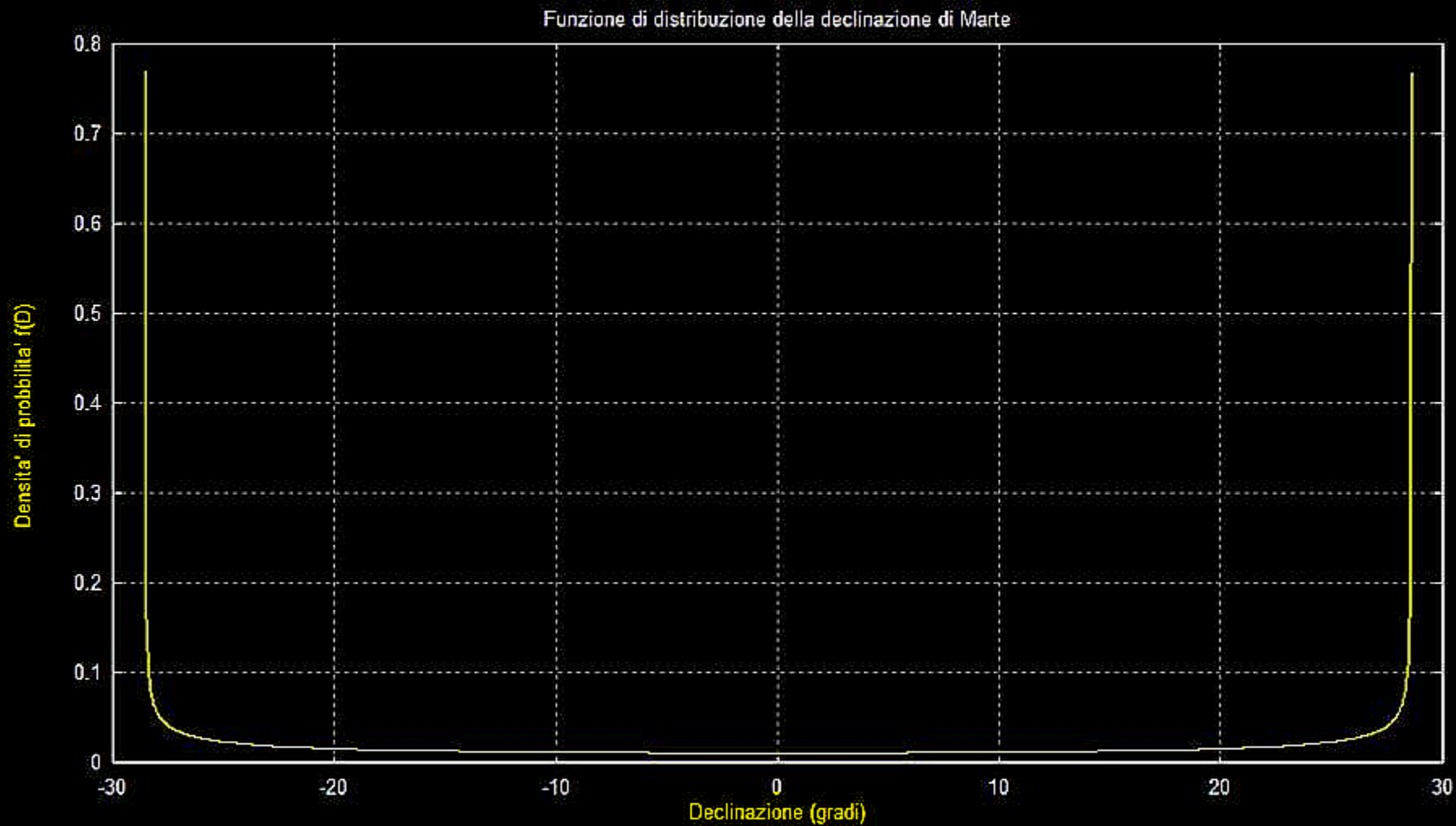
Venere



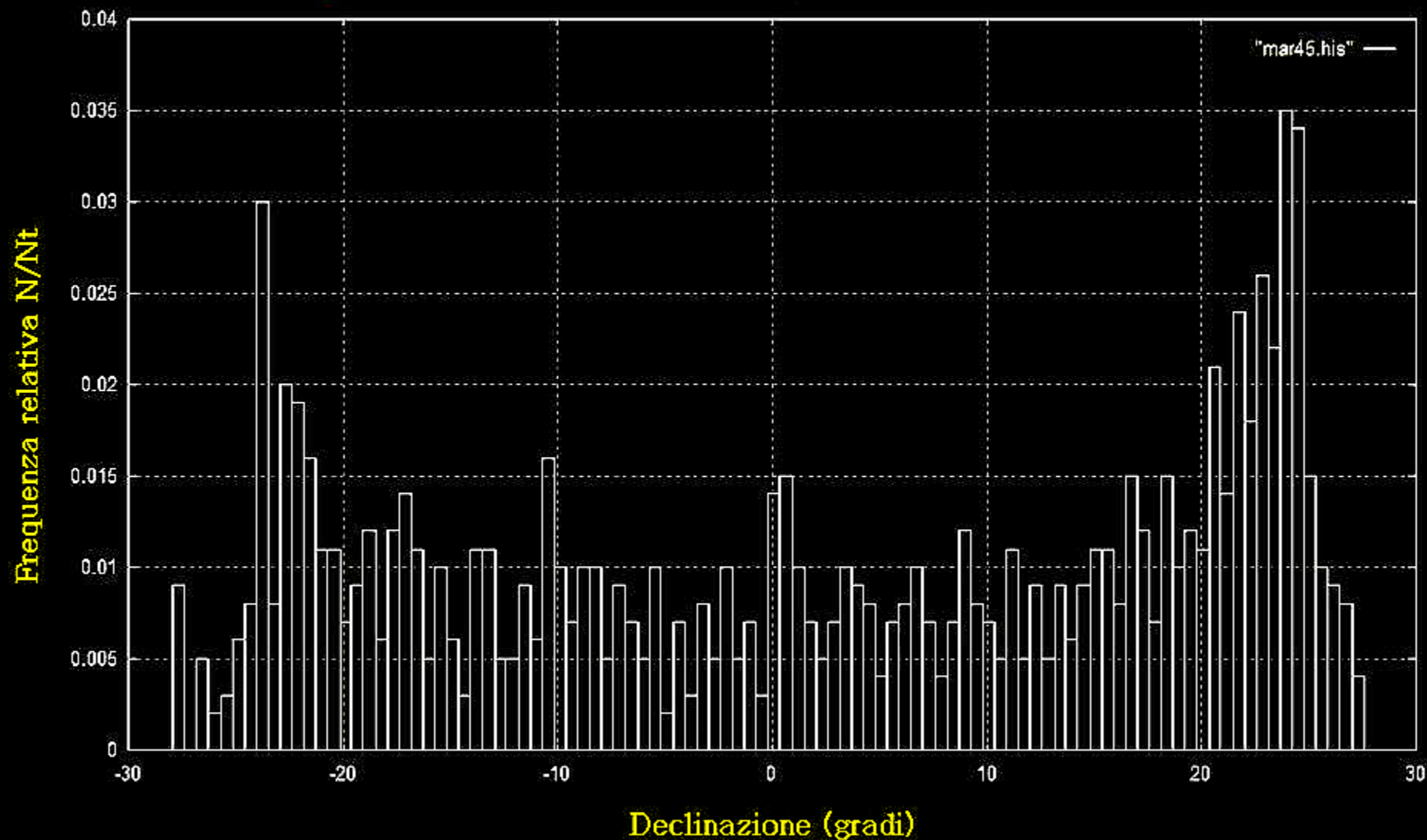
Frequenza delle declinazioni di Venere



Marte

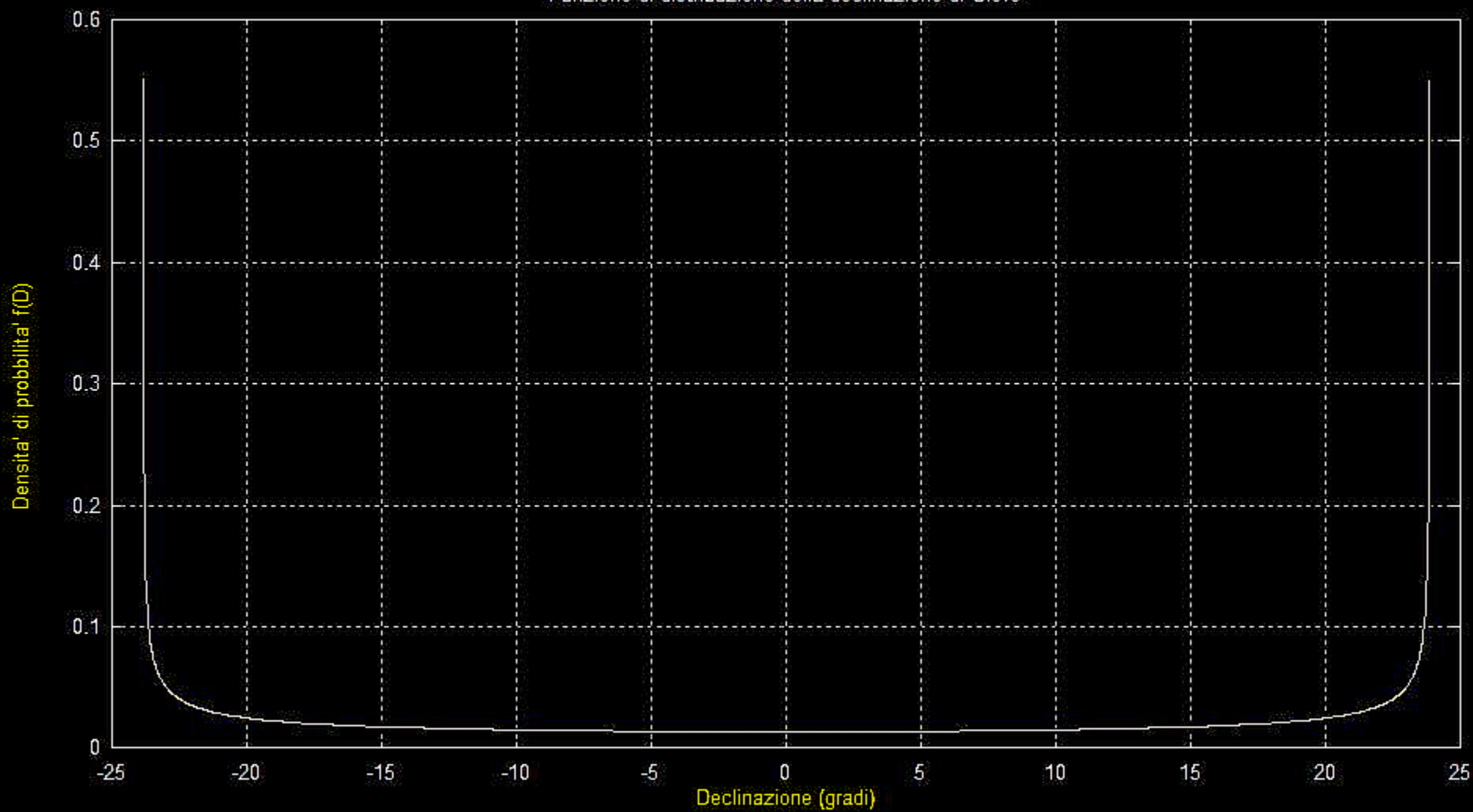


Frequenza delle declinazioni di Marte

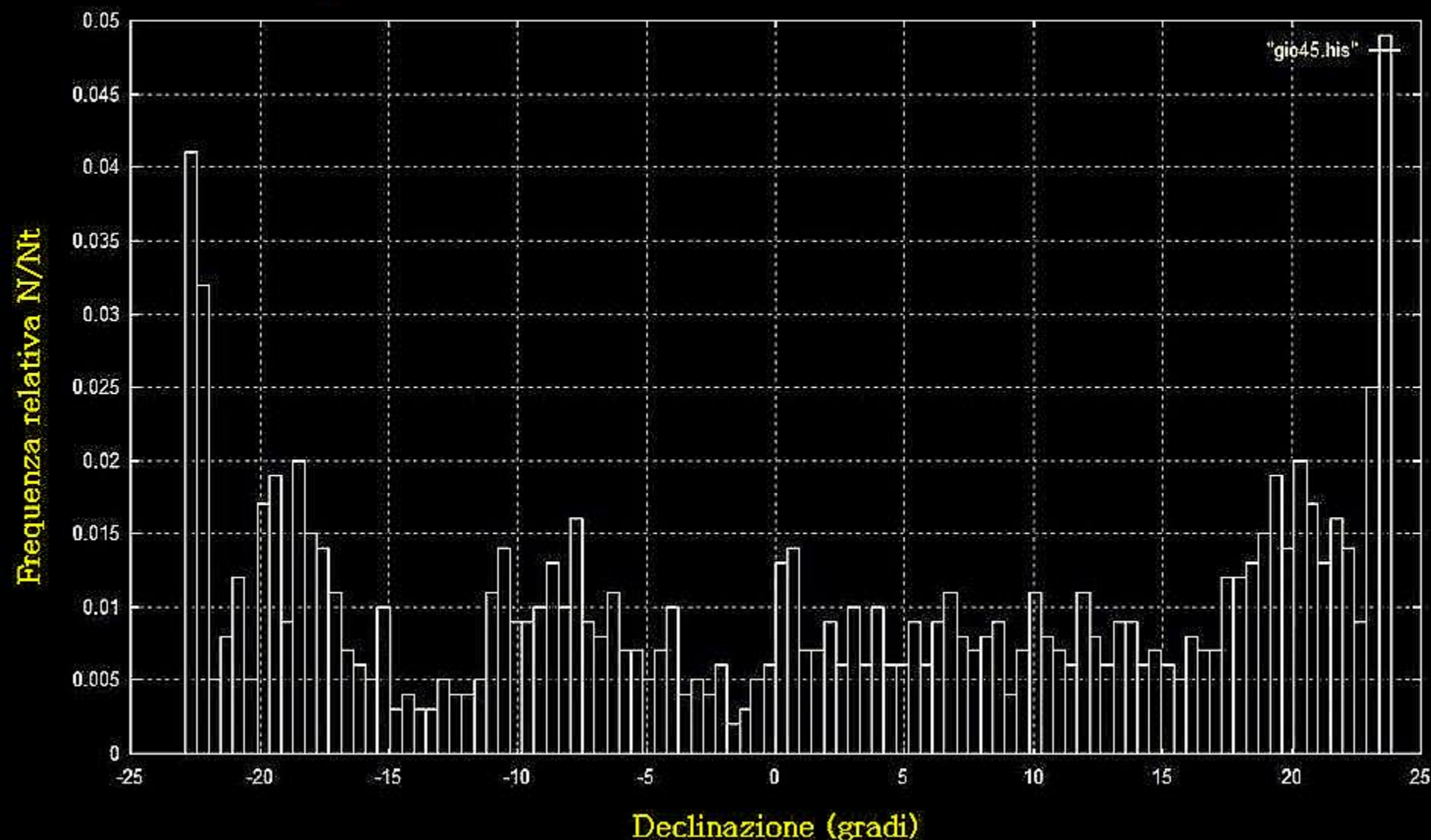


Giove

Funzione di distribuzione della declinazione di Giove

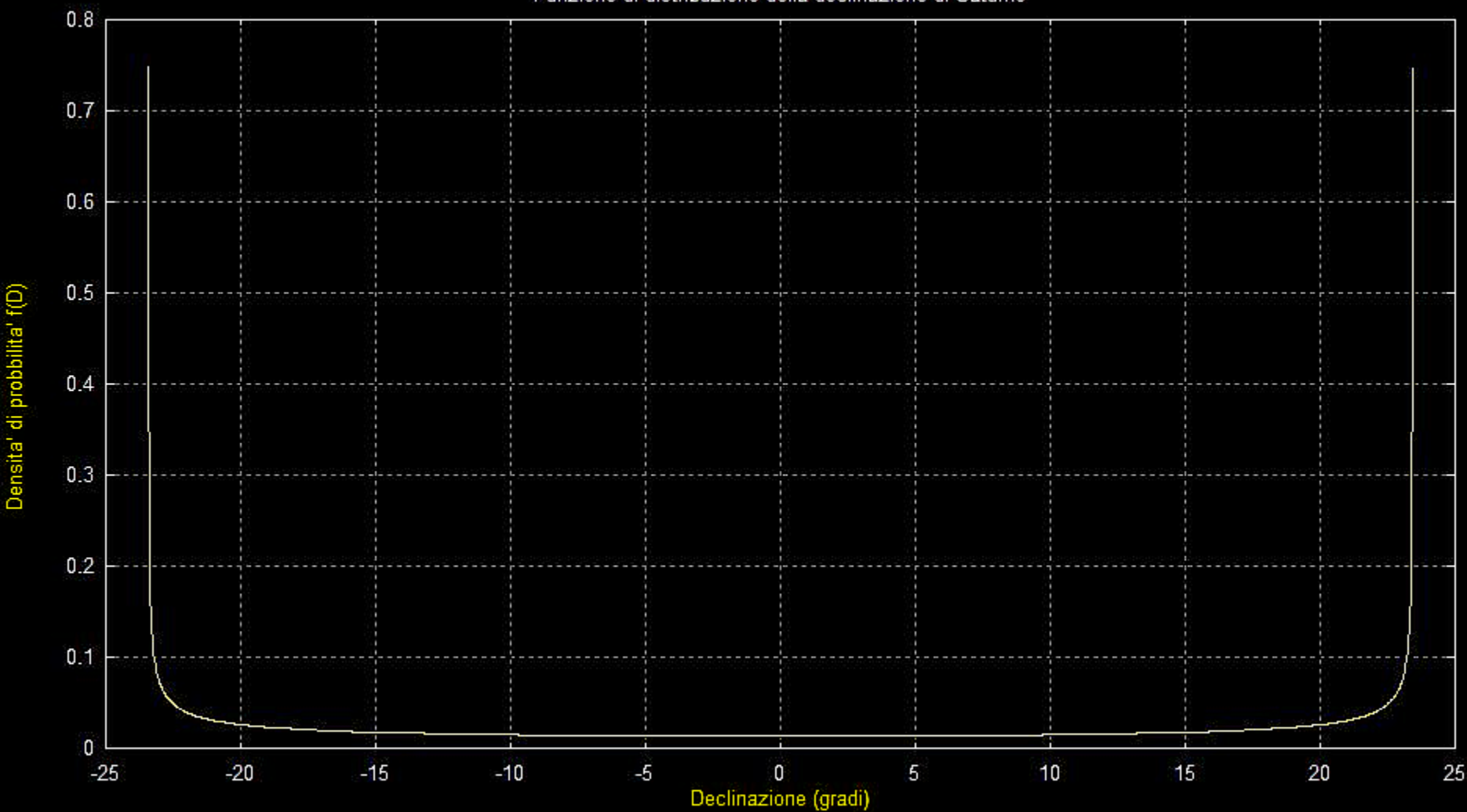


Frequenza delle declinazioni di Giove

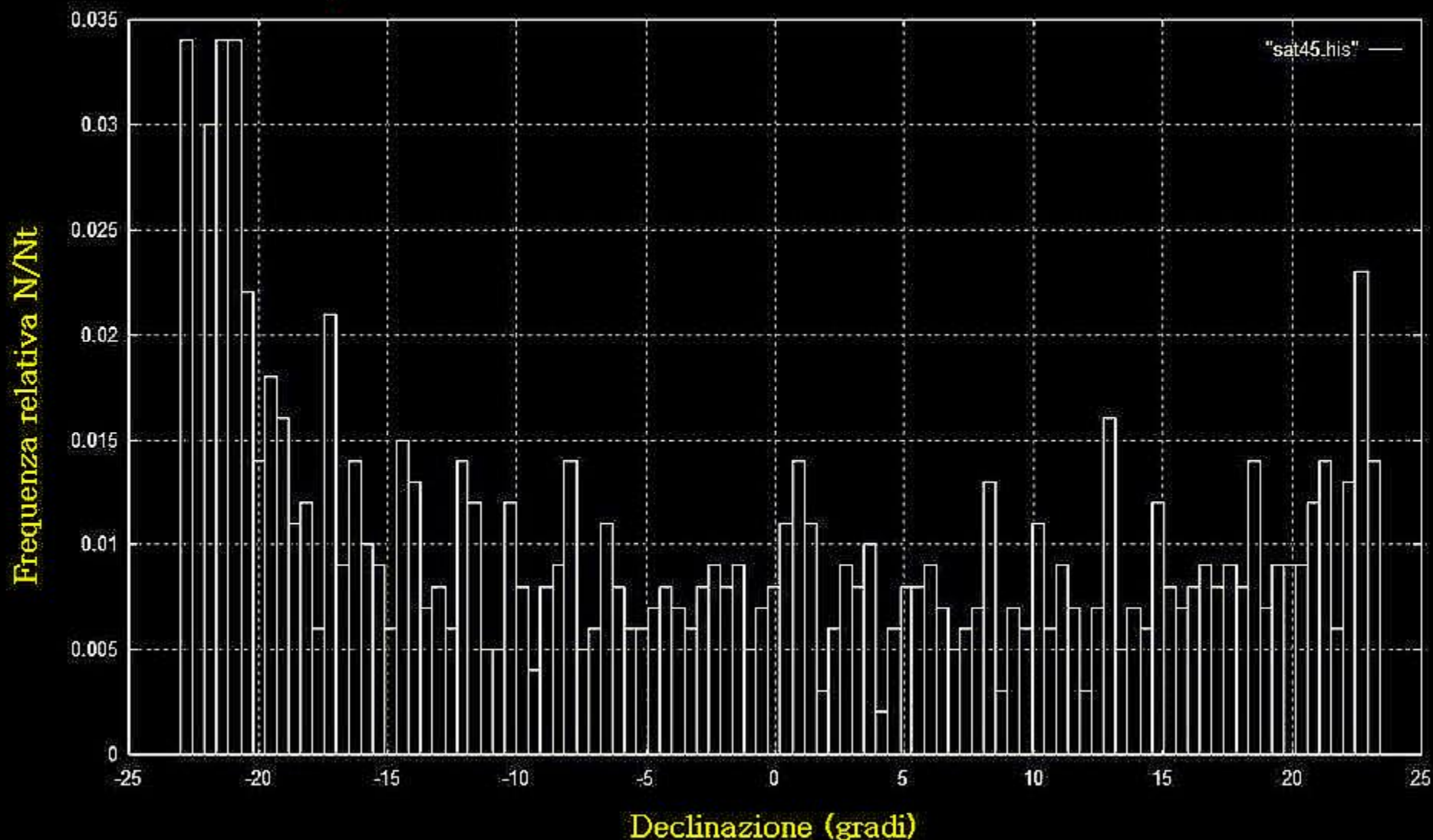


Saturno

Funzione di distribuzione della declinazione di Saturno



Frequenza delle declinazioni di Saturno



Grazie per
l'attenzione!!!

